LÓGICA.

A. GALLO

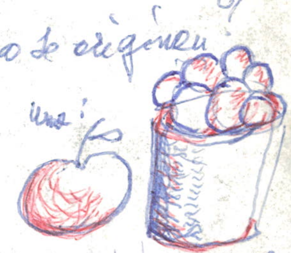
DE

VER ~~POR~~ VERBO

LÓGICA

E. Husserl = Invest. Lógicas 1900 = vol I–II (1)

Su problema { a) las entidades Mat. y su método – Teoría
{ b) los conceptos fund. de la Mat. – como se originan?



Ej: { Diferencia entre { 320 manz. y 321 manzanas? = una i manzana
{ 320 cereza y 321 cereza = una i cereza

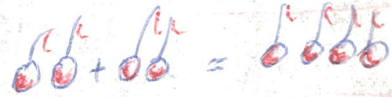
evidencia

Diferencia entre 1 y 2 = (1 qué?) distancia

cuál es la esencia racional de una ciencia deductiva?!

$$\boxed{2+2=4}$$

la unidad racional del método simbólico



Qué clase de lógica es? { no sufic. para explicar la ciencia actual!

Hacia una teoría general de los sistemas deductivos

La Mat.: no se explica por sí = remite a una esfera más general!

$\boxed{\text{VER } \cancel{\text{PARA}} \text{ DE VERBO}}$

La invest. lógica de la aritmética abarca: [multiplicidades, formas del número, la extensión] → natural, fraccionario, algébrico, para muchos algemas

{ Rebasan la esfera cuantitativa
{ y conservan carácter teorético!

Qué es lo "formal" – ?

(= visión inmediata experimental)

Evidencia = término que señala toda posición – racional primaria" (nota de Gaos)

Intelección = Einsicht (= Insight) = demostración evidente = apodíctica = ! la de Husserl

Husserl expone como habiendo ampliado la lógica clásica a la lógica simbólica moderna se le plantearon problemas sobre "la esencia de la matemática en general!

Límites entre sistemas cuantitativos y no-cuantitativos ...

Tuvo que desarr. una lógica del conocimiento; y buscar un fundamento en la psicol. que luego rechazó!

Entonces surgió este libro! L.A.

(2) Todo el primer volumen es una "superación del psicologismo" (relativista) y una demostrac. de lo Objetivo de las formas puras!

— unidad lógica del pensamiento (de la teoría)

Empezó a hacer reflexiones críticas sobre la esencia de la lógica!

Llegó a la fundamentación de la teoría del conocim. y a fenomenología y análisis de la experiencia!

Todo ello es previo a las Investig. Lógicas

El Ier Vol a toda una crítica del psicologismo

CATEGORIAS = Aristóteles: Lógica - Ed Aguilar (p 234)

Lógica: Categorías (Cap. 4º) son en primer término categorías lingüísticas —

Las 10 categorías

"cada una de las palabras" o expresiones "independientes", o sin combinar con otras — significa "de suyo" una de las siguientes cosas" =

1) El qué (la sustancia) - el sujeto concreto.
2) La magnitud (cantidad) - espacio - medible
3) qué clase de cosa (cualidad) adjetivos = diferente.
4) Con qué se relaciona (relación) causa, efecto, diferencia, opositor
5) Donde está (lugar) sitio
6) Cuando (tiempo) = instante - orden
7) En qué actitud está (posición, modalidad ~~hábito~~ estado) de sentar, echado, sentado
8) Cuales son sus circunstancias (~~estado~~ hábito, condición): está armado, calzado
9) Su actividad (acción): corta, quema, golpea
10) Su pasividad (pasión): se enfría, se quema en

Las categorías - lógicas son en primer término categorías lingüísticas "independientes — y luego ontológicas!

Ninguna de ella es una afirmac. o negac. (= estas vienen de la combinación entre términos = (los enunciados)!)

M O T I V A C I O N

La duda de Leonardo.

Un joven llamado Leonardo, terminado su bachillerato està a punto de empezar estudios superiores y quiere dedicarse a una materia que realmente le satisfaga.

Leonardo es un joven especulativo, no piensa solo en una carrera practica para hacer dinero y situarse en la sociedad.

Quiere algo más. Dominar los secretos del mundo; una ciencia que rebase todas las ciencias.

El padre de Leonardo le pregunta:

-Qué carrera piensas escojer en la Universidad?

Leonardo: -"No lo he decidido porque me parece que cada una de las ciencias sólo se ocupa de un fragmento de la realidad.

Mi modelo es Leonardo da Vinci un artista inquieto: pintor escultor, ingeniero, inventor y filósofo. Fue excelente en cada una de estas disciplinas.

El padre:-hoy, con el avance de las ciencias es imposible abarcar tantos campos y profundizar; deberás seleccionar únicamente uno.

Leonardo:-Sin embargo todas las ciencias deben poseer algo en común.

El padre:-Todas las ciencias se sirven de la experiencia y de la medición.

a) - La "experiencia" varía según el tipo de objeto que se estudia: (desde la vida - a la psicología, a la ingeniería y a la física:)

b) - La "medición" en último término es medida matemática o estadística.

(4) Charlas a los profesores: Noviembre 1995.

P. 7 figura: hoy llueve en < Xela / ... / X

Palín

mi casa

México

(1) El problema del "sentido"? ¿Cómo se produce?

La combinación es "sintagmática"

María
Luis
El tren
El avión
Mario
mi carro

→ Transporta ↔

ideas
cajas
libros
computadoras
naranjas
razonamientos
átomos
contradicciones
vacío

paradigma serie — Relación — paradigma serie

Todo término posee un "paradigma" → ¿deriva el sentido de su paradigma

Le.

P.

~~Leonar~~do:-Cree usted entonces que la "ciencia de las ciencias" es la matemática?

P.

~~El padre~~:-hay algo más. Todas las ciencias partiendo de la experiencia acaban por establecer leyes generales.
Estas se expresan en fórmulas y las fórmulas, como las experiencias, acaban por aclararse ~~con~~ en el lenguaje.
El lenguaje es el campo de acción en el que confluyen todos los experimentos científicos, ~~como sus explicaciones~~ también las fórmulas y las leyes se aplican con el lenguaje.
El lenguaje es el medio común y universal de la existencia humana y de todo el saber.

~~Leonar~~do:- Tendré entonces que escoger entre matemática y lenguaje?
O bien se trata de dos géneros que interfieren entre si?

P. — Probablemente (secundarias) si

~~No es~~ la matemática es también una especie de lenguaje?

L. — Entonces ~~será que~~ el estudio del lenguaje incluye el estudio de las matemáticas y demás ciencias?

~~El padre~~:-No es que las incluya propiamente. Pero no hay duda de que el lenguaje posee un carácter más universal, más abstracto y en cierto sentido, posee una capacidad radical para dar razón de toda la actividad científica.

Le~~onardo~~:-Tengo la impresión de que el lenguaje conduce más fácilmente hacia la literatura que hacia la ciencia, hacia la poesía y el arte, que hacia la biología y la química.
Cuál es el aspecto del lenguaje que es capaz de coordinar, superar y dar razón de las ciencias?

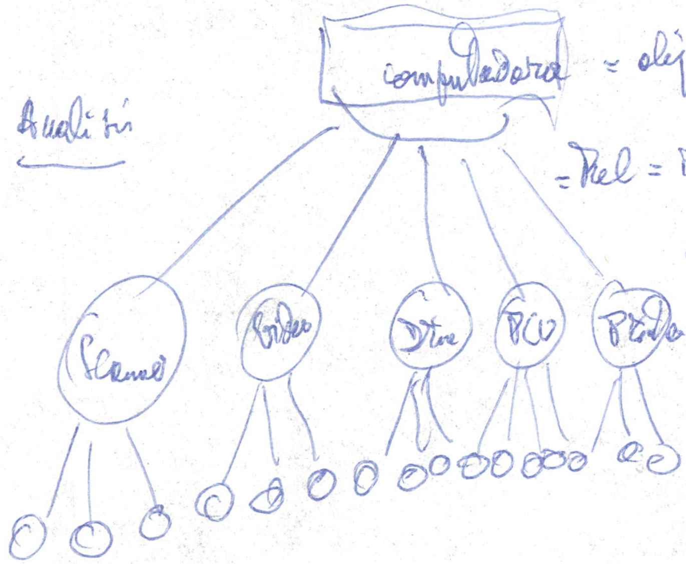
(6) El Tema del "Árbol".

¿Porque el arbol? R/ = es un proceso de → "síntesis" / → "análisis"

Cualquier objeto – no esta solo! continúa –

Análisis

computadora = objeto = ideal (unidad física)



= Rel = inclusión

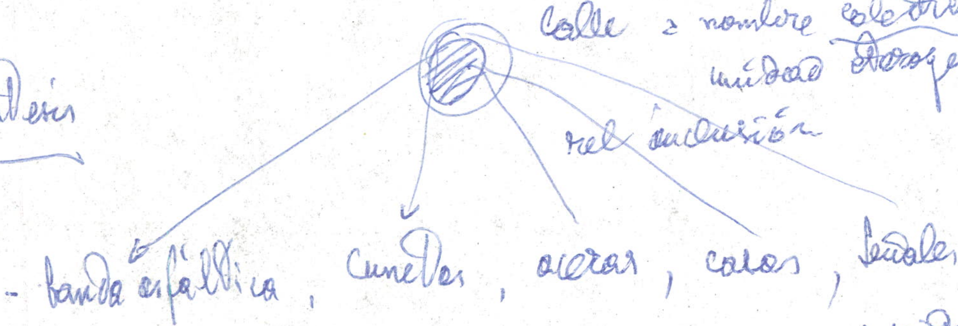
análisis = abstraer

Rel = inclusión

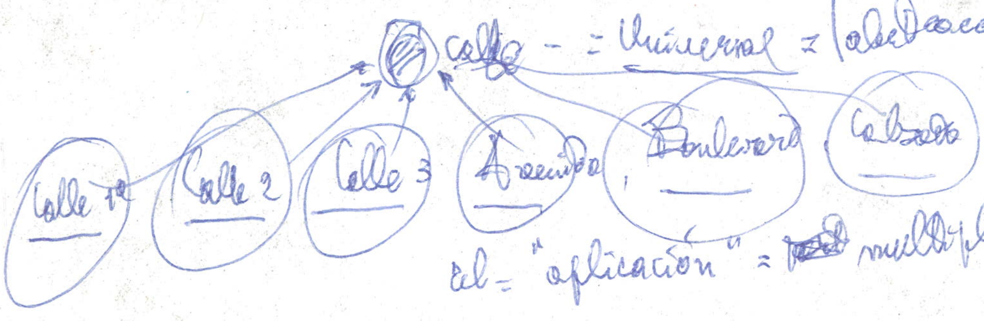
= componentes = abstracto generalizado

Síntesis

Calle = nombre colectivo, unidad heterogénea | Objeto = Virtual, unidad concreta, esta calle



calle – = Universal = unidad abstracción



= memoria paradigma

rel = "aplicación" = ~~???~~ multiplicar –

El padre:—La característica de todos los "lenguajes" es ser un "sistema de signos. Esto se aplica a todo tipo de lenguaje: comunicación oral y escrita, matemática, científica, histórica... No existe ningún "lenguaje" en ciencias o literatura o arte o comunicación, que no sea un sistema bien reglamentado de "signos".

Leonardo:—El más próximo a todos los sitemas es, al parecer, el sistema lingüístico como tal.— Estudiar la lengua y la lingüística seria entonces el camino de la universalidad, lo maximo de los conocimientos humanos?

El padre:—La linguística es evidentemente un sistema bien organizado de signos y el estado actual de la linguistica es el más elevado que se haya alcanzado en muchos siglos.

Además la linguística nos permite ampliar los conocimientos hacia la antropología, la sociología y la psicología.

Sin embargo la linguistica no es más que un sistema "particular" de signos. Es un sistema cerrado; cada idioma crea su propio sistema "particular" de signos.

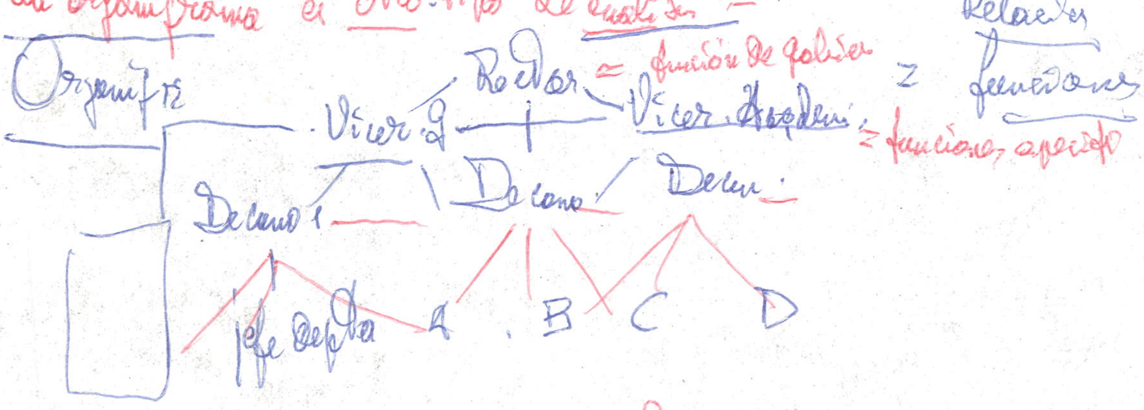
La linguística no resuelve su problema. No es la ciencia de las relaciones.

Leonardo:—Si lo que hace tan importante la lingüística es fundamentalmente ser un "Sistema de Signos" por qué no dedicarse a analizar el sistema = sígnico como tal y ver qué relaciones posee el sistema de signos lingüísticos con el sistema de signos matemáticos, con el sistema de signos de las ciencias biológicas, físicas, sociología, arte y literatura?

Sería éste el verdadero estudio de los principios del lenguaje?

Existe tal disciplina en la Universidad?

8 Un organigrama es "otro tipo" de análisis –

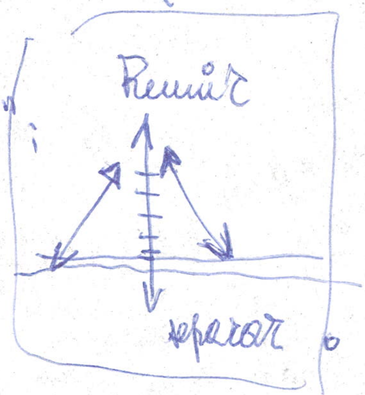


Qué clase de relaciones se establecen?

Análisis fig. 1.9

El nivel cero = relac. nivel uno { = no es lo mismo = que la relación "nivel uno – dos"?

Concepto – general de "arbol":



o multiplicar

Resumen:
Dentro de este esquema hay
diferentes relaciones $\boxed{A}$ – separar = Descomponer – multiplicar = "Dispersar"

a) conjuntos → miembros (tales conjuntos) homogéneos?

b) colectivos ⇄ componentes – heterogéneos = partes

c) universales ⇄ individuos = "particulares"

El padre:—Para estudiar los sistemas de signos en toda su universalidad se abren dos caminos: uno es la semilogía, una ciencia empírica bien definida.- Otro es dificil de definir: la podríamos, por ahora, llamar: El estudio del sistema Signico como tal.

La semilogía estudia el signo y su poder de significación en diferentes casos: el signo lingüistico, el signo cultural o tecnico y trata de averiguar las categorias de signos y su modo de significar.

Leonardo:—No es ésta ciertamente la ciencia universal que buscamos? Nos quedaría unicamente este segundo camino que has definido provisionalmente: El estudio del Sistema Signico como tal, una definición bastante vacía de contenido.

El padre:—Este es el punto precisamente. Se trata de una ciencia tan general que carece de contenidos. Es algo que se aproxima a la mente humana como tal. Estudia el sistema como sistema, y el signo como sistema de signos. Este es el elemento común y universal que buscabamos y que està presente en todas las ciencias desde la matemática a la simple artesania.

Leonardo: Empiezo a entender a qué te refieres. El "sistema" es como el enlace, la organización, los nexos entre operaciones, las premisas básicas y sus derivaciones, el orden; en una palabra la coherencia que justifica, sustenta, dirige todas las operaciones del ser, desde las estrellas a un hormiguero, desde la sociedad, a la célula.

El sistema de signos es por tanto la razón de su actividad concreta, pero vaciada de objetos, de materias; es pura forma, concepción mental, necesidad interna, racionalidad.

⑩ Menú W.P. 5.1.

ALT =

W.P. — Rel = inclusión.

1 File — 2 Edit — 3 Search — 4 Layout — 5 Mark — 6 Tools — 7 Font — 8 Graphics — 9 Help

File: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ..
- Retrieve — Sh F10
- Save — F10
- Text in — ^ F5
- Text out — ^ F5
- Password — ^ F5
- List files — F5
- Print — Sh. F7
- Setup — Sh F1
- Go to Dos — ^ F1
- Exit — F7

Edit: Move, Past, Copy, Append, Delete, Undel, Block, Select, Comment, Switch, Window, Reveal Codes

Search: Forward, Backward, Next, Previous, Replace, Extend, Go To

Layout: Line, Page, Doc, Other, Column, Table, Math, Footnote, End-note, justify, Align, Style

Mark: Index, Table of Co., List, Cross R., Table Auth., Define, Generate, Master doc, Sub. doc, Doc. Comp.

Tools: Spell, Thesau, Macro, Date T, Date C, Date Fot., Outline, Parag., Define, Merge Co, Merge, Sort, Line Dr

Font: Base, Normal, Appear, Superscr, Subscr, Fine, Small, V. Large, Extra Lrg, Print Col, Characters

Graphics: Figure, Table Box, Text Box, Equation, User Box, Line — create, Edit, New number, Option — Edit horiz.

Help: Help, Index, Template

"Paradigma" — "Word processor" universal. Rel = abstracción.

