

# 10

---

## COLUMNAS DE MADERA

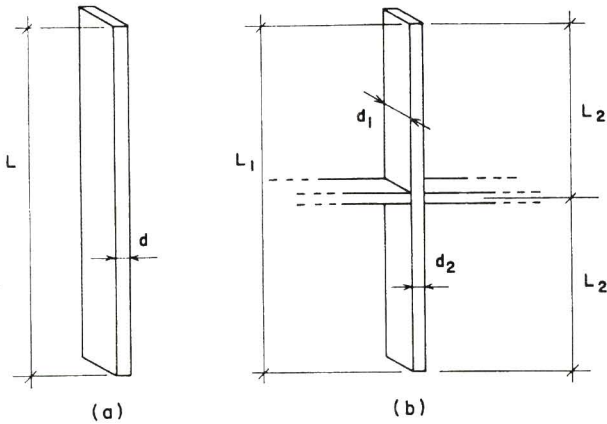
---

### 10.1 INTRODUCCIÓN

Una columna es un elemento que trabaja a compresión, cuya longitud es varias veces mayor que su dimensión lateral más pequeña. Por lo general, el término *columna* se aplica a elementos verticales pesados y el término *puntal* se da a elementos más pequeños sometidos a compresión, no necesariamente en posición vertical. El tipo de columna de madera que se usa con mayor frecuencia es la *columna sólida sencilla*, que consiste en una sola pieza de madera que es cuadrada u oblonga en la sección transversal. Las columnas sólidas de sección transversal circular también se consideran columnas sólidas simples, pero se usan con menos frecuencia. Una *columna formada con varios miembros* es un ensamble de dos o más miembros cuyos ejes longitudinales son paralelos; se impide que se toquen los elementos mediante unos bloques separadores colocados en los extremos y puntos medios de su longitud. Otros dos tipos son las *columnas compuestas*, con sujetadores mecánicos y las *columnas laminadas pegadas*. Los *pies derechos* en los marcos ligeros de madera también son columnas.

#### Relación de esbeltez

En la construcción con madera, la relación de esbeltez de una columna maciza simple aislada es la relación entre la longitud no arriostrada (sin apoyo late-

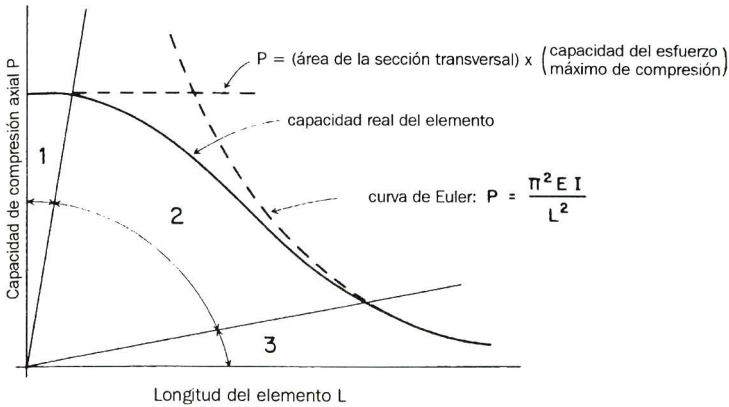


**Figura 10.1** Determinación de la altura sin arriostramiento de una columna, en relación con la dimensión crítica del espesor de la columna.

ral) y la dimensión de su lado menor, es decir,  $L/d$ . (figura 10.1a). Cuando los elementos están apoyados de modo que la longitud sin apoyo con respecto a una cara es menor que ésta con respecto a la otra,  $L$  es la distancia entre los puntos de apoyo que impiden el movimiento lateral en la dirección, a lo largo de la cual se mide la dimensión de la sección. Esto se ilustra en la figura 10.1b. Si la sección no es cuadrada ni redonda, es necesario analizar dos condiciones de  $L/d$  para esa columna en particular, con el fin de determinar cuál es la limitante. La relación de esbeltez para columnas macizas simples está limitada a  $L/d = 50$ ; para columnas formadas con varios miembros la relación limitante es de  $L/d = 80$ .

### Capacidad de compresión en columnas sólidas sencillas

En la figura 10.2 se ilustra la forma característica de la relación entre la capacidad de compresión axial y la esbeltez para un elemento a compresión lineal (columna). Las dos condiciones limitantes son que el elemento sea muy corto o muy largo. El elemento corto (como un bloque de madera) se colapsa por aplastamiento, el cual está limitado por la masa del material y el esfuerzo límite a compresión. Un elemento muy largo (como una vara de una yarda de longitud) se colapsa por pandeo elástico, el cual está determinado por la rigidez del elemento; la rigidez se determina por una combinación de propiedad geométrica (forma de la sección transversal) y la propiedad de la rigidez del material (módulo de elasticidad). Entre estos dos extremos (que es donde se ubica la mayoría de los miembros de madera sujetos a compresión) el comportamiento es indeterminado, debido a que la transición se hace entre los dos modos de comportamiento marcadamente diferentes.



**Figura 10.2** Relación entre la longitud de la columna (altura no arriostrada) y la capacidad de compresión axial.

Al paso de los años, se han empleado varios métodos para manejar esta situación en el diseño de columnas de madera (o cualquier columna para el caso). En la edición de 1986 del NDS, se utilizaban tres fórmulas aisladas para definir el intervalo completo de  $L/d$ , que reflejan las tres regiones diferentes de la gráfica de la figura 10.2. Sin embargo, en la edición de 1991 se emplea una fórmula única que cubre, con efectividad, el intervalo completo de la gráfica. La fórmula y sus diferentes factores son complejos y, para su uso, se requieren cálculos considerables; sin embargo, el proceso básico se simplifica, esencialmente, mediante el uso de una relación única definida.

En la práctica, ya se usan ampliamente los datos tabulados (obtenidos de la fórmula para especies y clases de madera específicas) o los procedimientos con los cuales se obtiene la solución de la fórmula en la computadora. En el análisis siguiente se presenta el uso más bien laborioso del nuevo procedimiento de NDS con cálculos hechos a mano (sin la ayuda de la computadora). El objetivo básico es mostrar el proceso y no demostrar procedimientos prácticos de diseño.

**Capacidad de carga de una columna: NDS 1991.** La fórmula básica para determinar la capacidad de una columna de madera es la siguiente:

$$P = (F_c^*)(C_p)(A)$$

donde  $A$  = área de la sección transversal de la columna

$F_c^*$  = valor de diseño admisible para compresión paralela a la veta, modificado por factores aplicables

$C_p$  = factor de estabilidad de la columna

$P$  = carga admisible de compresión axial de la columna

El factor de estabilidad de la columna se determina como sigue:

$$C_p = \frac{1 + (F_{cE}/F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left[ \frac{1 + (F_{cE}/F_c^*)}{2c} \right]^2 - \frac{(F_{cE}/F_c^*)}{c}}$$

donde  $F_c^*$  = valor del esfuerzo definido anteriormente

$F_{cE}$  = esfuerzo de pandeo de Euler, que se determina con la fórmula de abajo

$c$  = 0.8 para madera de sierra, 0.85 para pilares redondos, 0.9 para piezas de madera laminadas pegadas

Para el esfuerzo de pandeo:

$$F_{cE} = \frac{(K_{cE})(E)}{(L_c/d)^2}$$

donde  $K_{cE}$  = 0.3 para madera clasificada visualmente y madera evaluada a máquina; 0.418 para madera clasificada en la máquina de esfuerzos y piezas de madera laminada pegada

$E$  = módulo de elasticidad para la especie y la clase

$L_c$  = longitud efectiva (altura de la columna sin arriostramiento, modificada por cualquier factor para condiciones de apoyo)

$d$  = dimensión de la sección transversal (ancho de columna) medida en la dirección en la que se presenta el pandeo

Los valores que se deben usar para la longitud efectiva de columna y el ancho correspondiente de columna, se deben considerar como se estableció para las condiciones mostradas en la figura 10.1. Para una referencia básica, en la explicación del fenómeno de pandeo se usa, generalmente, un elemento que está articulado en ambos extremos e impedido del movimiento lateral sólo en éstos. Esta condición existe, en algunos casos, en la construcción verdadera; sin embargo, también se presentan otras situaciones. Por lo tanto, es necesario hacer ajustes en el cálculo para otros casos. Esto se hace, por lo común, considerando una longitud de pandeo alterada (o modificada).