— WS — WP — Work — Word — Wordstar — Symphony — ...

Ⓑ Reunir

- Concretos homogéneos individuos → Universalizar
- Concretos heterogéneos → componer → en un todo colectivo
- Conjunto { separados / con interferencia } → incluir → en un super-conjunto

¿Cómo se le puede llamar todavía "ciencia", a este tipo de investigación?

El padre:-Sin embargo es hoy el nivel más elevado y más abstracto de la especulación científica; se puede llamar, pura lógica, o inteligencia artificial, o ingeniería del conocimiento.
Cada uno de estos terminos trata de interpretar a su modo este tipo de ciencia.

Leonardo:-Aún así deberíamos precisar el objeto al cuál se aplica esta ciencia tan abstracta y universal que es difícil de nombrar con una sola palabra. Se trata de un elemento medular, de una fuerza que da vigor y resistencia a todas las demás ciencias, una reflexión de segundo grado sobre los objetos y los métodos de cada ciencia en particualr?

El padre:-La estás describiendo en términos muy elevados y al parecer inaccesibles. La realidad es mucho más simple. Empieza con mirar a las cosas reales, a los experimentos científicos. Unicamente observa y acostúmbrate a ver las conexiones, las relaciones y las formas. De allí será fácil encontrar los mecanismos subyacentes de cada actividad científica.

Leonardo:-Quieres decir que tengo que acostumbrarme a ver las cosas desde una perspectiva nueva? Viendo únicamente los mecanismos, los procesos, las secuencias, vaciando por completo los objetos de su materialidad?

El padre:-Este es el comienzo del camino, un comienzo simple, descriptivo, experimentable. De allí en adelante te conducirá la ciencia misma hacia el vértice, hacia los axiomas, las formas universales.
¿Te parece que todavía se mantiene firme tu sueño de aprender esta

13 Relación entre =

conjuntos → superconjuntos → Universo
Dominio de individuos

implicación del subconjunto → al conjunto = el pequeño implica el gran
la parte implica el todo

Implicación del Objeto unitario a sus partes reales = El todo implica la parte

Todo término lingüístico pertenece a un Paradigma

CASA = (tomada como universal) = multiplicación = deducción (extensión)

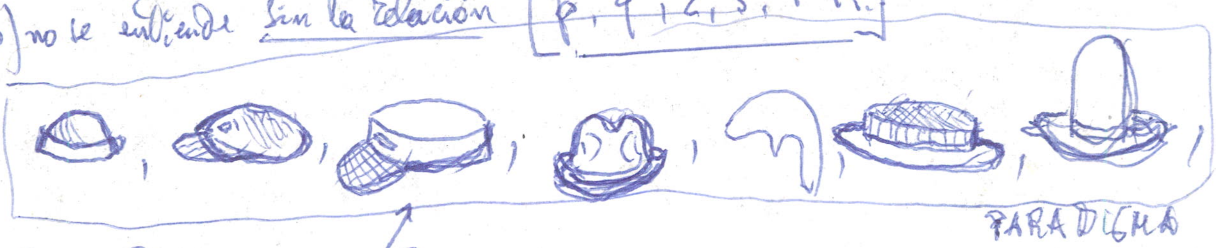
Choza, cabaña, bungalow, Establo, Vivienda, Palacio, Castillo, = "paradigma"

casa = tomado como "colectivo" = (efecto) = (inducción composición)

entrada, sala, habitación, cocina, lavandería, despensa, escalera (comprensión)

① El sentido de una oración: "Esta es una casa"! = siempre hace referencia a un paradigma = p.

(p) no se entiende sin la relación [p, q, r, s, t ...]

Ej: 

PARADIGMA

q

Qué es este sombrero?

La unidad que yo quiero "definir" "cortar" = tiene sentido en el paradigma

La unidad de discurso = oración = tiene sentido en su paradigma = (p.)

esta "ciencia de ciencias"? ¿O bien has perdido el interés en ella?

Leonardo:—Por supuesto que no he perdido el interés, al contrario, lo siento como un desafío a mi inteligencia; tengo la sensación como de estar colocado al centro del universo donde se cruzan todas las demás labores científicas.

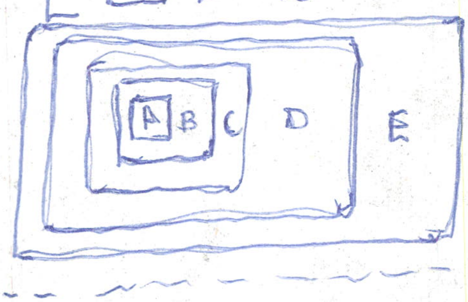
Ej: [... 1, 2, 3, 4 ... 50 ... 100 ... 200 ...]

Qué significa 100 quetzales? R/ = tiene sentido en el "paradigma"!

Conjuntos {A, B, C, D, E} = tienen sentido en el paradigma = cuál?

2 o más posibilidades

[$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{E}$] = paradigma = "serie" linear



= paradigma inclusión = clases!

Discurso (I.) [maria, luis, tren, carreta, avión, barco.]

transporta

Paradigma heterogeneo: [ideas, cajas, libros, planes, armas, átomos, vacío.]

---

cuando se determina un conjunto – este lleva consigo la referencia a un paradigma = pero no se puede confundir el objeto con el paradigma

El objeto es real el paradigma es posible!

(14)

Cap. I

Intereses

1 – Quiero saber como funciona este mecanismo de Unificación de la ciencia

Objetivos

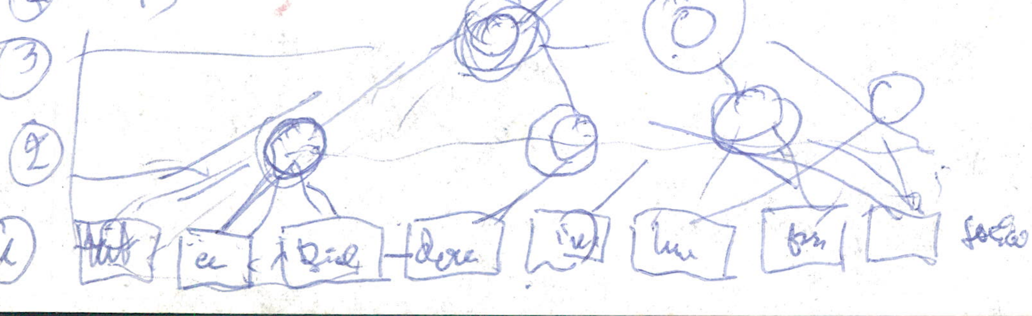
1 – Analizar descriptivamente el conjunto de las ciencias para encontrar el punto de convergencia –

Contenido

(1). Leonardo en su 1er año de Universidad quiere organizar su mente y quiere saber como se relacionan las ciencias desde la perspectiva de su carrera –

a) Descripción objetiva de las diferentes disc

Mente-sector = pensamiento.



I. Ver mas allá de lo Visible: Todos los caminos conducen al Verbo.

Este primer núcleo de "nuestra" ciencia pretende hacer ver al estudiante que la lógica no es una disciplina extraña, sino un elemento que está presente en todas nuestras investigaciones: históricas, científicas, literarias o místicas. En cualquier objeto en que usted ponga la mano encontrará una "razón-lógica".

Empecemos con algo sencillo: los números naturales. Entremos en una clase de primaria donde los niños aprenden a conocer los números y los manejan como pedacitos de madera. Pongamos en orden estos cuadritos:

1 2 3 4 5 6 ....

Nos preguntamos: ¿cuál es la "razón" para ordenar ~~de esta forma~~ en este modo los cuadritos de madera? R/. sólo hay una razón. Y esta razón es constante: "la diferencia entre el primer cuadro y el segundo cuadro es una unidad", lo mismo del segundo al tercero, del tercero al cuarto, del cuarto al quinto... y así en adelante.

Esta es pues la característica de los números naturales: difieren por una unidad. Esta unidad es igual, constante.

Podemos escribirlo así:

Formula: difieren por una unidad (1,2,3,4,5,6,7,8.....)

Igualmente si establecemos una progresión geométrica:

2, 4, 8, 16, 32, 64..... Obs

¿Cuál es la "razón" común? R/ - el número siguiente "dobla al anterior"

(16) Las paradojas lógicas = Unidad 2 p. 8~~4~~ - 212

= Los conjuntos → sus posibilidades.

1. 2. ellos, algunos → "Todos" = pronombre no definido!

la clase de "todas" las clases = no - definido

(1) Posibilidad y Realidad. = confusión

(2) Pseudo concepto =
- La Nada
- La sombra
- la falta - carencia
- la imposibilidad.

Porque pseudo = concepto? = Un pensamiento al que no corresponde una Realidad

(conceptos - límites)

a) Relación → imaginada
b) Relación = simbólica
c) Relación = negativa
d) Posibilidad de definición negativa.
e) Iconos = "simulacros"

3) Realidad Virtual —

3) 2) Super estructura —

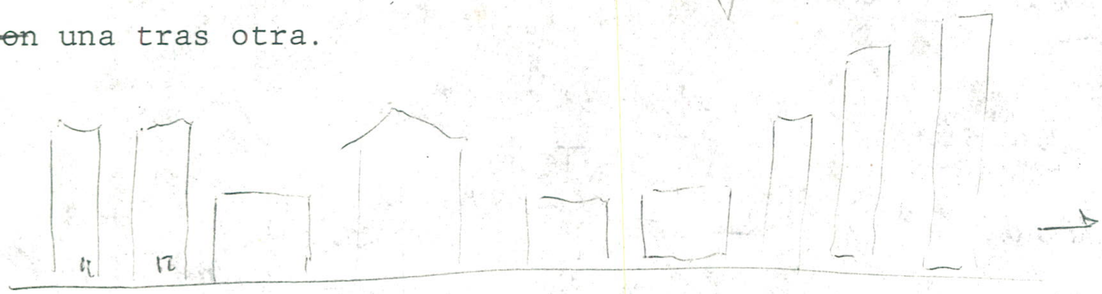
1) Estructura —

Podemos escribirlo así:

Formula: el-número-siguiente-dobla-el-anterior (2,4,8,16,32,64...)

También aquí tenemos una razón constante, que se expresa con el verbo doblar. Hagamos un ejemplo más concreto. ¿Qué es una calle?

R/. es una ordenación de casas a lo largo de un eje; las casas van ~~con~~ una tras otra.



calle

Formula: se colocan una tras otra (primera casa, siguiente, otras, etc...)

Vamos ahora a un ejemplo científico. La tabla de los elementos químicos. Sabemos que los elementos se ordenan a partir del átomo de hidrógeno.

¿Cuál es la "razón" de esta ordenación? = R/ El elemento siguiente posee un peso específico mayor que el anterior.

Que podemos expresar con la forma.

posee peso específico mayor que el anterior (...)

Ahora ya ha aprendido Ud. como funciona el mecanismo de abstracción: lo que se llama la razón de la ordenación lo expresamos con un $\boxed{\text{verbo}}$, el resto va entre paréntesis.

(18)

Los "Tipos" Lógicos

$\boxed{7.84}$ Definición de puerto = noción

a) Desde el contexto empírico = diferencias: = $\boxed{\text{PUERTO}}$ hechos = paradigma

barco = palabras

barco de mar refugio de las olas para atracar

(concepto = realidad Vitruvio)?

b) Desde el Objeto (concepto) a sus componentes reales

$\boxed{\text{PUERTO}}$

[muelle, docks, dársena, almacenes, defensas, faro] palabra hechos

---

Cómo jerarquizar los "Tipos"?: Russell establece 3 niveles esenciales

Tres niveles →

3 f (x, y) — (método generalizado!)

función - ~~argumento~~ objeto? — (lógico)

2 predicado - ~~argumento~~ → gramatical) = Oración predicativa

1 particular = cuando hay una oración término que se refiere a un individuo

"Campos" de significación (p. 85)

Ahora podemos multiplicar los ejemplos, colocaremos siempre el "verbo" antes del parentesis.

Ejemplos:

es padre de (Carlos, María). (Carlos es padre de María)

van en fila (una casa, otra casa, otra casa, ~~otra~~ casa...)

aumentan de peso (elemento 1, elemento 2, elemento 3, elemento 4...)

~~una co~~sa mueve ~~otra~~ (~~el pistón~~ la gasolina, el motor, el motor, la capa, la caja, las ruedas, las ruedas, la carrocería).

Cuando Leonardo empezo a ver que todas las cosas y todas las ciencias utilizan un mismo patrón para expresarse, entendió que todas podrían ser reducidas a una formula en la que el "verbo" expresa la relación entre un sin número de objetos. Esta formula se puede generalizar con la expreción: $F(x,y)$

F = es el verbo, ~~y~~ x, y son dos variables que pueden contener toda clase de objetos.

El mismo patrón puede derivarse de una estructura arquitectónica simple o compleja:

Por ejemplo: sobre el ~~fundamento~~ cimiento se rige el primer nivel, y sobre este el segundo y sobre este el tercero. Que puede expresarse con un verbo:

se-rige-sobre (~~fundamento~~ cimiento, primer nivel, segundo nivel, tercer nivel) es decir: F (x,y,r,s,t,z...)

Conjuntos - Árbol y Oración

(Trabajo instru) = extensión = campo de aplicación = memoria

martillo v sierra v buril v tenazas v pala v pico

Trabajo = intensión (comprensión) = contenido

(sujeto y energía y actividad y plan y objetivo) = componentes

quími v vegetal v espiritual v emociones v

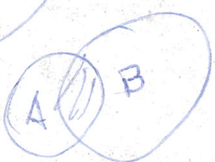
vida

calor movilidad crecimiento finalismo

Oraciones

Los pájaros no son peces $S + -P$ $(A \cap \tilde{A}) = \Delta$

Los pájaros son volátiles

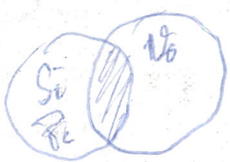


Algunos pájaros vuelan

Algunos pájaros no vuelan $(A \cap \overline{B})$

Si los pájaros vuelan ent. son ligeros

Si algunos pájaros no vuelan entonces no son le



fracturas

fiebre

O bien en el campo médico = producen (microbios, reumatismos, hormonas, ~~rupturas~~...)

En todos los casos el verbo es un factor en evidencia con relación a cada uno de los términos que yacen entre paréntesis.

El concepto de: elemento-constante, relación, factor-en-evidencia, son términos que pertenecen a un nivel reflexivo superior, y pueden organizarse para dar forma a una nueva ciencia universal que pretende encontrar los puntos de unión de todas las ciencias.

Este punto de unión, de cualquier ciencia particular se trate, lo encontramos en una fórmula linguística, que ya por sí es un sistema de signos.

Ej: alimenta (pan queso, tortilla, fruta, carne, pescado)

es decir, se formula con un código linguístico, que a su vez puede ser traducido a un código más ~~sofisticado y~~ preciso y más simple, que llamaremos un código-lógico:

F (a, b, c, d, e, f, g, ~~h~~ ...)

Regresemos ahora sobre nuestro título: Todos los caminos conducen al verbo. El verbo, como expresión linguística de una relación puede ser utilizado para hablar de, historia, medicina, matemática, biología, etc.

Por ejemplo: "atrae, repele, añade, disminuye, separa, reúne, etc." son

verbos que se utilizan en todas las ciencias

Porque desempeñan una ~~pueden llevar la~~ función de relación, en cualquier ciencia. Lo que varía es el conjunto de ~~son~~ los argumentos, es decir los términos que van dentro del paréntesis.

20

Instrumentos de ANÁLISIS

"Árbol"

Estructura formal

carrera

materias

actividades

Detalles

Parte de una "Estructura informal"

no reconocible como el término "Carrera"

término colectivo

Eran tarefas genérico sin contenido fijo

$f(a, b, c(1,2,3,4))$ etc. ....

Estructura

$2(a.F.f)$

"Conjunto"

Estructura formal

carrera

reconocible

mat

mat

mat

mat

Estructura informal

no reconocible

La carrera universal sin materias, las acciones a realizar y sus detalles

"Tablas de V"

Tabla

FORMAL

Estructura

Resultado

proceso

tabulación

Enunciado

3 variables

estructura desconocida

$(p \to q) \vee r \to (p \wedge r)$

"Formas Normales"

Estructura reconocible

resultado

FORMAL

Forma Normal

Proceso "de equivalencia"

Enunciado

estructura desconocida informal

?

"Derivaciones lógicas"

Estructura reconocible

FORMAL

Resultado

Demostración

inferencias de proceso

Enunciado

Estructura desconocida informal

?

Unidad, 2

Verbo-verdad y Verbo mentira.

Hemos visto que todas las estructuras lógicas confluyen en un punto: el VERBO.

En cualquier enunciado el verbo establece una relación entre los terminos que supuestamente corresponde a una realidad comprobable a una verdad.

De un punto de vista lógico. Comprobar la verdad de un verbo no está al alcance de nuestros medios, porque eso evade del campo lógico y entra en el campo de lo experimentable, es decir de las demás "ciencias".

Nunca podré aclarar si $F(x,y)$ es una expresión verdadera o no. porque se trata de una expresión sin contenido.

Aquí tenemos que regresar a nuestro concepto de signo. $F(x,y)$ es un signo, y como tal no posee una referencia es algo sin significado especifico, una pura estructura mental.

Ej: enseña (Jorge, matemática). [$= F(x,y)$]

Esta ultima expresión pertenece al lenguaje y será verdadera o bien falsa.

Esta es una caracteristica general de todos los "signos" que afirman o niegan algo: el "poder-ser", verdaderos o falsos —

La expresión: enseña (Jorge, matemática) en su propio campo linguistico tendrá una sola caracteristica: será verdadera o bien falsa según los casos (y como según sea comprobada, o verificada)

Pero la formula $F(x,y)$ que es una generalización de lo anterior posee todavia la doble posibilidad, ~~de ser~~ (es decir puede ser) verdadera o falsa..