La NDS ofrece algunas recomendaciones para longitudes modificadas de pandeo en el Apéndice G de la edición de 1991. Esto apunta, en la mayoría de los casos, a tomar prestado el método que se ha empleado por algún tiempo en el diseño de columnas de acero. Con el objeto de ser concisos, se considerará aquí sólo el caso de columnas de madera con extremos articulados (sin modificación de la longitud real no arriostrada).

Los ejemplos siguientes ilustran el uso de las fórmulas de NDS para determinar la carga axial de seguridad para columnas de madera.

**Ejemplo 1.** Un miembro de madera sometido a compresión mide  $6 \times 6$  y es de abeto Douglas, clase No. 1. Encuentre la carga de compresión axial de seguridad para longitudes no arriostadas de: 1) 2 pies, 2) 8 pies, 3) 16 pies.

**Solución:** en la tabla 5.1 se dan los valores de  $F_c = 1\,000$  lb/pulg<sup>2</sup> y  $E = 1\,600\,000$  lb/pulg<sup>2</sup>. Al no tener bases para un ajuste, el valor de  $F_c$  se usa de manera directa como valor de  $F_c^*$  en las fórmulas para columnas.

$$1) L/d = 2(12)/5.5 = 4.36$$

$$F_{cE} = \frac{(K_{cE})(E)}{(L_c / d)^2} = \frac{(0.3)(1\,600\,000)}{(4.36)^2} = 25\,250 \text{ lb/pulg}^2$$

$$\frac{F_{cE}}{F_c^*} = \frac{25\,250}{1\,000} = 25.25,$$

$$C_p = \frac{1 + 25.25}{1.6} - \sqrt{\left[ \frac{1 + 25.25}{(1.6)} \right]^2 - \frac{25.25}{0.8}} = 0.993$$

Entonces, la compresión admisible es:

$$P = (F_c^*)(C_p)(A) = (1\,000)(0.993)(55)^2 = 30\,038 \text{ lb}$$

$$2) L/d = 8(12)/5.5 = 17.45$$

$$F_{cE} = \frac{(0.3)(1\,600\,000)}{(17.45)^2} = 1\,576 \text{ lb/pulg}^2$$

$$\frac{F_{cE}}{F_c^*} = \frac{1\,576}{1\,000} = 1.576$$

$$C_p = \frac{2.576}{1.6} - \sqrt{\left[ \frac{2.576}{1.6} \right]^2 - \frac{1.576}{0.8}} = 0.821$$

$$P = (1\,000)(0.821)(55)^2 = 24\,835 \text{ lb}$$

$$3) L/d = 16(12)/5.5 = 34.9$$

$$F_{cE} = \frac{(0.3)(1\,600\,000)}{(34.9)^2} = 0.394$$

$$\frac{F_{cE}}{F_c^*} = \frac{0.394}{1\,000} = 0.394$$

$$C_p = \frac{1.394}{1.6} - \sqrt{\left[ \frac{1.394}{1.6} \right]^2 - \frac{0.394}{0.8}} = 0.355$$

$$P = (1\,000)(0.355)(5.5)^2 = 10\,736 \text{ lb}$$

**Ejemplo 2.** Se desea usar elementos de madera de 2 × 4, como elementos verticales sujetos a compresión, para formar un muro (construcción común de muro con entramado). Si la madera es de abeto Douglas, clase de montante, y el muro tiene 8.5 pies de altura, ¿cuál es la capacidad de carga de columna para un pie derecho individual?

*Solución:* se supone que el muro tiene una cubierta ligada a los montantes o bloques de apoyo entre los pies derechos para rigidizarlos en su eje poco resistente. De otra manera, el límite para la altura del muro es 50 veces la dimensión en la dirección menor de 1.5 pulgadas, es decir, solamente 75 pulgadas. Por lo tanto, si se usa la dimensión mayor, se tiene:

$$L/d = (8.5)(12)/3.5 = 29.14$$

De la tabla 4.1:  $F_c = 825 \text{ lb/pulg}^2$  y  $E = 1\,400\,000 \text{ lb/pulg}^2$ .  
Entonces:

$$F_{cE} = \frac{(K_{cE})(E)}{(L_c / d)^2} = \frac{(0.3)(1\,400\,000)}{(29.14)^2} = 495 \text{ lb/pulg}^2$$

$$\frac{F_{cE}}{F_c^*} = \frac{495}{895} = 0.60$$

$$C_p = \frac{1.6}{1.6} - \sqrt{\left[\frac{1.6}{1.6}\right]^2 - \frac{0.6}{0.8}} = 0.50$$

$$P = (F_c^*)(C_p)(A) = (825)(0.5)(1.5 \times 3.5) = 2166 \text{ lb}$$

(Nota: para el siguiente problema use abeto Douglas, clase No. 2.)

**Problema 10.1.A.B.C.D.**

Determine la carga de compresión axial admisible para las columnas de madera siguientes.

	Dimensiones nominales (pulgadas)	Longitud no arriestrada (pie)	(m)
A	4 × 4	8	2.44
B	6 × 6	10	3.05
C	8 × 8	18	5.49
D	10 × 10	14	4.27

## 10.2 DISEÑO DE COLUMNAS DE MADERA

El diseño de columnas se complica debido a las relaciones en las fórmulas para columnas. El esfuerzo de compresión admisible para la columna es una función de las dimensiones reales de la columna, las cuales no se conocen al inicio del proceso de diseño. Por lo tanto, un proceso de diseño directo se convierte en uno de prueba y error. Por esta razón, los proyectistas usan, en general, diferentes auxiliares de diseño: gráficas, tablas o procesos en los que se utiliza la computadora.

Surge un problema debido al gran número de especies y clases de madera diferentes, lo que conduce a muchas combinaciones diferentes de compresión admisible y módulo de elasticidad. Sin embargo, es común usar auxiliares, por lo menos, para la elección de un diseño preliminar, aun cuando las propiedades de la madera no coincidan bien con las condiciones de diseño. Hay una ventaja en la elección restringida de dimensiones de columna si se usa madera en tamaños estándares.

En la figura 10.3 se ha graficado la capacidad de carga axial de algunas secciones de columnas cuadradas, de una especie y clase individual. Ésta es la madera que se utilizó en el ejemplo 1 de la sección 10.1.

En la tabla 10.1 se proporciona la capacidad a compresión axial para un intervalo de tamaños estándares de madera y valores específicos de longitud no arriestrada. Los datos para la tabla son los mismos que los de la figura 10.3, de modo que debe haber alguna correlación razonable en los resultados.

**TABLA 10.1 Cargas de seguridad para el diseño de columnas de madera\***

Sección de columna		Longitud no arriestrada (pies)										
Dimensiones nominales	Área (pulg <sup>2</sup> )	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
4 × 4	12.25	11.1	7.28	4.94	3.50	2.63						
4 × 6	19.25	17.4	11.4	7.76	5.51	4.14						
4 × 8	25.375	22.9	15.1	10.2	7.26	6.46						
6 × 6	30.25	27.6	24.8	20.9	16.9	13.4	10.7	8.71	7.17	6.53		
6 × 8	41.25	37.6	33.9	28.5	23.1	18.3	14.6	11.9	9.78	8.91		
6 × 10	52.25	47.6	43.0	36.1	29.2	23.1	18.5	15.0	13.4	11.3		
8 × 8	56.25	54.0	51.5	48.1	43.5	38.0	32.3	27.4	23.1	19.7	16.9	14.6
8 × 10	71.25	68.4	65.3	61.0	55.1	48.1	41.0	34.7	29.3	24.9	21.4	18.4
8 × 12	86.25	82.8	79.0	73.8	66.7	58.2	49.6	42.0	35.4	30.2	26.0	22.3
10 × 10	90.25	88.4	85.9	83.0	79.0	73.6	67.0	60.0	52.9	46.4	40.4	35.5
10 × 12	109.25	107	104	100	95.6	89.1	81.2	72.6	64.0	56.1	48.9	42.9
10 × 14	128.25	126	122	118	112	105	95.3	85.3	75.1	65.9	57.5	50.4
12 × 12	132.25	130	128	125	122	117	111	104	95.6	86.9	78.3	70.2
14 × 14	182.25	180	178	176	172	168	163	156	148	139	129	119
16 × 16	240.25	238	236	234	230	226	222	216	208	200	190	179

\*Capacidad de carga en kilolibras para secciones macizas de abeto Douglas, clase No. 1, en condiciones normales de humedad y de duración de carga.

Obsérvese que los valores de diseño para los elementos con dimensiones nominales menores a 5 pulgadas, no se obtienen del grupo de clasificación de tamaños de “pies derechos y elementos estructurales de madera” en la tabla 4.1. Entonces, se deben usar valores diferentes para  $F_c$  y  $E$  para los dos grupos de tamaños en la tabla 10.1 y la figura 10.3, aun cuando la clase sea la misma.

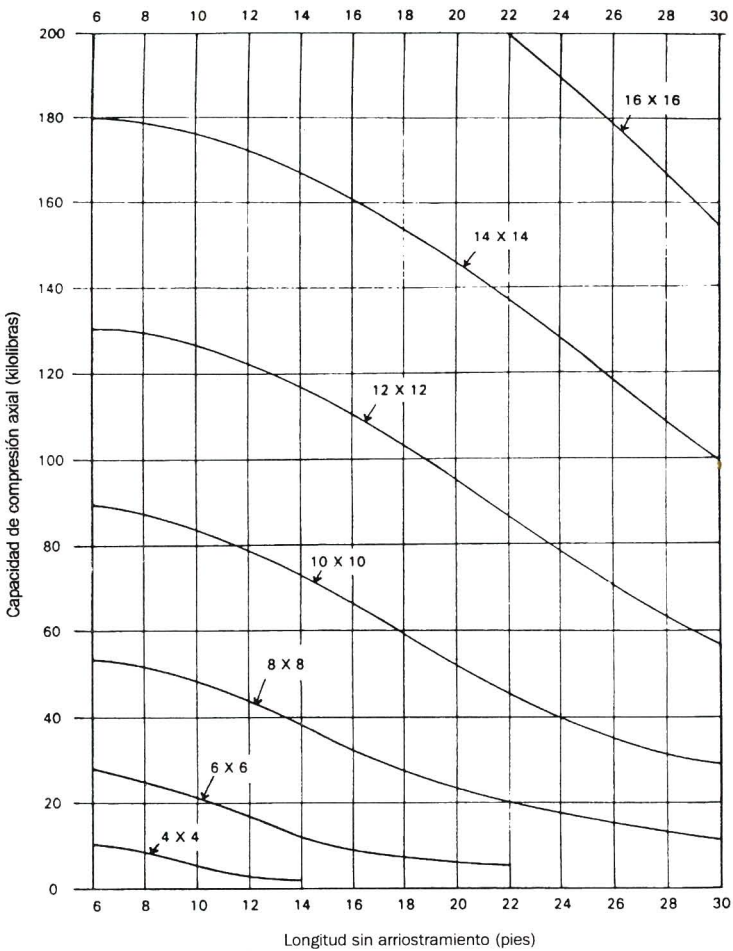


Figura 10.3 Capacidad de carga de compresión axial para miembros de madera de sección cuadrada. Obtenido de las normas de NDS para abeto Douglas-pino alerce de clase No. 1.



**Problema 10.2.A.B.C.D.**

Seleccione secciones de columna cuadrada de abeto Douglas, clase No. 1, para los siguientes datos.

	Carga axial requerida		Longitud no arriostrada	
	(kilolibras)	(kN)	(pie)	(m)
A	20	89	8	2.44
B	50	222	12	3.66
C	50	222	20	6.10
D	100	445	16	4.88

**10.3 COLUMNAS DE SECCIÓN CIRCULAR**

Las columnas de madera maciza de sección transversal circular no se usan extensamente en la construcción general de edificios. En cuanto a capacidad de carga, las columnas redondas y las cuadradas que tienen la misma área, soportarán las mismas cargas axiales y tendrán el mismo grado de rigidez.

Al diseñar una columna de madera de sección transversal circular, un procedimiento sencillo es diseñar primero una columna cuadrada y luego, elegir una columna redonda con un área de sección transversal equivalente. Para encontrar el diámetro de la columna redonda equivalente, la dimensión  $d$  de la columna cuadrada se multiplica por 1.128.

**10.4 POSTES**

Los *postes* son piezas redondas de madera que constan de troncos descortezados de coníferas. En longitudes cortas, tienen un diámetro constante, pero cuando son largos tienen forma cónica, que es la forma natural del tronco de árbol. Como columnas, los postes se diseñan con los mismos criterios básicos que se usan para las secciones aserradas. Para tomar en cuenta la esbeltez, la  $d$  que se usa es la de una sección cuadrada de igual área. Así, si se denomina  $D$  al diámetro del poste, se tiene:

$$d^2 = \frac{\pi D^2}{4}, \quad d = \sqrt{0.7854 D^2} = 0.886 D$$

Para una columna cónica, una suposición conservadora para el diseño es que el diámetro crítico de la columna es el diámetro menor en el extremo de sección menor. Si la columna es muy corta, esto es razonable. Sin embargo, para una columna esbelta, donde el pandeo se presenta a la mitad de su altura, esto es muy conservador y el reglamento suministra un ajuste. Sin embargo, debido a una ausencia común de rectitud inicial y a la presencia de numerosos de-

fectos, muchos proyectistas prefieren usar el diámetro del extremo de menor sección, sin ajuste, para cálculos de diseño.

El uso general de postes se estudia en la sección 14.4.

## 10.5 CONSTRUCCIÓN DE MUROS CON ENTRAMADO

Los *montantes* o *pies derechos* son los elementos verticales que se usan para el ensamble de muros en la construcción ligera de madera. Tienen propósitos utilitarios, ya que suministran fijación a los revestimientos de los muros, pero también funcionan como columnas verticales cuando el muro sirve de apoyo y soporta la carga de los sistemas de techo o de piso. El pie derecho más común es el de  $2 \times 4$  y se coloca a intervalos de 12, 16 o 24 pulgadas.