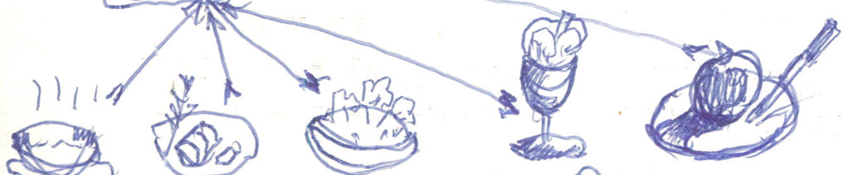
24 Lógica Booleana: George Boole; "The laws of the thought". Dover Publish. NY. (1854)

↳ ver el final de este →

Niveles de abstracción comparada

a) nivel cero

menú



caldo — carne — ensalada — helado — fruta

ingredient. — condim, salsa, tipo — verduras, salsa, aderezo — fresa, choco, vai — piel, pulp, semi

a)

Carro

resultado

proceso

Elemento

b) nivel lingüístico:

Rectoría

Consejo — Asesores — Secretarías — Ejecutivos

Nombres, Facultades, local, Generas — Oficinas, Secciones, activos — Primera, Ayud, Consejo — Técnicos, comunicadores, archivo

resultados

proceso

element

c) (+ intuitivo) simbólico formal

Conjunto espacio

tenis — cedis — barre — peso

Eleme — Ele — Ele — Ele

1 — 2 — 3 — 4

resulta

miembros

proceso

Dominio

[illegible] espacio

d) Nivel Simbólico + matemático

Tabla

resultado

Proceso

Variable — Constant — Auxiliares

enunciados — conjunto

Consecuentemente acerca de esta formula: F(x,y) desde un punto de vista lógico solo podemos decir que tiene una doble posibilidad: ser verdadera o falsa.

La escribiremos asi: $F(x,y) \begin{matrix} \nearrow V \\ \searrow F \end{matrix} = (Fx,y)$ es = V,o,F.

Es decir posee dos "valores posibles": V = verdadero y F = falso: (posible)

Si representamos F(x,y) con una P, asi: F(x,y) = P,

entonces diremos que = $P \begin{matrix} \nearrow V \\ \searrow F \end{matrix}$ P es V, o F.

Con una formula simple como P no tendremos mucho que decir acerca de su verdad.

Pero hemos aprendido en el núcleo anterior que las fórmulas se pueden combinar, tendremos entonces formulas mas complejas como:

F(x,y) H(x,y) Si llamanos a la primera P y a la segunda q tendremos: $(p \wedge q)$ que corresponde a los valores de Verdad de las formulas dadas.

P=VoF y q=VoF.

Partiendo ahora de la expresión $(P \wedge q)$ podemos preguntarnos:
Si P es VoF, y q es VoF, qué valor tendrá la entera expresión?

Hay muchos procedimientos para contestar a esta pregunta. - Uno de ellos es el cáculo de posibilidades de valores de Verdad por medio de la "Tabulación" (para las diferentes tipos de enunciados compuestos.) —

26) El proceso de unificación a nivel "abstracto" = simbólico es más complejo pero conserva la analogía

---

$\boxed{\text{Tabla}}$

(combinaciones matemática y lógica de posibilidades)

variables + conectivos + auxiliares

e) ? = $[(p \to q) \wedge (r \to s)] \to (p \wedge q) \leftrightarrow \sim(r \wedge s)$

resultado
↑
proceso = lógico, matemático
↑
elementos

---

d) nivel de discurso — El triángulo es simple ∧ el círculo es complejo → se contraponen

c) nivel lingüístico — triángulo, cuadrado, círculo, medialuna, doblelunela ...

b) nivel de figuras — ... ≈ imágenes

a) nivel de cosas — ... materiales ≈

La Tabla es el resultado de una síntesis de
- combinaciones algebraica
- posibilidades lógicas de las definiciones
- estructuras subordinadas de las figuras auxiliares

Ej $\{(p \to q) \wedge p\} \to q$

$[(\ )\ (\ )] \to (\ ) \leftrightarrow \sim(\ )$

Lógica Booleana = "George Boole": An Investigation of Laws of Thought. (167)
Dover public. NY (1854) 1960?

1, Pretende construir la LÓGICA como una ciencia! Donde está el problema? = ¿INDUCTIVA?
Las verdades generales de la lógica son de tal naturaleza que: — visión mental?
{ 1) Cuando se presentan a la mente
{ 2) Enseguida reciben "asentimiento" = acuerdo!
para construir esta especial "ciencia".

2. Le problema { 1) No está en reunir el material del conocimiento
{ 2) Sino en "discernir" la naturaleza lógica de estos materiales!
y cuál es el lugar que unos ocupan con relación a otros (p. 5)

3 ": El conocimiento de las "Leyes del pensamiento" no exige una recopilación previa (p 4) de observaciones!
En cualquier instancia particular se "capta la verdad general! — y esta no aumenta con la repetición de las instancias!

4. = Se trata entonces de una "ciencia — bien — especial"!!!
La lógica es ciencia
ej: La fórmula llamada "dictum" de Aristóteles: { De omni" — / Et nullo" —
{ no sabemos si expresa una "verdad primaria"
{ pero seguramente expresa una "Verdad general" en Lógica.
y esa verdad se deriva de la reflexión "sobre un caso singular"; de todas sus aplicaciones!
Y es evidente que el principio particular de esta ley se funda en alguna ley general (de las leyes generales) — !
Y el valor de esta generalidad = no se deriva de una "generalización" desde las experiencias particulares.

5, Todas las ciencias constan de leyes generales, pero de ellas sólo algunas son principios = primarias y fundamentales!
Los fundamentos son "simples axiomas" (p 5)! y estos son "verdades generales!"

6. Este texto está diseñado para "expresar" las leyes generales del pensamiento = según el Lenguaje "simbólico" del Calculo"!
Portanto hay un paralelo ¿ { El lenguaje simbólico del cálculo —
{ Se traslada al "sistema — lógico" como un "paralelo"!

7

168

8) Exigencias generales del método.

8.1. La conclusión debe "expresar" una relación entre el TODO o entre una parte de los elementos involucrados en las premisas!
POR TANTO = es un requisito que poseamos los medios para eliminar los elementos que no queremos que aparezcan en la conclusión! y para determinar " la cantidad de relación implicada por las premisas! entre los elementos que queremos retener! (p 8)

8.2.
— El método original en Lógica debe expresar una "Relación-final"! entre los elementos de la conclusión – (p. 9.)

a) Por cualquier "tipo" de proposición "admisible"!
b) En cualquier "orden" (que se haya elegido) de los términos!

"NB." = Porqué "admisible"? qué clase de ORDEN? del fundamento, (p. 9.) ¿?
En ello juega la "subjetividad" (= exterioridad) del fundamento
ATENCION: Lo cual no significa "subjetivismo" = arbitrario, heteróclito, ambiguo!
sino "participación del sujeto" = mediación del yo entre extremos del orden
Vea Boole (p. 11) "ley del cual eso es sujeto" = "las últimas leyes del pensamiento hacen posible ese modo"!

— No puedo establecer un orden que determine la orientación de una relación. Ej. (A → B) (= A implica B) a menos que conozca de "antemano" la posición relativa de A respecto a B y de B respecto de A. = Este es el "orden" a que se refiere Boole en sus consideraciones previas (= cap. 1º).

Y precisamente esta "ordenación" es la que hace "intervenir un individuo (sujeto) = (yo) de manera previa a toda consideración lógica.

– Pero no solo de "manera previa" sino "concomitante" = compenetrada y contemporánea (como fundamento implícito y operante) a toda consideración u operación lógica: Ej.: 1) [A → B y B → C] → (A → C) : unidireccional
la "subordinación" entre el corchete [.........] → (.......) y el paréntesis de esta fórmula pertenece al "orden" que yo establezco y sobre el cual "se rigen" las operaciones-lógicas!

Ej.: 2º)
(A → B)
(A)
∴ (B)

Esta fórmula: sobre "2" dimensiones.
(A → B)
(A)
(B)
: esta pequeña arquitectura es fruto de un orden externo o previo a la operación lógica!

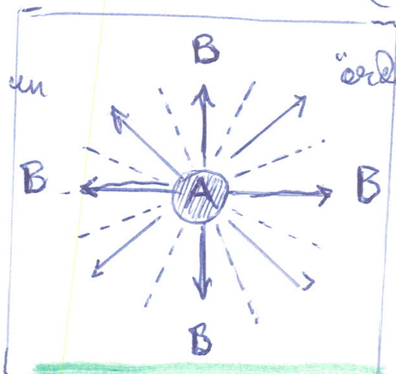
Todo "proceso" u operación lógica: Tablas de Verdad, Normales, Derivaciones, etcétera, →

→ están soportadas, fundamentadas, en este marco ordenado = unidireccional o pluri-dimensional, que condiciona, o posibilita las operaciones, como una "estructura previa, subyacente a la cual nos referimos "implícitamente" — como dominio "lógico - de un Dominio Lógico! (o pre-lógico? o mejor dicho "sill-ógico" para expresar su "concomitancia" o contemporaneidad - necesaria)?—

EL MARCO = Dominio M. = (U.)

Este "marco", sustancia, estructura "concomitante", pertenece a "quién"? sino al que establece el orden = decir al (yo)? Qué clase de marco, o sustancia es?
Pero en este caso no se trata de un (yo) individualizado sino de un ("yo") participado o "compartido", es decir un (nosotros - yo)! = todos aquellos que "concordamos" en la demostración o en el desarrollo del proceso, o "convenimos". Esta concordancia no es un "hecho" o "cosa" estática, sino mas bien un "poder" acompañante, una sombra!
Podríamos darle un nombre? el dominio - M? (= o de la mente - existente) "mía y nuestra"? (o del marco)

Ej: Si yo "estableciera" un "orden" cuádruple que relacionara A con B y B se colocara en cuatro direcciones diferentes, qué clase de operación lógica podría establecerse? Puede la misma "A" relacionarse con cuatro B sin que haga diferencia entre una B y otra? = o sea que B sea "la misma"? Porque no?



y si en lugar de cuatro fueran nB, o bien ∞B!.........
Qué clase de "posibilidades lógicas podría (yo) establecer? (yo = nosotros?)

— Quién me asegura que las dos dimensiones de un proceso de derivación constituyan el "mismo" proceso??

Donde está la "mismidad" de lo continuo, o de la "relación"?!
En virtud del "marco" (dominio M.) es necesario que las "cuatro direcciones de B" no sean el mismo B sino p. ej B_1 B_2 B_3 B_4! o que el orden de las oraciones de un razonamiento no sea invertido?

DEFINICION. "PROBABILIDAD"

13. La "medida de la probabilidad" de un evento es una "FRACTION" — con en el Numerador el numero de casos favorables al evento — en el Denominador el total de casos favorables y desfavorables. Ej: Numero de una loteria — probabilidad de ganar

$$\frac{3850}{3850} = \text{todo} \qquad \frac{1}{3850} = \text{un solo número que yo tengo} \qquad \frac{20}{3850}$$

si tengo 20 numeros. etc..

Esta es la definición adoptada.

Hay un 2º aspecto del sujeto. también fundamental. —

Diferencia entre: { DATA = probabilidad de uno o más eventos. Su probabilidad es (Quaesitum) —

{ o el "acontecer" absoluto del hecho —
{ o la probabilidad que el hecho se de en "ciertas" condiciones!

2) Quaesitum = o objeto deseado, a otro evento, diferente en expresion del de los datos. pero que involucra mas o menos los mismos elementos.

Con relac. a los DATA ellos son o "casualmente" datos; o se derivan de la observación!

En este ultimo caso la Probabilidad puede definirse como el límite al que se acerca si la investigación de los datos continúa (p. 14.) —

Los eventos son { simples / o compuestos } ⟹ dependiendo del "modo de expresion en el lenguaje"

Cap. II Los "~~Signos~~" "Signos"

I Definición (A) Signo es una "marca" "arbitraria", con interpretación = fija! y que se puede combinar con otros signos — según ciertas leyes "fijadas" que dependen de su mutua interpretación —

Notas previas (p. 24).

1) El lenguaje no solo es un medio de expresión, es un "instrumento de la razón humana"

(No explica qué significa "instrumento".)

2) Se pregunta "qué es lo que hace que el lenguaje sea un "instrumento" (ed. a las órdenes) de las "facultades intelectuales" más importantes. — (no explica qué es facultad - intelectual)

3) Afirma que en cada fase de la investigación | 1) "estaremos conducidos a considerar el lenguaje como "un sistema" - apto para su finalidad.

a) de investigar sus elementos

b) a tratar de fijar su mutua ~~contratación~~

~~para alcanzar el fin~~ dependencia y relación | 4) basar en que modo contribuyen a alcanzar

el fin el cual se refieren, como partes - coordinadas de un sistema!

(B) Si consideramos los "Signos" como representativos de las cosas! y de las relaciones; o como representativos de concepciones y de operaciones del intelecto humano:

ENTONCES = Estudiando las leyes de los signos estamos estudiando las "leyes manifiestas del razonamiento! (p. 24.)

si existe alguna diferencia entre los 2 órdenes - esta no afecta la "expresión" de la "ley - formal"! = que es el objeto de investigación a este "nivel"?

(C)

Investigar las leyes de los "Signos" desde el lenguaje = es investigarlas "a posteriori".

El objeto inmediato de la investigación es el "lenguaje" —

con las reglas que gobiernan el "uso" (p. 24)

Mientras si hacemos objetos de una investigación directa "los procesos del pensar" estamos apelando - de un modo inmediato a nuestra conciencia - personal! (p. 25.)

122

En ambos casos dice Boole se encontrará que "los resultados son equivalentes (?!!!) formalmente entre tantas lenguas y dialectos
No podría pensarse que se hayan conservado y por tantos siglos
lo que es común y universal —
si no existiera un fundamento profundo — de la coincidencia (del consenso) acerca sobre de las leyes de la mente misma. — (p 25)

I. Los "elementos" que conforman el lenguaje son: signos o símbolos! (p. 25)

1. Las palabras son "signos". A veces se usan para representar cosas!
En los procesos de razonamiento (p 26) "los signos ocupan el lugar y cumplen el oficio de "las concepciones y operaciones de la mente" — son las conexiones y relaciones — !
{ En cuanto "signos" están en lugar de las concepciones y operac. (de la mente) y entonces: obedecen a las leyes de dichas concepciones y operaciones! (p. 26)

NB Esto no está nada claro! (dice que verá cap 3°)
En qué sentido "corresponden" — están "sometidos"! — de la "naturaleza de su interpretación".
Esta "fijeza" de leyes — y ese sometimiento dependen de la

2. Análisis y clasificación de "signos".
Define los signos — como: Proposiciones. I. (p. 27)
↓
Clases I. = clasificación

1) x y &c = repres. sujetos = cosas argumentos
2) + — x = operaciones
3) = identidad
Están sometidos a leyes definidas en parte coinciden con los signos del Algebra y en parte no.

"Descriptivos o apelativos" = expresan el nombre o alguna circunstancia que le pertenezca.

3. Todos los signos (palabras) pueden ser sustituidos por signos letras! (p. 28).
(xy) = (x que son y) (xy = yx) (= x i y) (y i x) —
Lo cual realmente no corresponde (p. 29) a una oración, solo a signos.

NB — "No es una oración" solo una serie ....
{ Las ovejas que son blancas = xy
Los blancos que son ovejas = yx
NB. no son iguales! (p 27)

Clases: $\boxed{1°}$ Signos "descriptivos" que expresan un nombre o una cosa o una calidad o una circunstancia de ella, —

Si al adjetivo se añade la palabra = cosa, ser = es como si fuese un sustantivo
Ej: "El prado es verde" ⟷ "El prado es cosa-verde" = a equivalente al proceso de razonar!

Esta 1ª clase sirve para expresar cualquier tipo de relaciones. (A veces se indica eso como "dicción - poética." ~ Palabras que corresponden a una descripción Ej. βαθυδίνης = "océano - profundo - englutidor" 123

- Vice-versa = cualquier descripción real o imaginaria = puede ser representada con un solo "signo" (p 28) y usar los adjetivos, y ser sometido a las mismas leyes.

xy = ovejas blancas
xy = estuario de río
xyz = estuario de río - navegable.

1) La descripción es una "serie" del mismo nivel ($x, y, z, s, t, r, m, n, o, p, q$ ....) = aplicables conjuntamente ... viene a coincidir con el conectivo ($\wedge$) (p. 30)
2) El orden de la descripción es indiferente ($xy = yx$) la relación es especular.

Observaciones a la ley anterior =

1) Es la ley del pensamiento, no propiamente ley de las cosas! la diferencia de cualidades "no es diferencia de cosas sino puramente de concepción" (= es un mero - subjetivismo?) La ley solo "expresa una verdad general" = "que la misma cosa puede ser vista de modos diferentes ... y establece la naturaleza de tales diferencias" y nada más (p 30.)

2) Como ley de la mente, es desarrollada en ley del lenguaje! = producto e instrumento de pensamiento.

27

Tabla de Tantologias = Utiles

S   o = Separación: $(P \wedge (P \to Q) \to Q$

Simplificación: $(A \wedge B) \to A$ y $(A \wedge B) \to B$

Transit o = Silogismo hipotético $\left[(P \to Q) \wedge (Q \to R)\right] \to (P \to R)$

P.C.   o = Prueba condicional $\left[(P \wedge Q) \to R\right] \to P \} \to (Q \to R)$

Leyes de "Morgan": $(A \to B)$ eg. $(-A \vee B)$

$-(A \wedge -B)$

Bibliografía:

Paul Thom: "The Syllogismo" — En. Philosophia-Verlag. —

$A \to B$

$A \leftrightarrow B$

De Razonamiento

FORMAS - VALIDAS - clásicas ⇒ SILOGISMOS.