Los pies derechos de espesor nominal de 2 pulgadas deben estar arriostrados en su eje menos resistente cuando se usan para muros de varios pisos de altura; es un requerimiento sencillo que se desprende de la relación limitante de  $L/d$  de 50 para una columna maciza de madera. Si el muro está revestido en ambos lados, se considera por lo general que los pies derechos están adecuadamente rígidos debido al revestimiento. Si el muro no está revestido, o si lo está sobre un solo lado, debe colocarse un elemento para dar rigidez entre pies derechos, como se muestra en la figura 10.4. El número de hileras de elementos de refuerzo y la separación real entre estos elementos dependen de la altura del muro y de la necesidad de obtener acción de columna con los pies derechos.

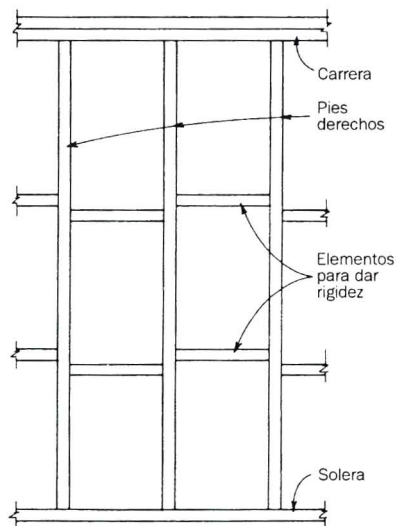


Figura 10.4 Construcción a base de pies derechos, con elementos para darles rigidez.

Los pies derechos también sirven para realizar otras funciones, como en el caso de un muro exterior donde deben cubrir claros para resistir las fuerzas del viento sobre el muro. Para esta situación, los pies derechos se deben diseñar para resistir las acciones combinadas de flexión más compresión, como se estudia en la sección 10.8.

En los climas más fríos es común usar, en la actualidad, pies derechos de mayor espesor que el nominal de 4 pulgadas, con objeto de tener un mayor espacio vacío dentro del muro para instalar el aislamiento. Esto conduce, con frecuencia, a diseñar pies derechos que son excesivamente fuertes para actividades comunes en edificios de uno y dos pisos. Por supuesto, también pueden requerirse pies derechos más anchos para muros muy altos; el de  $2 \times 4$  está limitado, por lo general, a una altura de 14 pies.

Si las cargas verticales son altas o la flexión lateral es grande, es necesario reforzar un muro de entramado. Esto se puede hacer de varias maneras, como las siguientes:

Al disminuir la separación entre pies derechos, de la común de 16 pulgadas a 12 pulgadas, por ejemplo.

Al aumentar el espesor del pie derecho, de 2 pulgadas a 3 pulgadas nominales.

Al aumentar el ancho del pie derecho (lo que engruesa el muro).

Al usar pies derechos dobles o triples (o piezas de madera con sección mayor) como puntales en sitios de cargas concentradas.

También es necesario algunas veces usar pies derechos más gruesos o restringir la separación entre pies derechos en el caso de muros que funcionan como muros sometidos al esfuerzo cortante, como se estudia en el capítulo 15.

En general, los pies derechos son columnas y deben cumplir con los diferentes requerimientos de diseño de las secciones de madera maciza. Puede usarse cualquier clase apropiada de madera, aunque por costumbre se emplean clases especiales de pies derechos para los comunes de  $2 \times 4$ .

En la tabla 10.2, que es una reproducción de la tabla 25-R-3 del UBC de 1991, se proporcionan datos para la elección de pies derechos, tanto para muros de carga como para muros divisorios. El reglamento estipula que se deben usar estos datos a falta de cualquier diseño de ingeniería de pies derechos, lo que significa que podrían considerarse otras posibilidades si los cálculos pueden justificarlas.

Con frecuencia se usa la construcción con muros de entramado como parte de un sistema general de construcción ligera, designado como *construcción ligera con marcos de madera*. Este sistema ha sido muy refinado durante muchos años de uso en los Estados Unidos, con su forma presente más común, que se muestra en la figura 10.5. La construcción con vigueta y cabio que se estudia en el capítulo 8, junto con la construcción de muro con entramado que se estudia aquí, son los elementos estructurales principales de este sistema.

**TABLA 10.2 Requerimientos para la construcción de muros de entramado<sup>1</sup>**

Dimensiones del pie derecho (pulgadas)	Muros de carga				Muros divisorios	
	Altura del pie derecho sin arriostamiento <sup>3</sup> (pies)	Soporta solamente techumbre y cielo raso	Soporta un piso, techumbre y cielo raso	Soporta dos pisos, techumbre y cielo raso	Altura del pie derecho, sin arriostamiento <sup>3</sup> (pies)	Separación (pulgadas)
1. 2 × 3 <sup>2</sup>	–	–	–	–	10	16
2. 2 × 4	10	24	16	–	14	24
3. 3 × 4	10	24	24	16	14	24
4. 2 × 5	10	24	24	–	16	24
5. 2 × 6	10	24	24	16	20	24

<sup>1</sup>Los pies derechos, de clase uso general, no deben separarse más de 16 pulgadas de centro a centro, o soportar más de una techumbre y cielo raso, o exceder los 8 pies de altura, para muros exteriores y muros de carga, o 10 pies para muros interiores que no soportan carga.

<sup>2</sup>No debe usarse en muros exteriores.

<sup>3</sup>Las alturas listadas son las distancias entre los puntos de arriostamiento lateral, colocados perpendiculares al plano del muro. Se permiten aumentos de altura no arriostada si se justifican por medio de análisis.

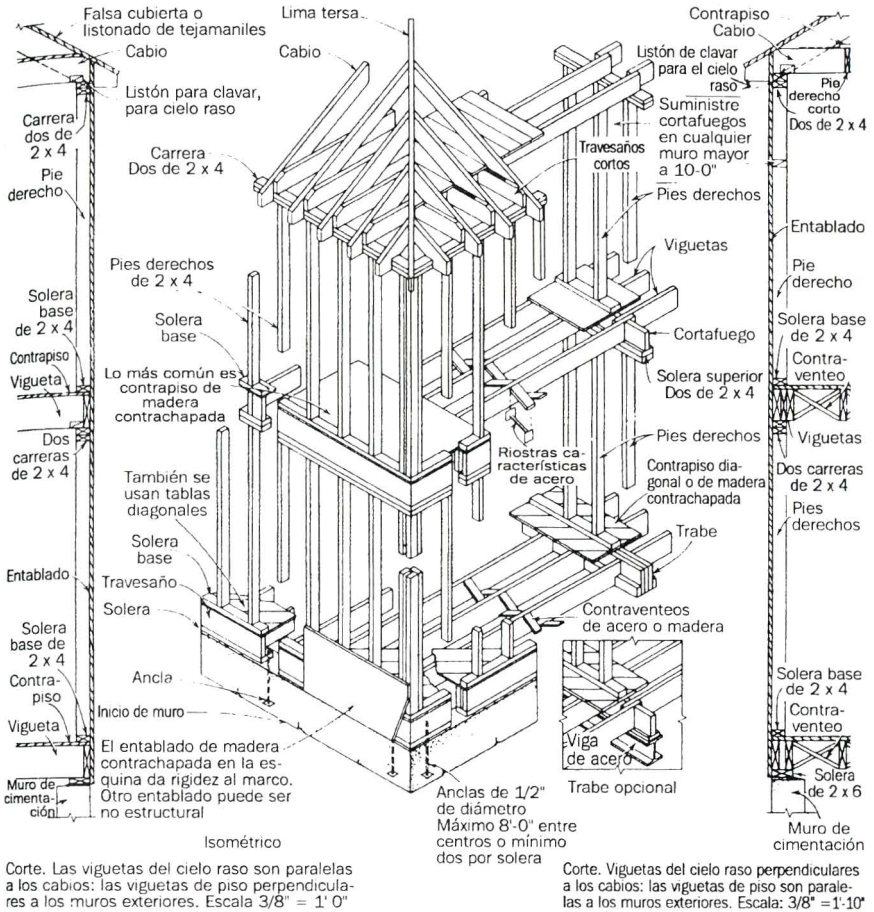
Fuente: reproducido del *Uniform Building Code* (referencia 3), con permiso de los editores, *International Conference of Building Officials*.

En la mayoría de las aplicaciones, el sistema está casi totalmente construido con madera de espesor nominal de 2 pulgadas. Algunas veces se usan elementos de madera para construir columnas aisladas o vigas para cubrir claros grandes.

## 10.6 COLUMNAS FORMADAS CON VARIOS MIEMBROS

Un tipo de elemento estructural que algunas veces se usa en las estructuras de madera es la *columna formada con varios miembros*. Este es un elemento en el cual dos o más elementos de madera se sujetan juntos para compartir la carga como una sola unidad a compresión. El diseño de estos elementos es muy complejo, debido a las numerosas especificaciones del reglamento. Con el ejemplo siguiente se ilustra el procedimiento general para analizar un elemento así, pero el lector debe consultar el reglamento aplicable para cumplir las diferentes normas de cualquier trabajo de diseño.

**Ejemplo.** Una columna formada con varios miembros, de la forma mostrada en la figura 10.6, consta de tres piezas de 3 × 12 de abeto Douglas, clase No. 1. La dimensión  $L_1$  es de 11 pies 8 pulgadas y  $x$  es de 6 pulgadas. Calcule la capacidad de compresión axial.



**Figura 10.5** Construcción característica con marcos ligeros de madera: tipo del oeste o de plataforma. (Reproducido de *Architectural Graphic Standards*, séptima edición, con permiso de los editores, John Wiley & Sons, Inc. New York.)

**Solución:** hay dos condiciones separadas que se deben analizar con respecto a la columna formada con varios miembros. Se relacionan con los efectos de la esbeltez relativa en las dos direcciones, que se representan con los ejes  $x$  y  $y$  en la figura 10.6. En la dirección y la columna se comporta simplemente como un conjunto de columnas macizas. Así, el esfuerzo está limitado por las dimensiones  $d_2$  y  $L_2$  y su cociente. Para esta condición, se determina lo siguiente para el ejemplo.

$$\frac{L_2}{d_2} = \frac{(11.67)(12)}{11.25} = 12.5$$

Al usar este valor para obtener la relación de esbeltez, se determina la capacidad de una columna maciza, cuya sección transversal tenga un área igual a tres veces la de una columna de  $3 \times 12$ . El cálculo es el mismo que el presen-

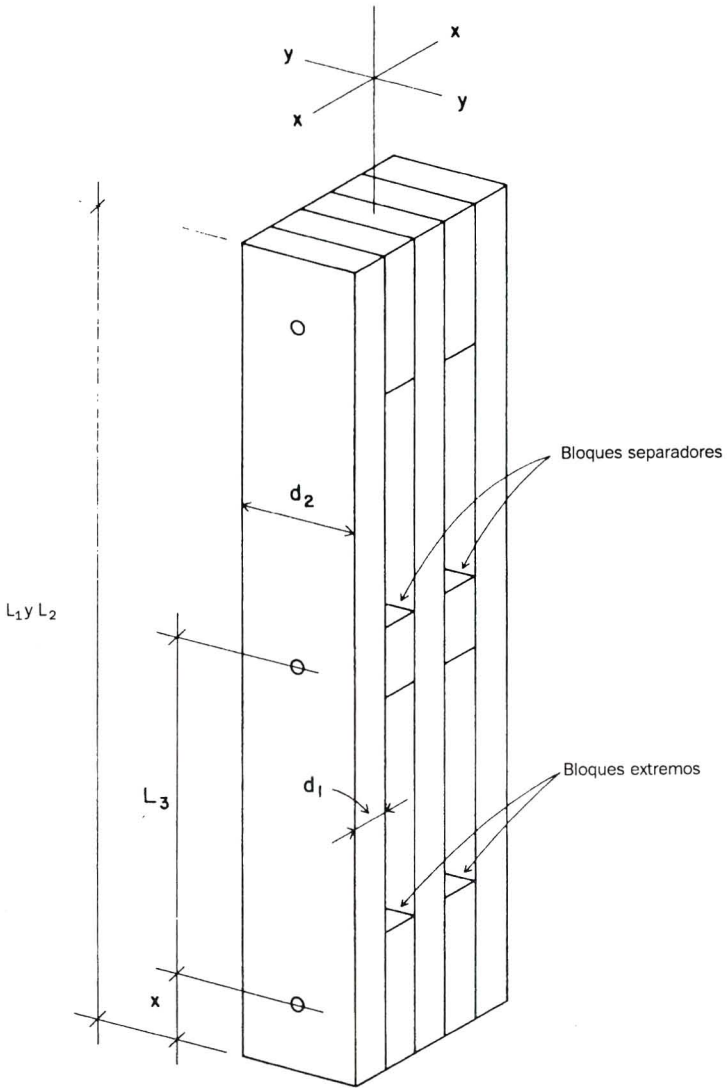


Figura 10.6 Forma general de una columna formada por varios miembros.

tado anteriormente para la columna maciza. Con los datos del ejemplo se obtiene un valor de 0.884 para el factor  $C_p$ . La capacidad para esta condición se determina, entonces, al multiplicar este factor por el producto del valor tabulado para el esfuerzo de compresión y el área de la sección transversal de la columna. En este ejemplo, hay un segundo caso por considerar, así es que se determinará el factor  $C_p$  para éste, antes de determinar cuál es la condición crítica para la capacidad de la columna.

Para la condición de comportamiento con respecto al pandeo en la dirección  $x$ , se revisa primero la concordancia con dos limitaciones:

1. Valor máximo de  $L_3/d_1 = 40$ .
2. Valor máximo de  $L_1/d_1 = 80$ .

Entonces, usando los datos del ejemplo, se tiene:

$$70/2.5 = 28 \quad (\text{menor que } 40)$$

y

$$140/2.5 = 56 \quad (\text{menor que } 80)$$

de modo que no se exceden los límites.

La capacidad para esta condición depende del valor de  $L_1/d_1$  y se determina, de manera similar, a la de la columna maciza, excepto que se usa una forma modificada para el factor  $F_{cE}$  como sigue:

$$F_{cE} = \frac{K_{ct} K_x E}{(L/d)^2}$$

El valor de  $K_x$  se basa en las condiciones de los bloques extremos en la columna. En la ilustración de la figura 10.6, la distancia  $x$  indica la distancia del extremo de la columna al centroide de los conectores que se usan para ligar los bloques extremos a la columna. Se dan dos valores de  $K_x$ , que se basan en la relación de la distancia  $x$  con la longitud total de la columna ( $L_1$  en la figura 10.6). Entonces:

1.  $K_x = 2.5$  cuando  $x$  es igual o menor que  $L/20$ .
2.  $K_x = 3.0$  cuando  $x$  se encuentra entre  $L_1/20$  y  $L_1/10$ .