A parte de los silogismos CATEGORICOS

existen otras formas de SILOGISMO:

A Silogismo Hipotético Simple = (=de una sala hipotesis)

Cuando la mayor es una Oración Condicional

a.1 Una forma Válida de Silogismo hipotetico es el
MT = modus ponenda ponens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ -p \\ \hline \therefore -q \end{array}$$

a.2 Otra forma Válida de silogismo hipotético es el
MT = modus tallendo tallen

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ -q \\ \hline \therefore -p \end{array}$$

Y todas las formas "derivadas de estas -p

y portanto "equivalentes" o implicadas por estas

B Silogismo Disyuntivo. que posee una disyuntiva en la premisa mayor. 2 formas Válidas b_1 y b_2.

b.1 La menor niega una de las alternativas: la conclusión afirma la otra

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ -A \\ \hline \therefore B \end{array} \qquad \begin{array}{l} A \vee B \\ -B \\ \hline \therefore A \end{array}$$

b.2 La menor afirma una de las alternativas. La conclusión niega la otra:

$$\begin{array}{l} A \,\underline{\vee}\, B \\ A \\ \hline \therefore -B \end{array} \qquad \begin{array}{l} A \,\underline{\vee}\, B \\ B \\ \hline \therefore -A \end{array}$$

C Silogismo Conjuntivo: La mayor es una conjunción de oraciones.

Unicamente posee una "forma válida" cuando los elementos unidos, no pueden ser ambos verdaderos a la vez:

$$\begin{array}{l} -(A \wedge B) \\ A \\ \hline \therefore -B \end{array} \qquad \begin{array}{l} -(A \wedge B) \\ B \\ \hline \therefore -A \end{array}$$

2 falacias

$$\begin{array}{l} A \wedge B \\ \hline \therefore A \end{array}$$

D Si uno tiene en una premisa la Afirmación de una conjunción puede utilizar la REGLA de SIMPLIFICACION. llamada "de Morgan"

(A B) A
(A B) B

Derivando uno de los dos elementos de la conjunción.

E Puede utilizarse también el Esquema del Poli-Silogismo.

POLISILOGISMO
TM - TA TB - TM ――――― TB = TA TM (A)-TC TD - TM (A) ――――― TD = TC TM (C) -TE TF - TM (C) ――――― TF - TE TM(E) - TG TH - TM(E) ――――― TH - TG etc...

Dilemas: ejemplos

Si tu meditas profundamente encontrarás la verdad — $(P \to Q)$ — $(A \to B)$

si te distraes mucho serás un superficial — $(R \to S)$ — $\wedge\ (C \to D)$

$\wedge$ O meditas prof. o te distraes mucho — $(P \vee R)$ — $\wedge\ (A \vee C)$

entonces

→ o encontrarás la verdad — $(Q \vee S)$ — $\Downarrow\ (B \vee D)$

→ o serás un superficial

Si $\Downarrow$

Si los Diputados se doblan el sueldo habrá devaluación — $(P \to Q) \wedge$

Si ~~los obreros entran en huelga~~ hay control de precios habrá crisis de producción — $(R \to S) \wedge$

Y o ~~los diputados en~~ los Dip. se doblan el sueldo o habrá ~~huelga~~ control de prec — $P \vee R$ — $\Downarrow$

~~habrá~~

entonces o habrá devaluac. o crisis de producc. — $(Q \vee S)$

DILEMA — Prueba de Verdad, con la forma Normal — Bueno

1 $(A \to B) \wedge (C \to D) \wedge (A \vee C) \Rightarrow (B \vee D)$

2 $[(-A \vee B) \wedge (-C \vee D) \wedge (A \vee C)] \vee (B \vee C)$ — Si

$[-(-A \vee B) \vee -(-C \vee D) \vee -(A \vee C)] \vee (B \vee C)$

3 $[-(-A \vee B) \vee -(-C \vee D) \vee (-A \wedge -C)] \vee (B \vee C)$

4 $\{[(A \wedge -B) \vee (C \wedge -D)] \vee (-A \wedge -C)\} \vee (B \vee C)$

5 $\{[(A \vee (C \wedge -D)) \wedge (-B \vee (C \wedge -D))] \vee (-A \wedge -C)\} \vee (B \vee C)$

$\{[(A \vee C) \wedge (A \vee -D) \wedge (-B \vee C) \wedge (-B \vee -D)] \vee (-A \wedge -C)\} \vee (B \vee C)$

6 $[(A \vee C \vee (-A \wedge -C)) \wedge (A \vee -D \vee (-A \wedge -C)) \wedge (-B \vee C \vee (-A \wedge -C)) \wedge (-B \vee -D \vee (-A \wedge -C))]$

7 $\{[A \vee C \vee (-A \wedge -C)) \wedge (A \vee -D \vee (-A \wedge -C)) \wedge (-B \vee C \vee \ldots$

$(A \vee C \vee -A) \wedge (A \vee C \vee -C) \wedge (A \vee -D \vee -A) \wedge (A \vee -D \vee -C) \wedge (-B \vee C \vee -A) \wedge (-B \vee C \vee -C)$
$\quad 1 \qquad 2 \qquad 3 \qquad 4 \qquad 5 \qquad 6$

8 $[(-B \vee -D \vee -A) \wedge (-B \vee -D \vee -C)] \vee \}$
$\quad 7 \qquad 8$

$(A \vee C \vee -A \vee B \vee C) \wedge (A \vee C \vee -C \vee B \vee C) \wedge (A \vee -D \vee -A \vee B \vee C) \wedge (A \vee -D \vee -C \vee B \vee C)$
$\quad 1 \qquad 3$

9 $(-B \vee C \vee -A \vee B \vee C) \wedge (-B \vee C \vee -C \vee B \vee C) \wedge (-B \vee -D \vee -A \vee B \vee C) \wedge (-B \vee -D \vee -C \vee B \vee C)$
$\quad 5 \qquad 6 \qquad 7 \qquad 8$

F También puede utilizarse la forma del Sorites: o silogismo abreviado

T M ——	T A
T B =	T M
T C	T B
T D	T C
T E	T D
T F -----	T E
T F ——	T A

$$\frac{(P \to Q) \land (R \to S) \land (P \lor R)}{(Q \lor S)}$$

Premisas = conclusión

G Otra forma Válida es el Dilema:

$$\begin{array}{c} P \quad R \\ \downarrow \land \downarrow \\ Q \quad S \end{array} \land (P \lor R) \Downarrow (Q \lor S)$$

$[(P \to Q) \land (R \to S) \land (P \lor R)] \to (Q \lor S)$ El "Dilema" correcto.

$\sim[(-P \lor Q) \land (-R \lor S) \land (P \lor R)] \lor (Q \lor S)$

$[\sim(-P \lor Q) \lor -(-R \lor S) \lor -(P \lor R)$

$[(P \land -Q) \lor (R \land -S)] \lor (-P \land -R) \lor (Q \lor S)$

$[(P \land -Q) \lor -P] \land [(R \land -S) \lor -R] \lor Q \lor S$

$[(P \lor -P) \land (-Q \lor -P) \land (R \lor -R) \land (-S \lor -R)] \lor (Q \lor S)$

$\underbrace{(P \lor -P}_{1} \lor Q \lor S) \land \underbrace{(-Q \lor -P \lor Q}_{2} \lor S) \land \underbrace{(R \lor -R}_{3} \lor Q \lor S) \land \underbrace{(-S \lor -R \lor Q \lor S)}_{4}$

$(R \lor -R) \land (S \lor -P) \land (-S \lor -R)$

no

vuelta

$[(P \lor -P) \land (-Q \lor -P) \lor [(R \lor -P) \land$ ...

$(P \lor -R)] (-Q \lor -R)$

DILEMA

1ª	$P \to Q$	1ª premisa
2ª	$R \to S$	2ª premisa
3ª	$P \lor R$	3ª premisa
	$Q \lor S$	conclusión

Demostrar = $Q \lor S$ — Sí!

1	$-Q$	Supos neg.
2	$P \to Q$	1ª Prem
3	$-P$	1-2 MT
4	$P \lor R$	3ª Prem
5	R	3-4 Sil. Dis
6	$R \to S$	2ª Prem
7	S	5-6 = MP

Sí

$$\frac{\begin{array}{c} Q \lor S \\ -Q \end{array}}{\therefore S}$$

Sí

$\Big[\big[(A\to B)\wedge(C\to D)\big]\wedge(A\vee C)\Big]\to(B\vee D)$

34

$\sim\Big[\big[(\sim A\vee B)\wedge(\sim C\vee D)\big]\wedge(A\vee C)\Big]\vee(B\vee D)$

no

$\big(\sim[\qquad]\vee\sim(A\vee C)\big]\vee(B\vee D)$

$\big([\sim(\sim A\vee B)\vee\sim(\sim C\vee D)]\vee(\sim A\wedge\sim C)\vee(B\vee D)$

$\big((A\wedge\sim B)\vee(C\wedge\sim D)]\vee(\sim A\wedge\sim C)\big)\vee(B\vee D)$

$[(A\vee(\sim A\wedge C))\wedge(\sim B\vee(\sim A\wedge\sim C))\vee(C\vee(\sim A\wedge C))\wedge(\sim D\vee(\sim A\wedge C))]\vee B\vee D$

$[(A\vee\sim A)\wedge(A\vee C)\wedge(\sim B\vee\sim A)\wedge(\sim B\vee\sim C)]\vee[(C\vee\sim A)\wedge(C\vee C)\wedge(\sim D\vee\sim A)\wedge(\sim D\vee C$

$(A\vee\sim A\vee B\vee D)\wedge(A\vee C\vee B\vee D)$

$A\vee\sim A\vee[\qquad]\wedge(A\vee C\vee[\qquad]\wedge(\sim B\vee\sim A\vee[\quad]$

$\wedge(\sim B\vee\sim C\vee[\qquad]$

no

$(A\vee\sim A\vee\sim D\vee\sim A)\wedge(A\vee\sim A\vee\sim D\vee C)\wedge$

$[(A\vee\sim A\vee C\vee\sim A)\wedge(A\vee\sim A\vee C\vee C)$

$(A\vee C\vee C\vee\sim A)\wedge(A\vee C\vee C\vee C)\wedge(A\vee C\vee\sim D\vee\sim A)\wedge(A\vee C\vee\sim D\vee C)]\vee B\vee D$

$\{[(A\wedge\sim B)\vee(C\wedge\sim D)]\vee(\sim A\wedge\sim C)\}\vee B\vee D$

$\{A\vee(C\wedge\sim D)\wedge(\sim B\vee(C\wedge\sim D)]\vee(A\wedge\sim C)\}\vee B\vee D$

$\{[(A\vee C)\wedge(A\vee\sim D)\wedge(\sim B\vee C)\wedge(\sim B\vee\sim D)]\vee(\sim A\wedge\sim C)\}$

$\{(A\vee C\vee\sim A)\wedge(A\vee\sim D\vee\sim A)\wedge(\sim B\vee C\vee\sim A)\wedge(\sim B\vee\sim D\vee\sim A)\wedge$

$A\vee C\vee\sim C)\wedge(A\vee\sim D\vee\sim C)\wedge(\sim B\vee C\vee\sim C)\wedge(\sim B\vee\sim D\vee\sim C)]\vee B\vee D$

$(A\vee C\vee\sim A\vee B\vee D)\wedge(A\vee\sim D\vee\sim A\vee B\vee D)\wedge(\sim B\vee C\vee\sim A\vee B\vee D)\wedge$

$(\sim B\vee\sim D\vee\sim A\vee B\vee D)\wedge(A\vee C\vee\sim C\vee B\vee D)\wedge(A\vee\sim D\vee\sim C\vee B\vee D)$

2 3

$\wedge(\sim B\vee C\vee\sim C\vee B\vee D)\wedge(\sim B\vee\sim D\vee\sim C\vee B\vee D)$

4 5

EL RAZONAMIENTO Teoria "oracional" de la Inferencia

Tanto las Tablas de Verdad como las Formas Normales nos han conducido a encontrar FORMAS-DE-RAZONAMIENTOS que por ser universalmente válidos, son Tautologia; y por se tautalogias son universalmente Válidas.

Podemos portanto "generalizar" y decir que cualquier forma de razonamiento será válido, si es una tautologia, o puede ser reducida a Tautologia.

EN GENERAL:

Qué es un razonamiento "válido?"

R/ = Es una forma de razonamiento que posee esta "única" propiedad:
"Cada vez que las premisas son verdaderas también lo es la conclusión."

Existe portanto un "nexo" que víncula las premisas con la conclusión de tal forma que la conclusión NO puede ser falsa, si las premisas son verdaderas.

Diremos entonces que: en un Razonamiento correcto, las Premisas Implican a la Conclusión.
En otras palabras: se excluye el caso (V F) entre premisas y conclusión.

Se excluye la posibilidad de que las premisas (juntamente) sean Verdaderas y a la vez conclusión sea Falsa.

Podremos portanto establecer Reglas
para determinar la Válidez de un Razonamiento cualquiera. Esto nos permite someter a análisis formas todavia desconocidas de razonamiento para determinar si son formas válidas o no.

Además de los metodos ya conocidos de las Tablas de Verdad y de las Formas Normales, podemos adoptar cualquier procedimiento con tal que se respeten ciertas reglas de Inferencia.

DENOTACION : "On Denoting." (p 51) (B. Russell.)

36

Denotar = nombrar ! designar (almenos en el caso concreto de las descripciones definidas)
(Bertrand Russell : Lógica y Conocimiento Ed Taurus. Madrid - 1966) p 51

La "denotación" no posee significado mas que en la "Oración Completa"

Contrapone : { Denotación = designar = referirse a un ser real (= existencial) del cual tengo experiencia
Significado = { contenido de la palabra - predicado — los predicados son conceptos y al tiempo!

Para Russell - Los Sujetos son = términos ; y
Lo mismo la "con-notación" -

connotación = referencia a un objeto "evocado" por una frase "descriptiva" (por una denotación.

Distingue entre { nombres
descripciones

FORMAS.
- un hombre ....
- algún hombre ....
- cualquier hombre ...
- Todo hombre ....
- todos los hombres ......
- el actual rey de Francia ....
- el centro del sistema solar ....
- ... en virtud de la FORMA.

Ej: Una expresión "Denotativa" es del Tipo : son todas expresiones que denotan un contenido general = no son existenciales!

Una expresión es denotativa, unicamente en virtud de la FORMA

{ 1) Una expresión denotativa { puede "no denotar nada"
puede denotar un objeto "particular"
2) " " "
3) " " " puede denotar con cierta "vaguedad"

Cuando no podemos fundar en modo directo (experimental) de una cosa, entonces debemos recurrir a las "descripciones"!

Distingue : { experiencia directa = existencial = "conocimiento directo"
tener noticia = denotadas = expresión denotativa
= conocimiento "acerca de" ...
= conocimiento de aquello que se denota

"carecemos conocimiento directo de aquello que se denota"
(p 54)

El principio fundamental sigue siendo el mismo. La conclusión debe ser implicada por las PREMISAS.

Como tal "implicación" es una Relación, deberán establecerse reglas específicas que nos aseguren de que tal relación se da en las Formas que analicemos.

Para que la conclusión sea válida deberá portanto "derivarse" de las Premisas.

INFERIR — PROCESO

DERIVACIONES - LOGICAS

La INFERENCIA es un proceso por el cual se demuestra que el NEXO, entre Premisas y conclusión, es un nexo necesario.

Esto significa que las Premisas son sustituibles, por la conclusión. (La "Tabla" de Verdad de aquellas, implica la "tabla" de la conclusión.)

En otras palabras "sustituimos" una expresión por otra que le sea "equivalente" desde el punto de vista LÓGICO. (premisas) (conclusión)

Por esta "necesidad" del nexo entre Premisas y Conclusión, el Valor de Verdad de las Premisas es transmitido a la Conclusión.

Ej: Si quiero derivar de la premisa: P

la conclusión: $(P \to Q) \to Q$

deberé demostrar la "necesidad" del NEXO.

Entonces si dirá que la conclusión $[(P \to Q) \to Q]$ ha sido derivada de la premisa P.

Puestas ciertas premisas pueden obtenerse diferentes conclusiones. La "inferencia" deberá establecer cuales son las oraciones que son válidas, y cuales no; como conclusiones de tales premisas. Derivar una conclusión equivale a decir: "obtener unicamente las conclusiones que proceden "necesariamente" y portanto validamente de las premisas."

Patrik Suppes cualifica a la conclusión de "INTERPRETACION" en relación con las premisas. Si P es una conclusión "derivada" de Q se considera una "interpretación" de P. (p. 46) (= en el sentido del "Teorema de Hillert.")

Las expresiones denotativas: todo... o nada... son las más primitivas (porque generaliza al extremo?)

(38)

$C(x)$ = es siempre verdadera
$'C(x)$ = es siempre falsa
$C(\text{algo})$ = es falso que $'C(x)$ es falsa → sea siempre verdadera.

1. Las expresiones denotativas nunca tienen significado por sí mismas.
2. Pero toda expresión "verbal" en que intervenga una denotativa → tiene significado

El problema está en hacer un análisis – correcto!
Enseña hacer un análisis apropiado.

Ej: "Me encontré con un hombre" → (si de hecho lo hice = será verdadera)
pero no es esto el sentido: hay experiencia! no denota!
↳ pero si es denotativa entonces:
"me encontré con x y x es hombre" — no es siempre falsa!

define la clase hombre, como la clase de objetos que tienen el predicado h.

$(x) \sim (x \text{ es } h . \wedge \sim x \text{ es mortal})$ = todos los h. son mortales
$(x) \sim (x \text{ es } h \wedge \sim \text{yo encontré } x)$ = si x es h → yo encontré x
= si x es h entonces x es mortal, es siempre verdadera ...