Para nuestro ejemplo, con  $x = 6$  pulgadas,  $L_1/20 = 140/20 = 7$ . Así  $K_x = 2.5$ , y se determina el valor de  $F_{cE}$  como

$$F_{cE} = \frac{K_{ct} K_x E}{(L/d)^2} = \frac{(0.3)(2.5)(1\ 600\ 000)}{(56)^2} = 383 \text{ lb/pulg}^2$$

Este valor se usa en la fórmula para  $C_p$ , como se da en la sección 10.3. Para nuestro ejemplo, el cálculo es como sigue:

$$C_p = \frac{1 + 0.29}{1.6} - \sqrt{\left(\frac{1 + 0.29}{1.6}\right)^2 - \frac{0.29}{0.8}} = 0.27$$

Como esto da para  $C_p$  un valor que es menor que aquel que se obtiene para la condición de pandeo en la dirección  $y$ , la capacidad está limitada por esta condición. Entonces, la capacidad es, como se ilustra en la sección 10.3, la siguiente:

$$P = (F_c) (C_p) (A) = (1\ 300) (0.27) (3) (28.13) = 29\ 621\ \text{lb/pulg}^2$$

### Problema 10.6.A.

Una columna de piezas con separadores de la forma mostrada en la figura 10.6 consta de dos piezas de  $2 \times 8$  de abeto Douglas, de clase estructural selecta. La altura total es 10 pies, y el centroide de los conectores de los bloques extremos está a 5 pulgadas del extremo de la columna. Estime la capacidad de compresión axial de la columna.

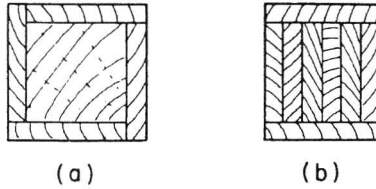
## 10.7 COLUMNAS COMPUESTAS

En diferentes situaciones, las columnas individuales consisten en varios elementos de secciones macizas. Aunque en la descripción se incluyen a las columnas laminadas pegadas y a las columnas formadas por varios miembros, el término *columna compuesta* en general se usa para columnas formadas por varios elementos, como las que se muestran en la figura 10.7. Las columnas laminadas pegadas se diseñan como secciones macizas.

Generalmente, las columnas compuestas tienen los elementos unidos entre sí por medio de dispositivos mecánicos, como clavos, alcayatas, pijas o pernos torneados. A no ser que el ensamble particular haya sido probado en cuanto a resistencia a las cargas para cumplir con los requerimientos del reglamento, se diseña por lo común con base en la capacidad del elemento individual. Es decir, la *menor* capacidad de carga de la sección compuesta es la suma de las capacidades de las partes consideradas individualmente.

Las columnas compuestas más comunes son los diversos ensambles de pies derechos que se presentan en las esquinas de los muros, intersecciones de muros y los cantos de los vanos de puertas y ventanas. Cuando están arriostrados por el revestimiento del muro o por un entramado apropiado, la capacidad agregada de estos montajes se considera como la suma de las capacidades individuales de los pies derechos.





**Figura 10.7** Secciones transversales de columnas compuestas: a) con núcleo de madera maciza; b) con núcleo de madera formado con varios elementos, clavados o laminados pegados.

Cuando las columnas compuestas se presentan como columnas aisladas, es difícil argumentar a favor de una determinación racional de sus capacidades, a menos que los elementos individuales tengan una esbeltez suficientemente baja como para considerar que tienen capacidades significativas. Dos tipos de ensambles que tienen capacidades probadas como columnas compuestas son los mostrados en la figura 10.7. En la figura 10.7a, una columna de núcleo macizo está envuelta por todos lados con elementos más delgados. La suposición común para analizar esta columna es que la esbeltez se basa únicamente en el núcleo, pero que la capacidad de compresión axial se basa en la sección completa.

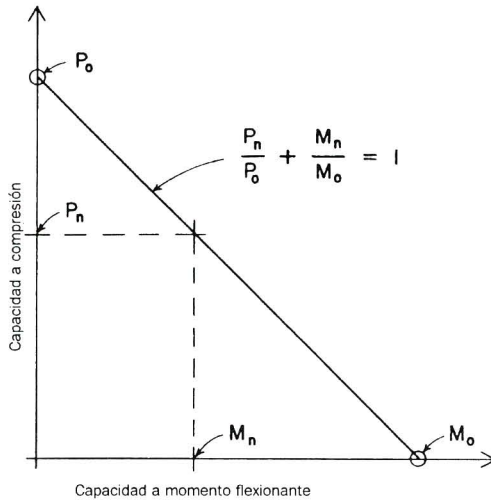
En la figura 10.7b, una serie de elementos delgados se mantiene unida mediante dos placas de cubierta, que tienden a restringir el pandeo de los elementos del núcleo alrededor de sus ejes poco resistentes. Para esta columna, se considera que la esbeltez se basa en el eje más fuerte de los miembros internos. La compresión axial se basa en la suma de los elementos internos para obtener un diseño conservador, pero es razonable incluir las placas si están unidas mediante tornillos o pernos.

## 10.8 COLUMNAS SUJETAS A FLEXIÓN

Hay varias situaciones en las cuales los miembros estructurales están sujetos a los efectos combinados de carga axial y flexión. Los esfuerzos generados por estas dos acciones son del tipo directo (tensión y compresión) y pueden combinarse para dar lugar a una consideración de esfuerzo neto. Sin embargo, las acciones básicas en una columna y un miembro sometido a flexión son, en esencia, de carácter diferente y, por lo tanto, se acostumbra considerar esta actividad combinada, por lo que se llama *interacción*.

La forma clásica de interacción se representa por la gráfica de la figura 10.8. Con referencia a la notación de la gráfica:

La capacidad de carga axial máxima de la columna (sin flexión) es  $P_0$ .



**Figura 10.8** Condición idealizada de la interacción de la columna: compresión axial más flexión.

La capacidad de flexión máxima del miembro (sin compresión) es  $M_0$ .

Para una carga de compresión aplicada menor a  $P_0$ , la columna tiene cierta capacidad para resistir la flexión en combinación con la carga. Esta combinación se indica como  $P_n$  y  $M_n$ .

La forma clásica de la relación de interacción se expresa con la fórmula

$$\frac{P_n}{P_0} + \frac{M_n}{M_0} = 1$$

La gráfica de esta ecuación es la recta que une  $P_0$  con  $M_0$  como se muestra en la figura 10.8.

Se podría elaborar una gráfica similar a la de la figura 10.8, al usar esfuerzos en lugar de cargas y momentos. Este es el procedimiento que se emplea generalmente en el diseño de madera y acero, mientras que la gráfica adopta la forma expresada como:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1$$

- en donde  $f_a$  = esfuerzo calculado debido a la carga verdadera,
- $F_a$  = esfuerzo admisible por acción de columna,
- $f_b$  = esfuerzo calculado debido a la flexión,
- $F_b$  = esfuerzo flexionante admisible.

Diferentes efectos provocan desviaciones de la forma pura, de línea recta, de la interacción, como el comportamiento inelástico, efectos de estabilidad lateral o torsión, y efectos generales de la forma de la sección transversal del miembro. Un efecto principal es el llamado *efecto delta P*. En la figura 10.9a se ilustra una situación común que se presenta en edificios, cuando un muro exterior funciona como muro de carga o contiene una columna. La combinación de carga gravitacional y carga lateral debida a la acción del viento o de un sismo puede producir la condición de carga mostrada. Si el miembro es muy flexible y la flecha es de magnitud apreciable, se genera otro momento a medida que el eje del miembro se desvía de la línea de acción de la carga de compresión vertical. El momento adicional resultante es el producto de la carga ( $P$ ) por la flecha ( $\Delta$ ), que origina el término que se usa para describir el fenómeno (véase la figura 10.9d).

Otras situaciones diferentes pueden conducir al efecto delta-P. En la figura 10.9b se muestra una columna en el extremo de una estructura de marco rígido, donde el momento se induce en la parte superior de la columna, con la conexión con la viga, resistente a momento. Aunque la forma de la flecha es diferente en este caso, el efecto delta  $P$  es similar. La columna vertical empotrada de la figura 10.9c presenta, posiblemente, un caso extremo de este efecto.

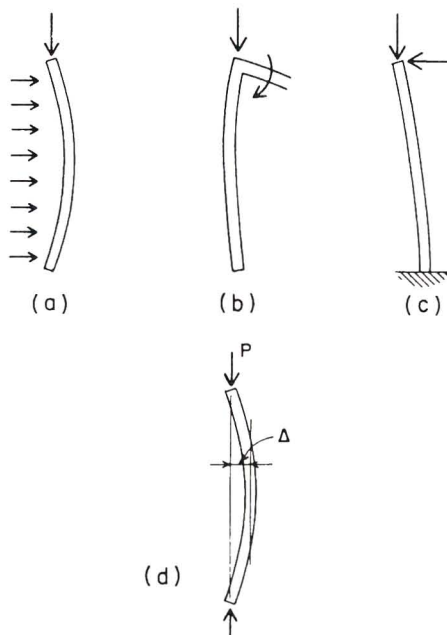


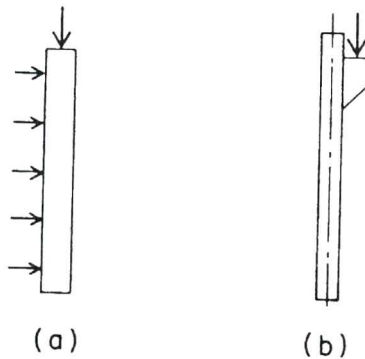
Figura 10.9 Generación del efecto delta  $P$ .

El efecto delta  $P$  puede ser un punto crítico o no serlo; un factor importante es la esbeltez relativa y la flexibilidad de la columna. Las columnas relativamente rígidas tanto tolerarán el efecto de la carga excéntrica, como generarán una flecha pequeña, debida a la flexión, lo que hace al efecto delta  $P$  bastante insignificante. Sin embargo, en un caso peor, el efecto delta  $P$  puede ser un acelerador en donde el momento añadido debido al efecto delta  $P$  causa una flecha adicional, la que, a su vez, conduce a un efecto adicional delta  $P$ , que a su vez causa que la flecha aumente, etc. Las situaciones que pueden ser críticas son aquellas que incluyen miembros muy esbeltos a compresión, para los cuales el fenómeno debe considerarse cuidadosamente.

En las estructuras de madera, las columnas con flexión se presentan con mayor frecuencia, como se muestra en la figura 10.10. Los pies derechos en muros exteriores representan la situación que se muestra en la figura 10.10a. En diferentes situaciones, debido a detalles de ensamble, una columna que soporta sólo cargas verticales está sujeta a flexión si la carga no es axial en la columna, como se muestra en la figura 10.10b. En los criterios actuales, para el diseño de columnas de madera se usa la relación simple de interacción, representada por una línea recta, como una referencia fundamental con diferentes ajustes para casos especiales. Un ajuste es para el efecto delta  $P$  recién explicado. Otro ajuste se relaciona con la posibilidad de pandeo debido a la flexión, que se trata con modificaciones del esfuerzo flexionante admisible.

Para columnas macizas, la edición de 1991 del NDS suministra la fórmula siguiente para analizar una columna sometida a la acción combinada de compresión axial y flexión alrededor de un eje.

$$\left(\frac{f_c}{F'_c}\right)^2 + \frac{f_b}{F_b(1 - (f_c/F_{cE}))}$$
 igual o menor que 1



**Figura 10.10** Casos comunes en los que se presenta la combinación de compresión axial y flexión en columnas: a) pie derecho exterior o cuerda de armadura; b) columna con apoyo acartelado para miembro de lado a lado.

en donde  $f_c$  = esfuerzo de compresión calculado

$F'_c$  = valor de diseño tabulado para el esfuerzo de compresión multiplicado por el factor  $C_p$

$f_b$  = esfuerzo flexionante calculado

$F_b$  = valor de diseño tabulado para el esfuerzo flexionante

$F_{cE}$  = valor determinado para una columna maciza, como se estudia en la sección 10.3

Los ejemplos siguientes servirán para demostrar algunas aplicaciones del procedimiento.

**Ejemplo 1.** Un pie derecho exterior para muro soporta una carga, como se muestra en la figura 10.11. Los pies derechos tienen una altura de 11 pies y son de abeto Douglas, clase pie derecho. Analice el pie derecho con respecto a una combinación de flexión y de acción de columna (*Nota:* este es el pie derecho para muro de edificio, en el ejemplo de la sección 16.3).

**Solución:** de la tabla 4.1, se observa que  $F_b = 776$  lb/pulg<sup>2</sup> (uso repetitivo del miembro),  $F_c = 825$  lb/pulg<sup>2</sup>,  $E = 1\,400\,000$  lb/pulg<sup>2</sup>. Si se incluye la carga por viento, los valores de esfuerzo (pero no  $E$ ) aumentan en un factor de 1.6 (véase la tabla en la sección 4.4).

Se supone que los materiales de revestimiento del muro suministran un apoyo adecuado para los pies derechos en sus ejes poco resistentes ( $d = 1.5$  pulgadas), de modo que la dimensión que se debe usar para el esfuerzo admisible es la otra dimensión, es decir, 5.5 pulgadas.

Entonces:

$$\frac{L}{d} = \frac{(11)(12)}{5.5} = 24$$

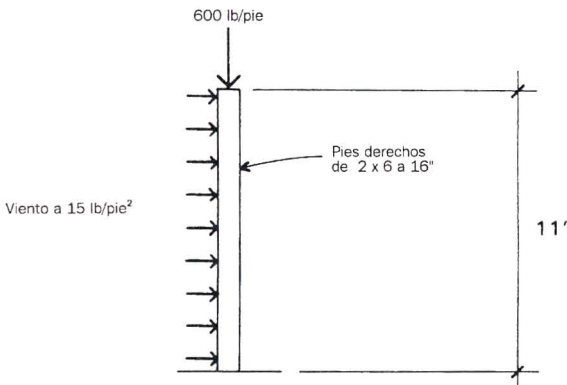


Figura 10.11

y luego,

$$F_{cE} = \frac{(K_{cE})(E)}{(L/d)^2} = \frac{0.3(1\,400\,000)}{(24)^2} = 729 \text{ lb/pulg}^2$$

$$\frac{F_{cE}}{F_c} = \frac{729}{825} = 0.884$$

El factor  $C_p$  para obtener la capacidad de la columna es (sección 10.3):

$$C_p = \frac{1 + (F_{cE}/F_c^*)}{2c} - \sqrt{\left(\frac{1 + (F_{cE}/F_c^*)}{2c}\right)^2 - \frac{(F_{cE}/F_c^*)}{c}}$$

$$= \frac{1 + 0.884}{1.6} - \sqrt{\left(\frac{1 + 0.884}{1.6}\right)^2 - \frac{0.884}{0.8}}$$

$$= 0.531$$

Lo siguiente es considerar si los pies derechos son adecuados para resistir la carga de compresión aislada, sin el factor de incremento del esfuerzo por viento. Con la fórmula para calcular la capacidad de columna, se tiene:

$$P = (F_c)(C_p)(A) = (825)(0.531)(8.25) = 4\,397 \text{ lb}$$

Este valor se compara con la carga dada para la separación de 16 pulgadas entre los pies derechos, que es:

$$P = (16/12)(600) = 800 \text{ lb}$$

lo que demuestra que esto no es un aspecto decisivo.