– La verdad es condicionada por la expresión condicional universal —
– El análisis consiste en redificar las expresiones en modo que desaparezcan las expresiones "denotativas"!

Al contrario la teoría de Meinong: supone que estas corresponden a "objetos" = que solo son mentales! – entonces cae en contradicción?! Esta concepción ← existen y no existen (p. 49.)

Aquí Russell: habla de "pseudo-conceptos" (= objetos ideales que no existen en la realidad.)
y cree que todos los pseudo conceptos implican una contradicción –
Por ello se preocupa por eliminar las expresiones denotativas.

* Pero qué sucede? cuando un "pseudo concepto" se refiere a algo "experimentado"?
No puede decir que allí hay contradicción!
Solo es cuestión de un "límite" del conocimiento" — o del lenguaje!?,

Ej: Vacío, separación, distancia, ausencia, contrariedad, disparate, pasividad, negatividad – incoherencia, anterioridad, consecuencia, implicación, necesidad....

39

Siendo $Q = (A \rightarrow D)$ y
siendo $P = (B \vee C) \rightarrow E$

Diremos que "P" es un interpretación oracional de "Q" porque procede por sustitución de un elemento en todos los lugares que se encuentra (A) por El conectivo principal ($\Longrightarrow$) se mantiene invariado y es una implicación.

Ej: si Q = Si el carro es nuevo Luisa lo maneja con cuidado $=(A \rightarrow D)$
y si P = si el carro es veloz, o su barniz es brillante ,
(entonces)$\rightarrow$ Las carreteras dan gusto = (B v C)

En esta "derivación" (interpretación oracional)
se conserva la FORMA oracional

Pero al revés "Q" no seria una interpretación Oracional de "P" porque la disyuntiva no se encuentra en él.

La interpretación oracional de una expresión Q que es P puede tener mayores estructuras pero no menores (recurda V-F).

Si la primera oración Q es: $A \rightarrow (B \vee A)$
y P es: $D \rightarrow (E \vee F)$ no es una interpretación

oracional porque en P no hay la repetición de "D" que substituye A en todo lugar la correcta seria $D \rightarrow (E \vee D)$

Expresado en forma general se dirá:

P es consecuencia lógica de Q, si, son verdaderas todas las interpretaciones oracionales de $(Q \rightarrow P)$.

Si las sutituciones se realizan con oraciones atónicas entonces:

Def_1. "Una Tautologia es una expresión cuyas "interpretaciones-oracionales-atónicas" son todas verdaderas.

Def_2 Si es verdadera la interpret. oracional atómica de una oración, entonces "Toda" interpret. oracional de la misma resulta verdadera.

Todas las demás "transformaciones" que R. propone son "interpretaciones" (p. 58) que pretenden expresar en "forma - correcta" - lo que está expresado incorrectamente.

(40) Lo que hace es una "reducción" (p. 59.) de todas las expresiones en que intervienen "proposiciones - denotativas" -

con relación a Frege quien distingue { Sinn = significado = | posee elementos constitutivos -
Bedeutung = denotación = | no tiene elementos sólo indica el punto

Si lo que se denota (bedeutung) no existe - se da por "puramente convencional" - (= Λ = clase vacía). =

En la (p. 64) = Con { C = denotación / "C" = significado } = vuelve a separar

- Russell = llama "no - entidades" (a los pseudo - "conceptos") y el conjunto = Dominio de no - entidades (p. 71) -

Así cree que: la clase vacía Λ = aquella que posee todos los individuos irreales.

Pero no es correcto todo nº 3 = 3 + Λ = los individuos de Λ no son irreales sino "posibles" (de 3); no posible es real, que sería U.

Las "REGLAS" que se establecen para la Derivación deben ser SOLIDAS legitimas = coherentes, impedir que haya "falacias" (=falta de NEXO-Necesario) o bien doble sentido.

Si una nueva "regla" de Inferencia conduce a conclusiones "falsas", deberá rechazarse. (desde premisas verdaderas (siempre V-F .) siempre se deben obtener conclusiones verdaderas.

METODO
DE DERIVACION: Ej:

$$\boxed{\begin{array}{c} P \\ \hline (P \to Q) \to Q \end{array}}\quad \begin{array}{l} = \text{Premisa} \\ = \text{Conclusión} \end{array}$$

Los pasos son los siguientes:

1 Parto de la conclusión. $(P \to Q) \to Q$ como suposición
2 Introduzco todas las premisas. P. como un Supuesto.
3 Si la conclusión es hipotetica se toma También como Supuesto su Antecedente. $(P \to Q)$
4 La Unión de las dos anteriores constituye una forma reconocible de Tautologias (M P) y portanto justifica la conclusión.

5 Si obtengo como resultado el "condicionado" habré probado la verdad de la conclusión.

Ej: 1. ~~Demuestre~~: $(P \to Q) \to Q$

2.	$P \to Q$	Suposición hipotética (de la hipótesis $(P \to Q)$)
3.	P	Premisa
4.	Q	2.3 M P

En general puedo establecer las REGLAS de "INFERENCIA;"

42

Derivaciones cuantificadas

(1)

De todos los ~~Ningún~~ enfermos ningunos se entrenan en ~~campeón de~~ velocidad — $(x)(Fx \to \sim Gx)$

Todo ~~Ningún~~ boxeador ~~hay que~~ se entrena en velocidad — $(x)(Hx \to Gx)$

Todos los niños de la escuela de ciegos ~~son~~ están enfermos — $x(Lx \to Fx)$

Entonces ninguno de esos niños es boxeador. — $(x)(Lx \to -Hx)$

Demuestre $(x)(Lx \to -Hx)$

1	$Fx \to \sim Gx$	1ª premisa
2	$Lx \to Fx$	3ª premisa
3	$\sim Gx$	1,2 transitiva
4	$Hx \to Gx$	2ª prem
5	$-Hx$	3,4 MT
6	$(Lx \to -Hx)$	suposic. condic. 2-5

(2) Ningún Nombre o pronombre es un Verbo

Caminar es un verbo

Entonces caminar no es un nombre

$(x)(Fx \vee Gx) \to \sim Hx$

$\exists a(Ha)$

$\sim Fa$

Demuestre $\sim Fa$

1	$(Fx \vee Gx) \to \sim Hx$	1ª p
2	Ha	2ª Pr
3	$Fa \vee Ga \to -Ha$	~~sustit.~~ ~~[illegible]~~
4	$-(Fa \vee Ga)$	3,4 MT.
5	$(-Fa \wedge -Ga)$	equival
6	$-Fa$	5 simplificación

Qué Reglas se aplican: para las DERIVACIONES.

S = 1 Regla de "Separación" MP.

1 Si se toma como Antecedente: la Reunión de un condicional + el antecedente Mismo $[(p \rightarrow q) \wedge p]$ puede inferirse el "consecuente. $\rightarrow q$

2 Siempre puede introducirse una oración S si es implicada por la conjunción de 2 premisas

R = 2 R/ de Reunión: Si dos enunciados ambos se toman como premisas, se puede inferir la Reunión de los dos.

Ej: $\left\{\begin{array}{l}(p \rightarrow q) \\ p\end{array}\right. \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge p]$

$(p \rightarrow q) \wedge p$

o sea todas las "expresiones" de la derivación implican la "reunión" de cualquiera de ellas.

T = 3 R/ de Inserción:

1) Cualquier Tautalogia T. puede ser introducida como premisa - en una derivación.
2) y cualquier premisa puede ser usada para derivar.

4 R/ de Intercambio: En una expresión "condicional" puede sustituirse cualquier termino, "por otro" que le sea equivalente.

PC 5 R/ P.C. "Prueba condicional"

Si de R de un conjunto de premisas puede inferirse S

= Entonces del mismo Conjunto puede inferirse $(R \rightarrow S)$

Ej: $\{[R \wedge (D \vee E)] \rightarrow S\} \rightarrow (R \rightarrow S)$

Ej: $\{[P \wedge O) \rightarrow S] \rightarrow\} (P \rightarrow S)$

Las reglas anteriores se agregan a las que se dieron en el metodo y resumimos aquí:

1) Siempre puede introducirse alguna de las premisas como parte de la deducción.
2) Siempre puede introducirse una oración S. si es implicada por la conjunción de 2. premisas. (Regla de Separar.)
3) RAA = "reductio al absurdum" = (en las derivac INDIRECTAS) Si de un conjunto es derivable una Contradicción (=S + S) entonces

pag 140 No 3

Todas los casas tienen techo $(x)\ Fx \rightarrow Hx$

Hay Son Borja que es una casa $\exists(a)$

Entonces Son Borja tiene techo

No 4

Todos los días dan esperanzas 1) $\neg\ (x)\ Fx \rightarrow Hx$

Existe un día un tiempo que no es día 2) $\exists(y)\ \sim(Gy \rightarrow Tx)$

Existe un tiempo que no da esperanza c) $\exists(y)\ \sim(Gy \rightarrow Hy)$

S es derivable del mismo conjunto.

Supper p. 52)

Ej. 1o.

1 Si las moleculas no ~~incluyen~~ se componen de ~~los~~ atomos entonces hay continuidad en la materia.
2 Si hay continuidad en la materia entonces esta no es ~~descomponible~~ Divisible.
3 O es ~~descomponible~~ divisible o es una ~~substancia~~ homogenea.
4 Pero la materia no es ~~homogenea~~ compuesta compuesta
5 Entonces: las molectulas incluyen los atomos.

estructura del
Razonamiento
Razonamiento:

1	$-S \rightarrow C$
2	$C \rightarrow -D$
3	$D \vee O$
4	$-O$
5	$\therefore\ S$

→

1	Demuestre: S	
2	$-S \rightarrow C$	1a. Premisa
3	$C \rightarrow -D$	2a. Premisa
4	$D \vee O$	3a. Premisa
5	$-O$	4a. Premisa
6	D	4.5 silog. Disyuntivo
7	$-C$	3.6 M T.
8	S	2.7 M T.

(Supper p. 56)

Ej. 2o.

1 Si tu cabeza es inconstante (entonces pierdes contacto con la realidad y portanto te alejas del mundo)
2 No eres buen estudiante o tu cabeza es inconstante
3 Pero pierdes contacto con la realidad
4 Y eres buen estudiante
5 Entonces: Si eres buen estudiante te alejas del mundo.

Razonamiento

1	$C \rightarrow (D \rightarrow B)$
2	$-G \vee C$
3	D
4	G
5	$(G \rightarrow B)$

→

1	Demuestre: $(G \rightarrow B)$	
2	$C \rightarrow (D \rightarrow B)$	P.
3	$-G \vee C$	P.
4	D	P.
5	G	P.
6	C	3.5 Sil. Dis.
7	$D \rightarrow B$	2.6 M P
8	B	4.7 M P
9	$G \rightarrow B$	5.8 P C.

Ej. 3o. 1. Si trabajas duro entonces serás el mejor de la clase o actuarás como buen profesional.
2. Si eres el mejor de la clase no perderás la confianza de los compañeros.
3. Si eres mal dibujante no actuarás como buen profesional.
4. Y pierdes la confianza de los compañeros

Si pierdes la confianza de los compañeros entonces no eres mal dibujante.

Razonamiento:

1	$A \rightarrow (B \vee C)$
2	$B \rightarrow -A$
3	$D \rightarrow -C$
4	A
5	$\therefore A \rightarrow -D$

1 Demuestre: $(A \rightarrow -D)$

2	$A \rightarrow (B \vee C)$	P. 1
3	$B \rightarrow -A$	P. 2
4	$D \rightarrow -C$	P. 3
5	A	P. 4
6	$(B \vee C)$	2.5 M P.
7	$-B$	3.5 M T.
8	C	6.7. silog, Disyuntivc
9	$-D$	4.8 M T
10	$A \rightarrow -D$	5.9 P C.

"FORMAS-INCORRECTAS"

Hasta aqui hemos derivado razonamientos que eran realmente correctos:

Qué pasa si un razonamiento no lo es?
No podrá derivarse la conclusión?

R/ - Bastará demostrar que las PREMISAS son INCONSISTENTES ENTRE - SI.

Ejemplo $\boxed{4o.}$ SI NO ES CORRECTO:

1 Si Luisa toca bien el piano $\rightarrow$ puede ser concertista
2 Si es concertista $\rightarrow$ hará un brillante carrera
3 Si fracasa en la competición no hará una brillante carrera

4 De hecho toca bien el Piano $\wedge$ fracasa en la competición

1. $V \rightarrow L$
2. $L \rightarrow B$
3. $M \rightarrow -B$

---

4. $\therefore V \wedge M$

1 Este Ejemplo ~~prueba~~ enseña que para demostrar ~~que un razonamiento no es Valido.~~ la falta de validez de razonamiento
Basta demostrar que las Premisas son "Inconsistentes" con la conclusión."

2 Si introducimos la conclusión "como si fuera una premisa" en la derivación aparece ~~se deriva~~ una CONTRADICCION, lo cual demuestra que el razonamiento es INCORRECTO.

1	Demuestre V M (no)	
2	$V \rightarrow L$	Premisa
3	$L \rightarrow B$	Premisa
4	$M \rightarrow -B$	Premisa
5	$V \wedge M$	Concl. = P.
6	$(V \rightarrow L) \wedge (L \rightarrow B)$	R.2.3
7	$V \rightarrow B$	Trans.
8	V	Simplif. 5.
9	B	7.9. M P
10	M	5.S
11	-B	9.4. M P
12	$B \wedge -B$	R. 9.11

HAY TRES FORMAS BASICAS DE DERIVACION:

$\boxed{A}$ DERIVACION DIRECTA : Modelo :

$\boxed{A}$ Demuestre : Ø

.	Suposición = premisas
.	Premisa
.	Premisa
Ø	

B DERIVACION CONDICIONAL = Si tiene la Forma $(P \to Q)$

B Demuestre $P \to Q$

P	Suposición
.	
.	
.	
Q	

C DERIVACION INDIRECTA:

Demuestre Ø

-Ø	
.	
.	
.X	contradicción: cualquier Variable afirmada y negada
-X	

C Demuestre -Ø

Ø
.
.X
.
-X

2 1 Si Las ~~amas de casa~~ esposas cocinan bien entonces ~~sus~~ los maridos se sienten seguros.
2 o las ~~amas de casa~~ esposas cocinan bien o hay descontento en casa
3 y hay descontento entonces no se trabaja con gusto
4 Pero se trabaja con gusto.

5 entonces ~~sus~~ los maridos se sienten seguros.

Estructura del Razonamiento ?

1	$A \rightarrow B$
2	$A \vee C$
3	$C \rightarrow -D$
4	D
5	$\therefore B$

1 Demuestre: B

2	$A \rightarrow B$	1a. P.
3	$A \vee C$	2a. P.
4	$C \rightarrow -D$	3a. P.
5	D	4a. P.
6	$-C$	4.5. M T.
7	A	3.6. Sil. Dis.
8	B	MP 2.7

3 1 Si los ministros suben los impuestos o disminuyen los puestos de trabajo entonces habrá escasez de comida.
2 Si hay escasez de comida debe intervenir el gobiernoo bien habrá huelgas.
3 Si hay huelgas el regimen será inestable
4 Pero no intervendrá el Gobierno y no habrá huelgas.

5 Entonces no disminuyen los puestos de trabajo.

Razonamiento

1	$(A \vee B) \rightarrow C$
2	$C \rightarrow (D \vee E)$
3	$E \rightarrow F$
4	$-D \wedge -E$
5	$\therefore -B$

1 Demuestre -B

2	$(A \vee B) \rightarrow C$	P.1
3	$(\rightarrow (D \vee E)$	P.2
4	$E \rightarrow F$	P.3
5	$(-D \wedge -F)\ -(D \vee E)$	P.4
6	$(A \vee B) \rightarrow (D \vee E)$	2.3 tramit
7	$-(D \vee E)$	5.
8	$-(A \vee B) \wedge -(A \wedge -B)$	4.8
9	$-B$	8. simplific.

4
1 O las leyes son justas o No se cumple con el bien de los ciudadanos
2 Si se reglamenta la conducta, entonces → las leyes no son justas
3 ∴ Entonces: Si se cumple con el bien de los ciudadanos No se reglamenta la conducta.

Razonamiento

1 $A \vee -B$
2 $C \rightarrow -A$
3 ∴ $B \rightarrow -C$

1 Demuestre: $B \rightarrow -C$

2	$A \vee -B$	P. 1
3	$C \quad -A$	P. 2
4	$B \quad (\wedge -B)$	Supos. Condic.
5	A	2.4
6	$-C$	3.5 MT

5
1 Si el Gobierno realiza reformas entonces estimula la revolución.
2 Si el gobierno no hace reformas promueve la contrarrevolución.
3 De hecho la revolución se estimula, o se promueve la contrarrevolución (Ferrater Mora P. 50).

Estructura del Razonamiento:

1 $P \rightarrow Q$
2 $-P \rightarrow R$
3 ∴ $Q \vee R$

1 Demuestre: $Q \vee R$

2	$P \rightarrow Q$	1a. P.
3	$-P \rightarrow R$	2a. P.
4	$P \vee -P$	T. 3 Ley del Tercer excluido
5	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	
6	$(P \rightarrow -P)$	2.3.4 Reunión
7	$Q \vee R$	5 T 10. Ley del Dilema.

Tzvetan Todorov: "Literatura y significación" — es un análisis estructural de "Las amistades peligrosas" de Laclos, una novela a base de epistolario. —

Su objeto que descubre en el estructuralismo es doble: a) La organización de la narración — b) la estratificación de los sentidos — en una obra literaria

Son ciertas propiedades abstractas de la literatura! La estructura es siempre el resultado de una abstracción (p 10)

En lingüística la finalidad del análisis no es nunca el significado de un enunciado sino el mecanismo subyacente y abstracto que hace posible la existencia de tales enunciados (p 10)

Este tipo de acercamiento lo llama "poética" — = se debe a la idea que hoy tenemos de ciencia"

DERIVACION CONDICIONAL

1) Cuando la conclusión es un condicional se utiliza la derivación condicional. Esta consiste en suponer el antecedente y probar o derivar el consiguiente.

2) Si hay varias implicaciones se recurre a derivaciones subsidiarias O cuando hay condicionales en las premisas.

Estructura del razonamiento

Ej: 1 $P \Rightarrow Q$

$P \Rightarrow ([Q \Rightarrow R] \Rightarrow R)$

1	Demuestre $P \to ([Q \to R] \to R)$	
2	P	Suposición.
3	Demuestre $(Q \to R) \to R$	
4	$(Q \to R)$	Suposición.
5	$R \to Q$	Premisa.
6	R	Tr. 4

Estructura del razonamiento.

Ej: 2 $Q \to -R$
$-P \to R$

$-P \to -Q$

1	Demuestre: $(-P \to -Q)$	
2	$-P$	Sup.
3	$-P \to R$	Prem 1a.
4	R	M P 2.3
5	$Q \to -R$	Prem. 2
6	$-Q$	M T. 4.5

Tzvetan Todorov (Revista = "Poétique" – codirector)

n. Bulgaria 1939
diplomado 1961
Doctor París 1966
Discip. de Rol. Barthes

1965 Théorie de la littérature
Textes des formalistes Russes
1966 Recherches sémantiques Larousse París Barcelona
1967 Littérature et signification Larousse (Planeta 1971)
1968 Qu'est-ce que le structuralisme — Seuil
1969 Grammaire du Décaméron — Mouton
1970 Introd. a la littérature fantastique Seuil

Escribe en revista
Critique 1977 Théories du symbole — Seuil
Tel Quel
Communications
Langage

DERIVACION INDIRECTA

La Derivación Indirecta consiste en demostrar que lo Contradictoria a la Conclusión dada no conduce a una verdad sino a una nueva contradicción.

Ej: 1

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow -Q \\ \hline \therefore\ -P \end{array}$$

1	Demuestre $-P$	
2	P	Supos.
3	$P \rightarrow Q$	P
4	Q	M. P 2.3
5	$P \rightarrow -Q$	P
6	$-P$	M.T. 5.4
y	$P \wedge -P$	2.6.R

(Supper P. 57)

Ej: 2 Repetimos el Ej. 3 con la Derivación Indirecta: con el mismo razonamiento anterior.

1	Demuestre $(A \rightarrow -D)$	
2	$-(A \rightarrow -D)$ $\quad A \wedge D$	Sup.
3	$A \rightarrow (B \vee C)$	P.
4	$B \rightarrow -A$	P.
5	$D \rightarrow -C$	P.
6	A	P.
7	$B \vee C$	M P. 3.6
8	D	2 Simpl.
9	$-C$	5.8 M.P.
10	B	7.2. sil. Dis.
11	$-A$	4.10. M P.
12	$A \wedge -A$	

Ej. 3 (Supper P. 69)

1 Si promover a los debiles haces un acto de bondad
2 Yo los debiles alcanzan una ocupación V tu no haces un acto de bondad.
3 Y no es verdad que (tu promueves a los debiles y ellos alcanzan una ocupación
4 Y de Verdad los debiles alcanzan una ocupación

5 Entonces No es verdad que promueves a los debiles

Razonamiento:

1 $D \rightarrow C$
2 $A \vee -C$
3 $-(D \wedge A)$
4 D

5 $\therefore\ -D$

1	Demuestre: $-D$	
2	D	Suposición
3	$D \rightarrow C$	P.
4	C	2.3. M P
5	$A \vee -C$	P_2
6	$-A$	45. Sil. Disy. (Leg)
7	$-(D \wedge A)$	P.
8	$D \vee -A$	7. Esqui.
9	$-D$	Silog. Dis. 6.8 (leyes de Morgan)
10	$D \wedge -D$	C. 2.9 - RAA. (reducción Al

Ej. 4

1 Si no hablas la lengua del país tienes dificultad para comunicarte
2 Los que hablan la lengua del país tienen dificultad para
3 Entonces tienes dificultad para comunicarte.

1 $-P \rightarrow Q$
2 $P \rightarrow Q$
3 $\therefore\ Q$

1	Demuestre: Q	
2	$-Q$	Sup. neg
3	$-P \rightarrow Q$	premisa 1
4	P	M T 2.3
5	$P \rightarrow Q$	Premisa 2
6	Q	M P. 5
7	$-Q$	R. 2.

63

Ej. $\boxed{5}$

1 No es cierto que si practicas el deporte entonces eres un atleta

2 y eres un atleta

3 Entonces practicas el deporte

Razonamiento

1. $-(R \rightarrow Q)$
2. Q

3 $\therefore R$

1	Demuestre: R	
2	$-R$	Sup. Neg.
3	$-(R \rightarrow Q)$	Premisa 1
4	$R \wedge -Q$	L. Mórgan 3
5	Q	Premisa 2
6	$-Q$	T. Simpl.
7	$Q \wedge -Q$	U.5.6.

Ej $\boxed{6}$ $(P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$

(Si ayudas a tus vecinos entonces eres un hombre justo) entonces ayudas a tus vecinos entonces ayudas a tus vecinso.

Es un: teorema
ley de Peirce

1.	Demuestre $(P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P)$	
2.	$(P \rightarrow Q) \rightarrow P)$	sup.
3.	Demuestre P	Der. sul.
4	$-P$	Sup. Neg.
5	$-(P \rightarrow Q)$	MT.2.4.
6	Demuestre $P \rightarrow Q$	Der Sub
7	P	Sup.
8	$-P$	Rep. 4

Ej. $\boxed{7}$

1. Si un estudioso investiga entonces no queda satisfecho entonces queda satisfecho.
2. Si queda satisfecho entonces es guia para los demás

3. Entonces es guia para los demás.

Estructura del Razonamiento :

1. $(P \rightarrow -Q) \rightarrow Q$
2. $Q \rightarrow R$

3. $\therefore$ R

1	Demuestre: R	
2	$-R$	sup. Neg.
3	$Q \rightarrow R$	Premisa, 2
4	$-Q$	M T. 2.3
5	$(P \rightarrow -Q) \rightarrow Q$	Premisa 1.
6	$-(P \rightarrow -Q)$	M T 4.5.
7	$P \wedge Q$	T. Morgan. T20.b.
8	Q	Simplif. 7 $[(P \wedge Q) \rightarrow Q]$

↳ contradic. $Q \cdot -Q$

$(A \rightarrow B)$ eq $\sim(A \wedge -B)$

~~$A \rightarrow B$~~ eq $\sim(A \wedge B)$

$\sim(A \rightarrow -B)$ eq $\sim[\sim(A \wedge B)]$

$(A \wedge B)$

$\sim(P \rightarrow -Q)$ eq $\sim[\sim(P \wedge Q)]$

$(P \wedge Q)$

$-(P \rightarrow -Q)$ | $(-P \vee -Q) \vee (P \wedge Q)$

$(-P \vee Q)$ | $-(P \wedge -Q) \vee (P \wedge Q)$

$(-P \vee -Q)$

DERIVACION = de TEOREMAS.

Un teorema es una expresión universalmente válida = una Tautologia.

1 $P \to P$

1	Demuestre $P \to P$	T 1
2	P	Supos Cond.
3	P	R. 1
4	$P \to P$	Un. 2.3

2 $Q \to (P \to Q)$ = T 2

1	Demuestre: $Q \to (P \to Q)$	
2	Q	Supos
3	Demuestre $P \to Q$	
4	P	Supos Cond.
5	Q	Rep. 2
6	$P \to Q$	Unidad 4.5

3 $P \to (P \to Q) \to Q$ = T 3

1.	Demuestre: $P \to (P \to Q) \to Q$	
2.	P	Supos Cond.
3	Demustre $(P \to Q) \to Q$	Ser. Sub.
4	$P \to Q$	Sup. Cond.
5.	Q	M P. 2.4

4 $(P \to (Q \to R)) \to [(P \to Q) \to (P \to R)]$ = T G.

1	Demuestre $(P \to (Q \to R)) \to [(P \to Q) \to (P \to R)]$	
2	$P \to (Q \to R)$	Supos. Cond.
3	Demuestre $[(P \to Q] \to (P \to R)$	
4	$P \to Q$	Supos Cond.
5	Demuestre: $(P \to R)$	
6	P	Supos Cond.
7	$Q \to R$	M.P. 2.6
8	Q	M P 6.4
9	R	M P. 7.8.

Ej. 5

1. $P \rightarrow -Q$
2. $P \rightarrow Q$

---

3. $\therefore -P$

1.	Demuestre: $-P$	
2.	P	Sup. Neg.
3.	$P \rightarrow -Q$	Premisa 1
4	$-Q$	M P.2.3
5.	$P \rightarrow Q$	Premisa 2
6.	$-P$	M T.4.5
7.	$P \wedge -P$	Un. 2.6 contradicción.

Ej. 6. $[(P \rightarrow Q) \rightarrow Q] \rightarrow ((Q \rightarrow P) \rightarrow P) \;=\; T\ 10$

1.	Demuestre: $[(P \rightarrow Q) \rightarrow Q] \rightarrow [(Q \rightarrow P) \rightarrow P]$	
2.	$[(P \rightarrow Q) \rightarrow Q]$	Suposición Cond.
3.	Demuestre $[(Q \rightarrow P) \rightarrow P]$	Deriv. Subsid
4.	$Q \rightarrow P$	Supos Cond.
5.	Demuestre: P	Deriv. Subsid.
6.	$-P$	Sup. Neg.
7.	$-Q$	4.5. M T.
8.	$-(P \rightarrow Q)$	M.T.2.7.
9.	Demostrar: $P \rightarrow Q$	Deriv. Subsid.
10.	P	Supos cond.
11.	$-P$	Rep 6
12.	$P \wedge -P$	contrad 10.11

DERIVACION DE UNA CONJUNCION :

Axiomas

Recordar las formas Válidas de equivalencias =

a) $\begin{cases} P \wedge Q \rightarrow P \\ Q \wedge P \rightarrow P \end{cases}$ R de Simplifica ción: "De una Conjunción se deriva cualquiera de sus miembros"

B) $\begin{cases} P \\ Q \\ \rightarrow P \wedge Q \end{cases}$ = Reunión

c) $\begin{cases} P \\ \rightarrow P \vee Q \end{cases}$ $P \rightarrow (P \vee Q)$ $P \rightarrow (Q \vee P)$ etc...

d) $\begin{cases} P \leftrightarrow Q \\ \rightarrow P \rightarrow Q \end{cases}$ $P \leftrightarrow Q$ $\rightarrow Q \rightarrow P$ Un bicondicional implica culquiera de las condiciones entre P y Q.

e) La Reunión de dos condiciones de $P \rightarrow Q$ y $Q \rightarrow P$ implica un bicondicional

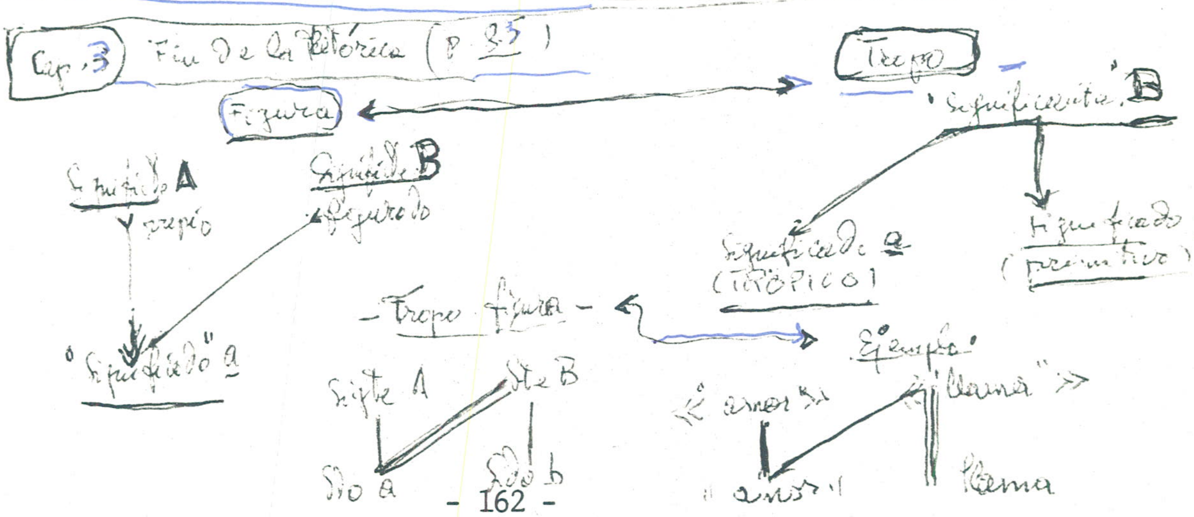
$\begin{cases} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \\ \rightarrow P \leftrightarrow Q \end{cases}$

Ejemplos : $\dfrac{-P \wedge Q}{\therefore -P}$ $\begin{matrix} P \wedge (Q \rightarrow R) \\ (Q \rightarrow R) \end{matrix} \begin{cases} -P \\ Q \end{cases} \rightarrow (-P \wedge Q)$

etc... $P \leftrightarrow (Q \vee R)$ entonces $\begin{cases} P \rightarrow (Q \vee R) \\ (Q \vee R) \rightarrow P \end{cases}$ $\begin{matrix} P \rightarrow (Q \vee R) \\ (Q \vee R) \rightarrow P \end{matrix}$

entonces $P \leftrightarrow (Q \vee R)$

Ejemplo: $P \wedge (Q \wedge R) \rightarrow (P \wedge Q) \wedge R$ Este es un teorema de 2 miembros Primero se demuestra una parte de la consecuencia y luego la otra.



1	Demuestre $[P \wedge (Q \wedge R)] \rightarrow [(P \wedge Q) \wedge R]$	
2	$P \wedge (Q \wedge R)$	Supos Cond.
3	Demuestre $(P \wedge Q)$ (primera parte)	Deriv. Subsid.
4	P	Supos. conj.
5	$Q \wedge R$	Simplif. Morg. 2
6	Q	Simplif. 5
7	$P \wedge Q$	Reunión 4.6.
8	Demostrar: R	Deriv. Subsid.
9	$Q \wedge R$	Rep. 7
10	R	Simplif.
11	$(P \wedge Q) \wedge R$	Reunión 7.

Esquema del proceso:

$2 \wedge [3 \rightarrow 4] \rightarrow 5 \rightarrow [6 \wedge 2] \rightarrow 7 \wedge R$

$(2 \wedge 4) \rightarrow 5 \rightarrow (6 \wedge 7 \wedge 9) \rightarrow 10] \rightarrow 11$

---

cap 4º Los infortunios de la imitación (p. 141)

La estética empieza donde la retórica termina — el dominio de la 1ª no es exactamente el de la segunda — pero tienen puntos en común. — Al observar el cambio se percibe la necesidad de una sucesión — El primer proyecto de estética, el de Baumgarten estaba calcado sobre la retórica = Retórica y Estética ... una división muy aproximada ...

El principio de la imitación dominaba en todo arte de la 1ª/½ del siglo XVIII. La música y la danza imitan tanto como la pintura y la poesía!

Esta noción se rompe en el momento en que alcanza su perfección! Dos huevos no se imitan, solo se parecen. Dice Schlegel.

Hay grados en la imitación (Riedel distingue 4 grados de aproximación) o alejamiento del modelo

Todos. Solting 3 grados

a) grado cero = imitación perfecta. no es nada más.

c) segundo grado — imitación no de la naturaleza, sino del "IDEAL" "complemento del objeto" selectiva — que eleva la fantasía — un diseño superior

b) Primer grado = excluye que sea imitac. perfecta. = imperfectamente.
puede ser diferente con tal que produzca — placer o emoción — "faltas necesarias" — o Escoge — característica del objeto! Imitación ilustrada.

O de otro Modo:

Ej:

```
10 REM  CALIFICACIONES PROMEDIO
20 INPUTM
30 INPUTG
40 INPUTS
50 INPUTC
60 INPUTI
70 P=(M+G+S+C+I) 15
80 PRINT "SU CALIFICACIONES:": P
90 END
RUN
?        Se introducen los 5 números, cada vez presionando RETURN
```

FORMATO DE UNA ESTRUCTUPA CONDICONAL

A veces el ordenador utiliza "especificamente" la estructura Condiconal,

(IF...THEN...)

IF (Variable R/ con Número) (otra Ver R con otro Número) THEN

a veces las conclusiones Disyuntivas

entonces = Variable.

V(o) = ELSE

R = "Operador" lógico

- $=$ igual
- $<$ menor que ...
- $>$ mayor que ...
- $<=$ menor -igual
- $=>$ mayor -igual
- $<>$ mayor o menor

(72)

Como funciona un "PROGRAMA"

del Ordenador? en "B A S I C".

R 1) Un programa es un razonamiento: con una serie de premisas y conduce a una conclusión.

2) El lector de la Máquina lee las premisas y llega a la conclusión.