Para la carga combinada, se determina lo siguiente:

$$f_c = \frac{P}{A} = \frac{800}{8.25} = 97 \text{ pulg}^2$$

$$F'_c = C_p F_c = (0.531)(825) = 438 \text{ pulg}^2$$

$$M = (16/12)(wL^2)/8 = (16/12)(15)(11)^2/8 = 302.5 \text{ lb-pie}^2$$

$$f_b = M/S = (302.5)(12)/7.563 = 480 \text{ pulg}^2$$

$$f_c/F_{cE} = 97/729 = 0.133$$

y sustituyendo en la fórmula de interacción, se tiene:

$$\left(\frac{97}{1.6(438)}\right)^2 + \frac{480}{1.6(776)(1 - 0.133)} = 0.019 + 0.446 = 0.465$$

Como esto es menor que 1, el pie derecho es adecuado.

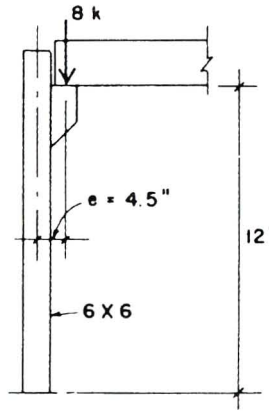


Figura 10.12

**Ejemplo 2.** La columna que se muestra en la figura 10.12 es de abeto Douglas, clase densa No. 1. Analice la columna para determinar la combinación de acción de columna y flexión.

De la tabla 4.1,  $F_b = 1\,400$  lb/pulg<sup>2</sup>,  $F_c = 1\,200$  lb/pulg<sup>2</sup> y  $E = 1\,700\,000$  lb/pulg<sup>2</sup>. De la tabla 5.1,  $A = 30.25$  pulg<sup>2</sup>,  $S = 27.7$  pulg<sup>3</sup>. Entonces:

$$\frac{L}{d} = \frac{(12)(12)}{5.5} = 26.18$$

$$F_{cE} = \frac{0.3(1\,700\,000)}{(26.18)^2} = 744 \text{ pulg}^2$$

$$F_{cE}/F_c = 744/1\,200 \times 0.62$$

$$C_p = \frac{1 + 0.62}{1.6} - \sqrt{\left(\frac{1 + 0.62}{1.6}\right)^2 - \frac{0.62}{0.8}} = 0.5125$$

$$f_c = \frac{P}{A} = \frac{8\,000}{30.25} = 615 \text{ pulg}^2$$

$$F'_c = C_p F_c = (0.5125)(1\,200) = 615 \text{ lb/pulg}^2$$

$$f_c/F'_{cE} = 264\,744 = 0.355$$

$$f_b = M/S = (8\,000 \times 4.5) / 27.7 = 1\,300 \text{ lb/pulg}^2$$

Y para la interacción de la columna:

$$\left(\frac{264}{615}\right)^2 + \frac{1\,300}{1\,400(1 - 0.355)} = 0.184 + 1.440 = 1.624$$

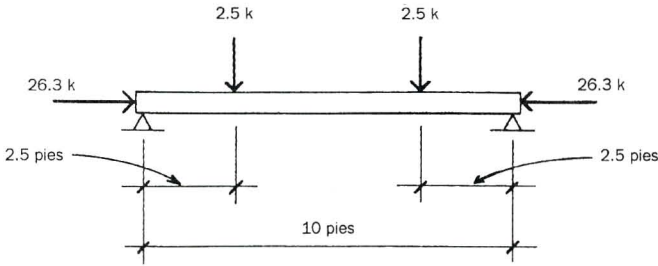


Figura 10.13

Como esto excede la unidad, la columna no es adecuada.

**Ejemplo 3.** En la figura 10.13 se ilustra una condición de carga para un miembro de la cuerda superior de una armadura. Ésta es la condición para la armadura que se ilustra en el ejemplo de diseño del edificio, en la sección 16.6. El elemento propuesto es el dado en el ejemplo, en la sección 10.6. Analice el miembro para la combinación de acción de columna y flexión.

**Solución:** del ejemplo en la sección 10.6 se determina lo siguiente:

El elemento es una columna formada de varios miembros que consta de tres piezas de  $3 \times 12$  de abeto Douglas, clase No. 1.  $A = 84.39 \text{ pulg}^2$ .

$$F_c = 1\,300 \text{ lb/pulg}^2, F_b = 1\,000 \text{ lb/pulg}^2, E = 1\,600\,000 \text{ lb/pulg}^2, C_p = 0.27$$

(Nota: la cuerda de la armadura, en realidad, está inclinada, de modo que su longitud verdadera es de 11.7 pies, como se da en el ejemplo anterior. Sin embargo, su *proyección horizontal* es 10 pies, que es la que se usa como medida del claro para realizar el análisis de flexión [véase la sección 8.9]).

Para la condición de interacción se determina lo siguiente:

$$f_c = P/A = 26/300 \cdot 84.39 = 312 \text{ lb/pulg}^2$$

$$F'_c = C_p F_c = 0.27 (1\,300) = 351 \text{ lb/pulg}^2$$

Para esta situación, la flexión tiene lugar alrededor del eje principal de los miembros, y la dimensión  $d$  usada para la determinación del factor de flexión en la fórmula de interacción es la del miembro en la dirección de la flexión; para este ejemplo, la dimensión es de 11.25 pulgadas. Así:

$$L/d = (10 \times 12)/11.25 = 10.67$$



Entonces

$$F_{cE} = 0.3E/(L/d)^2 = 0.3(1\ 600\ 00)(10.67)^2 = 4\ 216\ \text{lb/pulg}^2$$

$$f_c/F_{cE} = 312/4\ 216 = 0.074$$

Al observar la figura 10.13, la flexión máxima es:

$$M = (2.5)(2.5) = 6.25\ \text{kilolibra-pie}$$

$$= (6.25)(12)(1\ 000) = 75\ 000\ \text{lb-pulg}$$

De la tabla 5.1 se tiene,  $S = 52.73\ \text{pulg}^3$  para un elemento de  $3 \times 12$ ; por tanto,  $S$  para el miembro de tres elementos es  $3(52.73) = 158.19\ \text{pulg}^3$ . Entonces, se tiene:

$$f_b = M/S = 75\ 000/158.19 = 474\ \text{pulg}^2$$

Luego, suponiendo un factor de incremento del esfuerzo de 1.25 para la carga de azotea (tabla 4.2), el análisis de interacción es como sigue:

$$\left[ \frac{312}{1.25(351)} \right]^2 + \frac{474}{1.25(1\ 000)(1 - 0.074)} = 0.506 + 0.410 = 0.916$$

y el miembro es adecuado.

### Problema 10.8.A.

En un muro exterior se usan pies derechos de  $2 \times 4$ , de nueve pies de alto de abeto Douglas, clase No. 1. La carga por viento es de  $17\ \text{lb/pie}^2$  en la superficie del muro; los pies derechos están separados a 24 pulgadas, de centro a centro; la carga gravitacional sobre el muro es de  $400\ \text{lb/pie}$  de longitud de muro. Analice los pies derechos para una acción combinada de compresión y flexión.

### Problema 10.8.B.

Una columna de  $10 \times 10$  de abeto Douglas, clase No. 1, tiene 9 pies de altura y soporta una carga de compresión de 20 kilolibras, que tiene una excentricidad de 7.5 pulgadas con respecto al eje de la columna. Analice la columna con respecto a la compresión y flexión combinadas.