3) Todas las premisas responden a la regla U - de Reunión o sea están unidas por el conectivo

Ej: 1

```
10  A = 5
20  B = 7
30  C = A*B
40  PRINTC
50  END
```

[(10(A=5) ∧ (20B=7) ∧ (30 C=A*B)] →

(40 Print C) ∧ Termina, 50.

o Bien:

```
10 = 5
20 = 7
30 = PRINT A*B
40 = END
```

[(10 A=5) ∧ (20B=7)] → [30 PRINT A*B] ∧ END

Ej: 2

```
10  REM VALOR DE CALIFICACIONES.
20  M = 60
30  G = 80
40  S = 75
50  C = 87
60  I = 90
70  P = (M + G + S + C + I)  5
```

Si(20M=60 ∧ 30G=80 ∧ 40S=75 ∧ 50C=87 ∧ 60(=90) → (70 P=M+G+S+C+I) / 5

∧ (PRINT "SU PROMEDIO DE CALIFICACIONES ES: ";P) → 90END

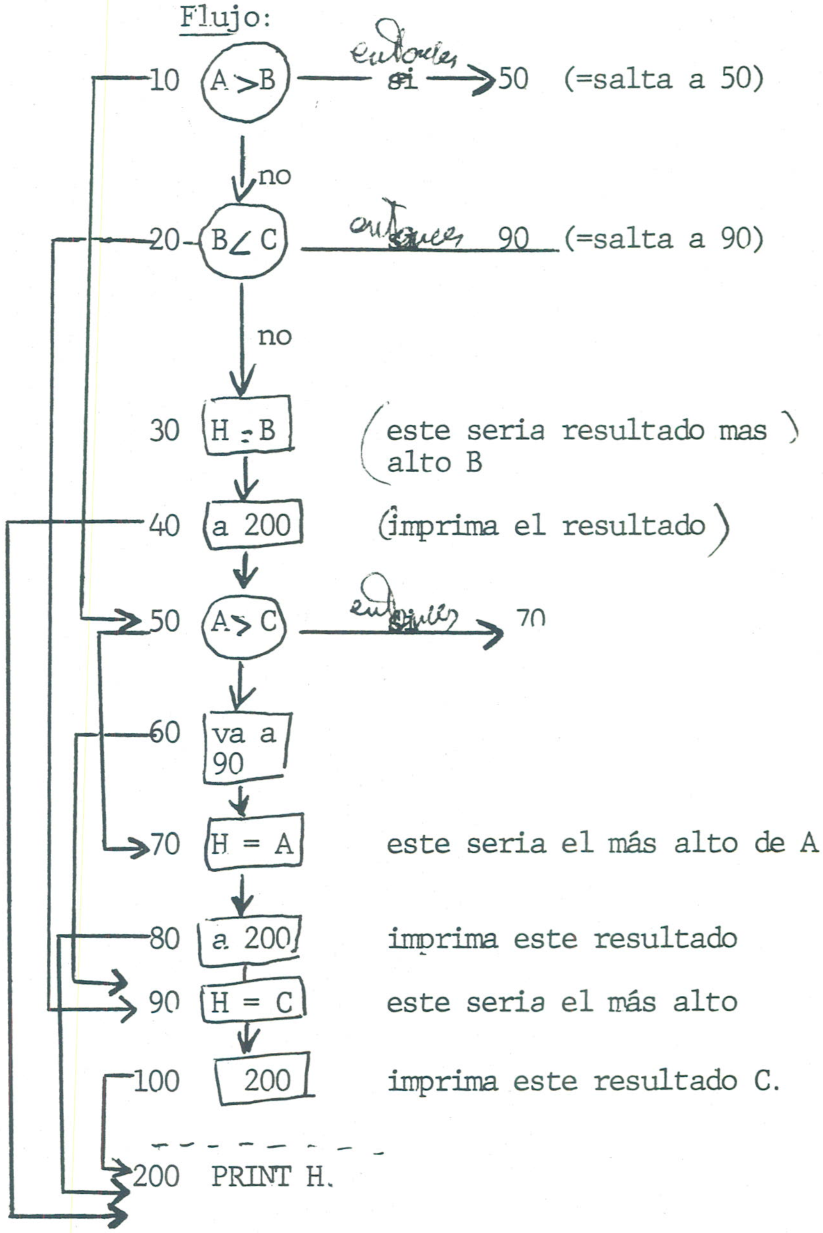
Ej: 5

Programa: para encontrar el "mayor" de 3 Números = A,B,C. y colocar en H. el resultado.

```
10   IF  A > B  Then 50
20   IF  B < C  Then 90
30   H = B
40   GOTO 200
50   IF  A > C  Then 70
60   GOTO 90
70   H = A
80   GOTO 200
90   H = C
100  GOTO 200

200  PRINT H.
```

Flujo:



Nota: es un programa de selección .
La máquina entiende los signos lógicos de { más grande o más pequeño / más pequeño o no

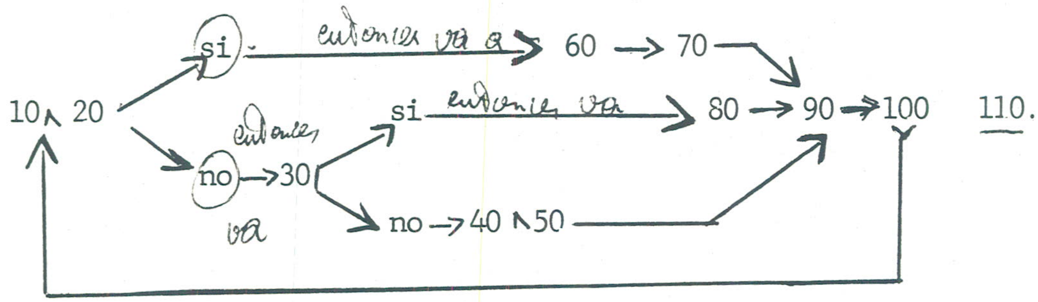
Y va el signo, (para combinar una linea con otra.)
Dato

Ej: 6 Programa para distribuir donificaciones o vendedores suponiendo que se les da el 2% sin las ventas son menos de 500
30%+$50 si son menos de 3,000
59%+$75 si son más de 3,000

El programa lleva INPUT PARA introducir el nombre y la cantidad

```
10  INPUT N$,S
20  IFS     500 Then 60
30  IFS  3,000 Tehn 80
40  B = .05*S+75
50  GOT  90
60  B = .102*S
70  GOTO 90
80  B = .03*S+50
90  PRINT B
100 GOTO 10
110 END
```

Nota no hace falta establecer la cantidad porque 20, 30 ya establecen los limites automaticamente 40 está sobre los 3,000.



Como funciona un "PROGRAMA"

del Ordenador? "BASIC".

R.

1) Un programa es un razonamiento: con una serie de premisas y conduce a una conclusión.

2) El lector de la máquina lee las premisas y llega a la conclusión.

3) Todas las premisas responden a la regla U - de Reunión; o sea están unidas por el conectivo .

Ej: 1.

```
10A = 5
20B = 7
30C = A*B

40 PRINTC
50 END
```

[(10(A=15) (20B=7) (30C=AxB)] ->
(40 Printc) termina, 50.

o bien:

```
10A = 5
20B = 7
30 PRINT A*B
40 END
```

[(10A=5) ∧ (20B=7)] -> [30 PRINT A*B] ∧ ENTD

Ej:

```
2. 10 REM VALOR DE CALIFICACIONES.
   20M = 60
   30G = 80
   40S = 75
   50C = 87
   60I = 90
   70P = (M + G + S +C + I)  5
```

Si(20M=60 30G=80 40S=75 50C=87 60I-90) -> (70P=M + G + S + C + I) 5

(PRINT "SU PROMEDIO DE CALIFICACIONES ES:";P) ___ 90END ___ o, de otro modo:

Ej. 3

```
10  REM CALIFICACIONES PROMEDIO
20  IMPUTM
30  INPUTG
40  INPUTS
50  INPUTC
60  INPUTI
70  P = (M + G +S + C + I) 15
80  PRINT "SUS CALIFICACIONES:";P
90  END

RUN
 ?  se introducen los 5 números, cada vez presionando RETURN
```

FORMATO DE UNA ESTRUCTURA CONDICIONAL

A veces el ordenador utiliza"especificamente" la estructura condicional. (IF ... THEN...)

IF (Variable R/ con Número) (otra variable R con otro Número) THEN

a veces la conclusión es disyuntiva

• → Entonces = Variable.
• → v(o) = ELSE

R = "opera dar" lógico

- = igual
- < menor
- > mayor
- <= menor igual
- => mayor igual
- <> mayor o menor

Son dos ~~[illegible]~~ fuentes de operaciones mentales? que difieren no por naturaleza sino por la disposición [illegible] (se explican ?!!)

Tienen, se pregunta sino es el caso que L.B. [illegible] demasiado poco; y L.S. demasiado?

R/. p 265 → No son dos principios arraigados, uno en el símbolo, otro en el signo? y que difieren por naturaleza y no sólo de función? = 2 operaciones mentales diferentes? p 265

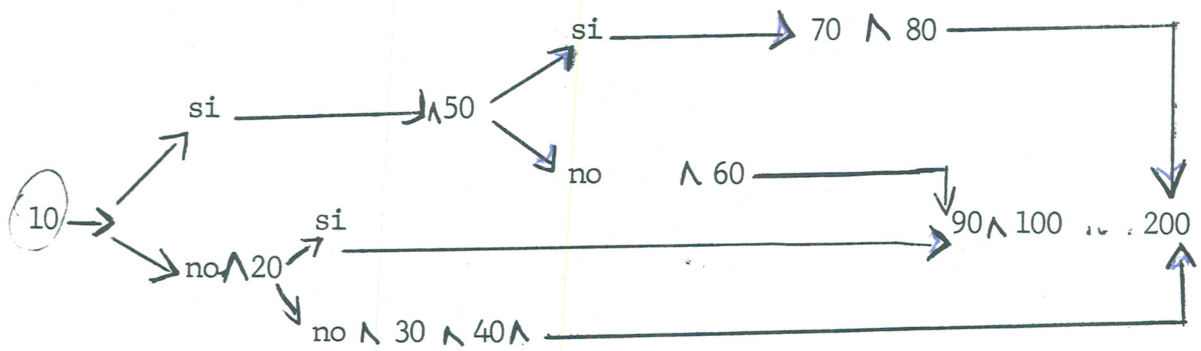
Son dos estratos del lenguaje?

a) Existe una lengua original del símbolo ↔ y una lengua madura del signo?

b) O Existe un lenguaje Originario ↔ y un lenguaje Salvaje?

La lengua Original (p 266) (vea las fotocopias) → (255-285)

Interpretación del flujo de Lectura y cálculo:

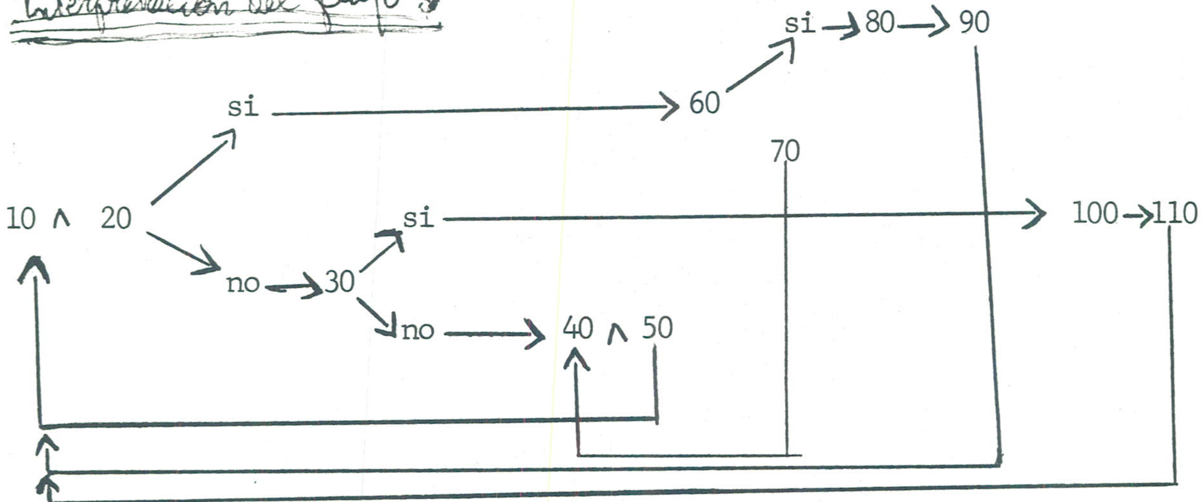


Ej. 7 introducir 3 variables ABC e imprimir la menor -y que sea repetible

Programa:

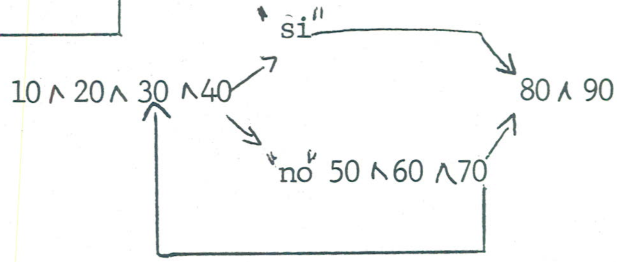
```
 10  INPUT  A,B,C
 20  IF a  B  Then 60
 30  IF  B  C Then 100
 40  PRINT C
 50  GOTO 10
 60 IF A  C THEN 80
 70  GOTO 40
 80  PRINT A
 90  GOTO 10
100  PRINT B
110  GOTO 10
120  END
```

Interpretación del flujo:



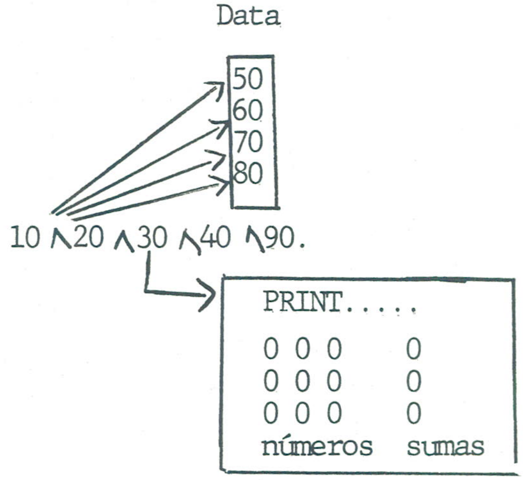
Ej: 8. Para introducir y calcular promedios después de leer todas las entradas:

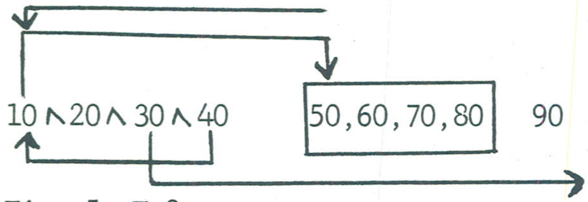
```
10  T=0
20  N=0
30  INPUT A
40  IFA = 999.99 THEN 80
50  T = T+A
60  N = N+I
70  GOTO  30
80  PRINT T/N
90  END
```



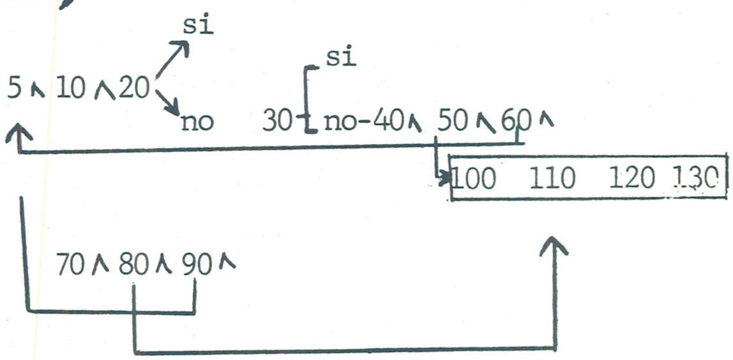
LECTURA DE "DATA":

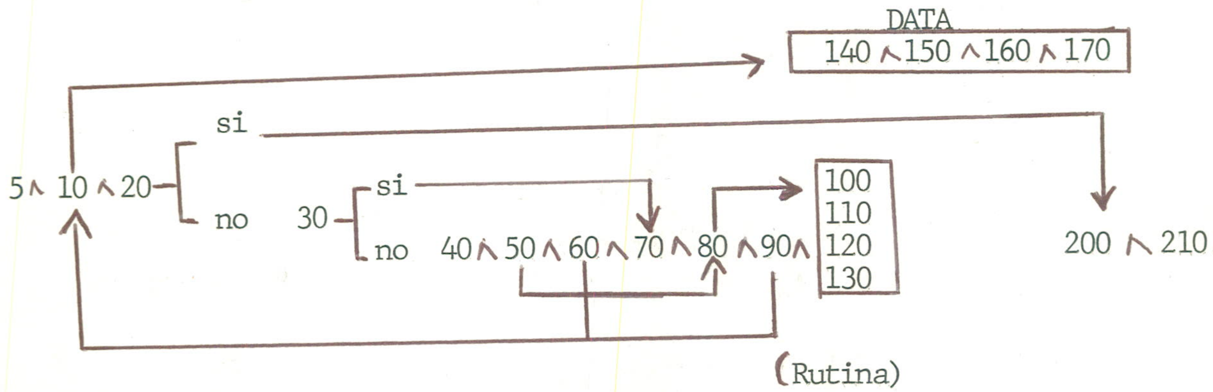
Ej:
```
10  READ A,B,C
20  D =A+B-C
30  PRINTD
40  GOTO 10
50  DATA 40,50,30
60  DATA 20,70,30
70  DATA 50,50,40
80  DATA 20,20,10
90  END
```



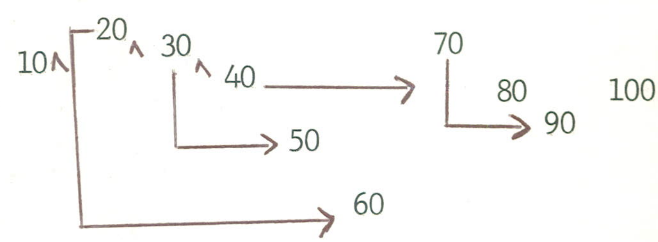


Ej:
```
5   T=0
10  READ A,B,C
20  IF A=999 Then 200
30  IF A=I Then 70
40  X=15
50  GOSUB  100
60  GOTO  10
70  X=25
80  GOSUB 100
90  GOTO 10
95  REM SUBRUTINA
100 P=A+B*X+C
110 PRINT A;B;C;P
120 T=T+P
130 RETURN
140 DATA 2,8,5
150 DATA 3,5,15
160 DATA 1,15,15
170 DATA 999,999,999
200 PRINT  "TOTALIS";T
210 END
```



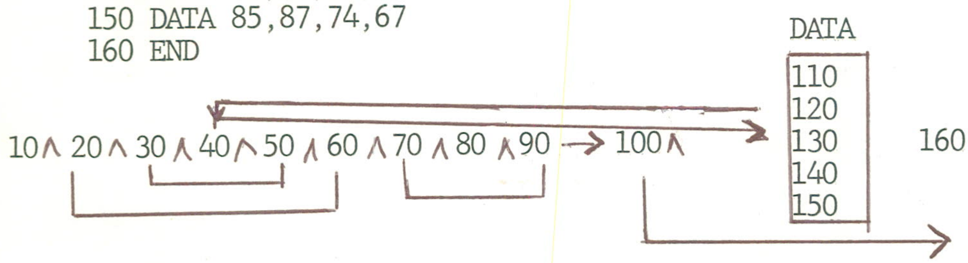


Estructura lógica: del programa anterior :



Ej:

```
 10 T=0
 20 FOR I=1To5
 30 FOR J=1To4
 40 READ G(I,J)
 50 NEXT J
 60 NEX I
 70 FOR I=ITo5
 80 T=T+G(I,4)
 90 NEXT I
100 PRINT "EL PROMEDIO DEL EXAMEN FINALES";T/5
110 DATA 85,90,87,75
120 DATA 73,78,71,82
130 DATA 67,73,72,70
140 DATA 95,98,89,93
150 DATA 85,87,74,67
160 END
```



H. Marcuse, K. Popper y M. Horkheimer.

(94) → « "A la búsqueda del sentido" » Ed. Sígueme, Salamanca 1976 (1969)
Presentación de A. Ortiz-Osés: "El criticismo contemporáneo a la búsqueda de sentido —

(p. 65) Horkheimer: = La añoranza de lo completamente otro —

El fundador de la teoría crítica — en una entrevista al Der Spiegel (finales '60s) causó mucho revuelo — por su escepticismo hacia la revolución (había sido marxista ~~...~~)

Helmut Gumnior: "fue un filósofo que anhelaba la justicia en un mundo en que triunfa la injusticia"

En 1970 (aniversario de sus 75) surgió la idea de recopilar estas conversaciones.

"cualquier ser limitado — y la humanidad es limitada — que se considera
" como lo último, lo más elevado y lo único, se convierte en un ídolo
" hambriento de sacrificios sanguinarios, y que tiene, además, la capacidad
" demoníaca de cambiar de identidad y admitir en las cosas
" un sentido distinto" —

Max Horkheimer en el "Anuario Schopenhauer 1961 (p. 68)

"Para los jóvenes de hoy sólo la ciencia es verdadera porque confunden lo verdadero con lo exacto, y por ello, creen que la única forma de razón es la que yo llamo instrumental, y que excluye todas las demás.

Max Hork-heimer "L'Espresso 1969

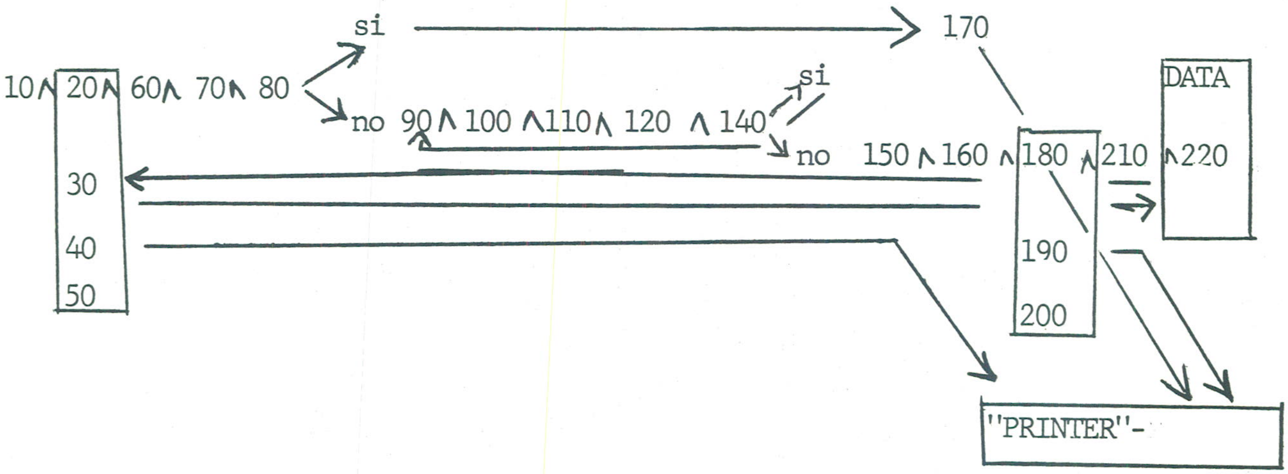
Que continúen existiendo las viejas confesiones y que incidan en el sentido de expresar una enseñanza y no ya un dogma

M. Horkheimer en Spiegel 1970 (p. 68)

(Ver: fotocopias) →

Ej:

```
10  DIM  4(10)
20 FORI =  To 10
30  READ A(1)
40  PRINT A(1)
50  NEXT I
60  I = 1
70  G = I+1
80  IFI-10 Then 170
90  IF A(1)  A(J) Then 130
100 X=A(1)
110 A(1)=A(j)
120 A(J) = X
130 J - J+1
140 IF J  = 10 Ten 90
150 I = I+1
160 GOTO 70
170 PRINT
180 FORI=(todo
190 PRINT A(1)
200 NEXT I
210 END
220 DATA 15,7,3,20,12,9,16,5,3,0
```



PROGRAMA que demuestra el uso de las subrutinas y su posición

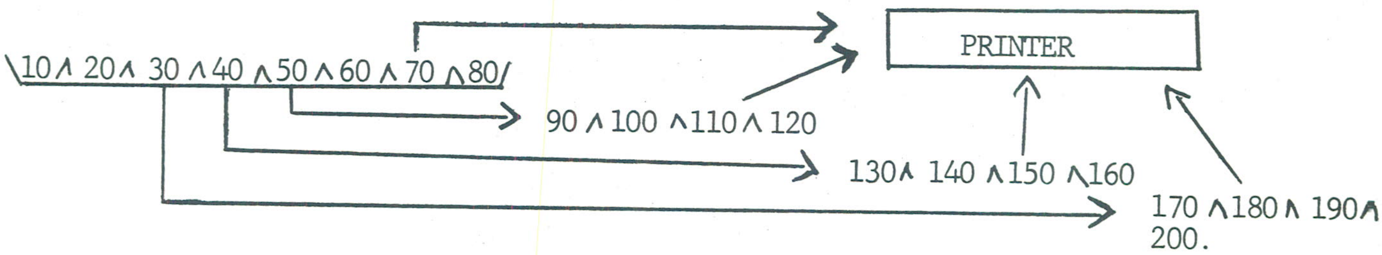
```
10 REM SUBRUTINAS
20 REM PROGRAMA PRINCIPAL
30 GOSUB 170
40 GOSUB 130
50 GOSUB  90
60 PRINT: PRINT
70 PRINT  "FIN DEL PROGRAMA PRINCIPAL"
80 END

90 REM SUBRUTINA  3
100 PRINT "SOY LA TERCERA SUBRUTINA"
110 PRINT
120 RETURN

130 REM SUBRUTINA # 2
140 PRINT "SOY LA SEGUNDA SUBRUTINA"
150 PRINT
160 RETURN

170 REM SUBRUTINA # 1
180 PRINT "SOY LA PRIMERA SUBRUTINA"
190 PRINT
200 RETURN
```

FLUJO DE LOS MANDOS:



Atención los signos los puso Vilma y están mal

Tautologias:	Leyes de la Lógica q Principios:	"TABLA" de Tautologias"
Principio de	Identidad	T1a. $(P \rightarrow P)$
	Repetición	T1b. $(P \leftrightarrow P)$ = razón suficiente.
	Contra-riedad	T2. $-(P \wedge -P)$
	Tercer ex.	T3. $(P \vee -P)$
Ley	Negación	T4. $p \leftrightarrow -(-p)$
"	Simplific:	T5a. $(P \wedge q) \rightarrow p$. morgan
		T5b. $(P \wedge q) \rightarrow Q$ morgan
"	Asocia-ción	T6. $[(p \wedge q) \wedge r] \leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$
		$[(p \vee q) \vee r] \leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$
"	Conmuta-ción	T7 $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$
"	Distri-bución	T8. $P \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
"	Trasi-tividad	T9.a $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ = o Silogismo hipotético Tr.
		T9.b $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \rightarrow (p \leftrightarrow r)$
"	Dilema:	T10 $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$ corregir
"	Bicon-diconal:	T13. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$
	M.Pones	T18. $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
	Condic	T15. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (-p \vee q)$ Ley del Condicional Disyuntiva ley de "morgan"
	Condic	T16. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow -(p \wedge -q)$ Ley del Condicional Conjuntiva ley de "morgan"
	Modus Toll	/19. $[(p \rightarrow q) \wedge -q] \rightarrow -p$

Separación = $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ si

Simplificación = $(A \wedge B) \rightarrow A$; $(A \wedge B) \rightarrow B$ si

prueba Condicional =

$$\{[(P \wedge Q) \rightarrow R] \wedge P\} \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

Leyes de morgan : equivalencias

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (-A \vee B)$ T.15

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow -(A \wedge -B)$ T.18

Silo-gis-mo

T.30 $[(A \vee B) \rightarrow A] \rightarrow B$ Dis T30

T.31 $[(A \vee B) \wedge -B] \rightarrow A$ Dis T31

T.32 $[-(A \wedge B) \wedge A] \rightarrow -B$

Tabla de Tautologías = Útiles

S	= Separación: $[P \land (P \to Q)] \to Q$
	Simplificación: $(A \land B) \to A$ y $(A \land B) \to B$
Transit.	= Silogismo hipotético $[(P \to Q) \land (Q \to R)] \to (P \to R)$
P. C.	= Prueba condicional $[(P \land Q) \to R] \to P] \to (Q \to R)$
	= Leyes de "Morgan": $(A \to B)$ eq. $(-A \lor B)$
	eq $-(A \land -B)$

En: Philosophia Verlag.

Bibliografía:

Paul-Thom: "The [illegible]" =

La [illegible] Temporal (desde la paradigmática) se [illegible] el "sintagma" = [illegible] una dependencia $A \to B$

entre elementos que forman secuencia lógica $(A \land -A) \to B$ $A \leftrightarrow B$

que [illegible] como secuencia cronológica -

Esta [illegible] en general una "homología" $(A : B) = (a : b)$

Puede [illegible] el orden inverso. Desde el sintagma temporal [illegible] encontrar

paradigma - desde la manera de encadenarse de los acontecimientos [illegible] que [illegible]! la estructura del universo - con las [illegible] que [illegible]

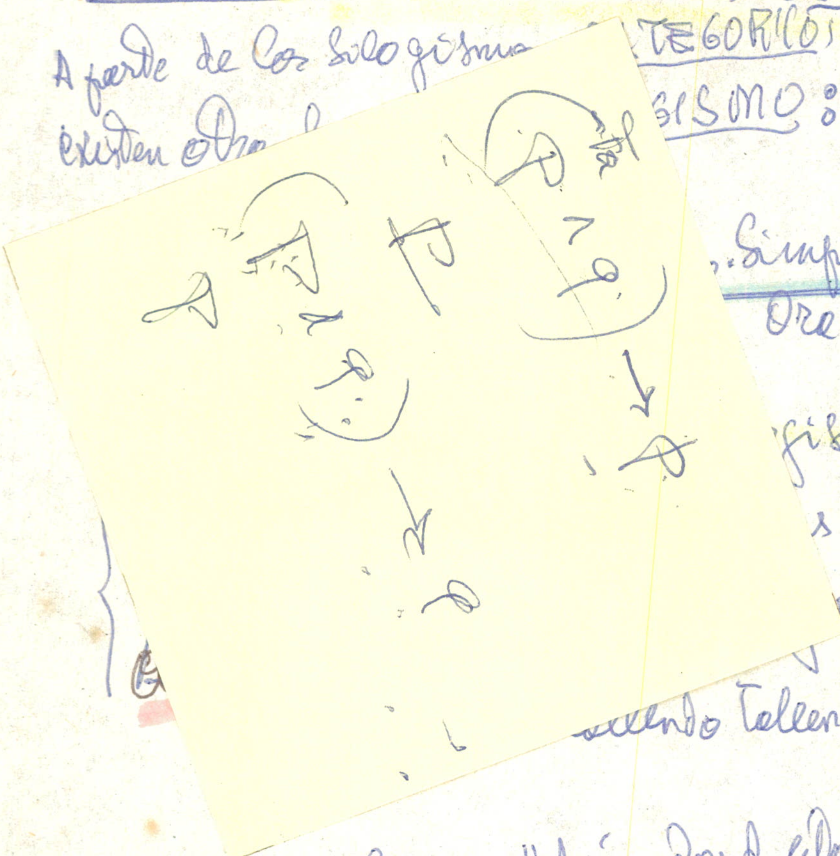
(20) "MODELO" = El hilo de la intriga puesto en un cuadro de proposiciones

"HOMOLOGICO" Las relaciones entre personajes V y T [illegible] en secuencia

El cuadro se [illegible] en Vertical = el aspecto paradigmático
en Horizontal = el aspecto sintagmático

FORMAS – VÁLIDAS . clásicas = SILOGISMOS.

A parte de los silogismos CATEGÓRICOS
existen otros ... SILOGISMO:



... Simple = (= de una sola hipótesis)
Oración Condicional

... gismo hipotético es el

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p} \\ \therefore q \end{array}$$

... s

... smo hipotético es el

... tollendo tollens

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{-q} \\ \therefore -p \end{array}$$

Y todas las formas "derivadas de ellas"
y por tanto "equivalentes" o implicadas por ellas

B Silogismo Disyuntivo . que posee una disyuntiva en la premisa mayor . 2 Formas Válidas B1 y B2.

B.1. La menor niega una de las alternativas: la conclusión afirma la otra.

$$\boxed{\begin{array}{l} A \vee B \\ \underline{-A} \\ \therefore B \end{array}}$$

B2. La Menor afirma una de las alternativas
La conclusión niega la otra:

$$\boxed{\begin{array}{l} A \vee B \\ \underline{A} \\ \therefore -B \end{array}}$$

C. Silogismo Conjuntivo: La mayor es una Conjunción de oraciones.

Únicamente posee una forma válida cuando los elementos unidos, no pueden ser ambos verdaderos a la vez.

$$\begin{array}{l} -(A \wedge B) \\ \underline{A} \\ \therefore -B \end{array}$$

(94)

D) Si uno tiene en una premisa la Afirmación de una conjunción puede utilizar la **REGLA de SIMPLIFICACIÓN.** llamada de "de Morgan"

$(A \wedge B) \rightarrow A$

$(A \wedge B) \rightarrow B$

Derivando uno de los dos elementos de la Conjunción!

E) Puede utilizarse también el esquema del Poli-Silogismo.

Polisilogismo

TM – TA
TB – TM

TB = TA

TM(A) – TC
TD – TM(A)

TD = TC

TM(C) – TE
TF – TM(C)

TF – TE
TM(E) – TG
TH – TM(E)

TH – TG
etc...

F) También puede utilizarse la forma del Sorites: o silogismo abreviado

TM – TA
TB – TM
TC – TB
TD – TC
TE – TD
TF – TE

TF – TA

G) Otra forma Válida es el Dilema:

$[(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \wedge (P \vee R)] \rightarrow (Q \vee S)$

$\sim[(\sim P \vee Q) \wedge (\sim R \vee S) \wedge (P \vee R)] \vee (Q \vee S)$

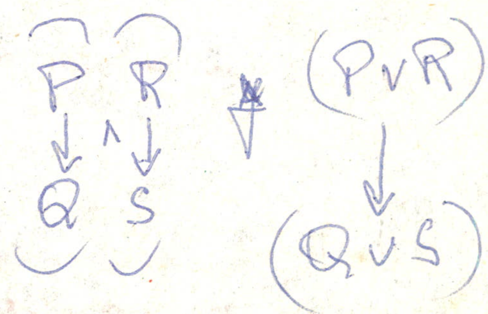
$[\sim(\sim P \vee Q) \vee \sim(\sim R \vee S) \vee \sim(P \vee R)] \vee (Q \vee S)$

$[(P \wedge \sim Q) \vee (R \wedge \sim S) \vee (\sim P \wedge \sim R)$

$[(P \wedge \sim Q) \vee \sim P] \wedge [(R \wedge \sim S) \vee \sim R)$

$[(P \vee \sim P) \wedge (\sim Q \vee \sim P) \wedge (R \vee \sim R) \wedge (\sim S \vee \sim R)] \vee (Q \vee S)$

$(P \vee \sim P \vee Q \vee S) \wedge (\sim Q \vee \sim P \vee Q \vee S) \wedge (R \vee \sim R \vee Q \vee S) \wedge (\sim S \vee \sim R \vee Q \vee S)$



EL RAZONAMIENTO – Teoría "racional" de la Inferencia

Tanto las Tablas de Verdad como las Formas Normales nos han conducido a encontrar FORMAS-DE-RAZONAMIENTOS que por ser universalmente válidas, son Tautologías; y por ser Tautologías son universalmente Válidas.

Podemos por tanto "generalizar" y decir que cualquier forma de razonamiento será válido, si es una Tautología, o puede ser reducida a Tautología.

EN GENERAL:

¿Qué es un razonamiento Válido?

Es una forma de razonamiento que posee esta única propiedad:

"Cada vez que las premisas son verdaderas también lo es la conclusión."

Existe por tanto un "nexo" que vincula las premisas con la conclusión de tal forma que la conclusión NO puede ser falsa, si las premisas son verdaderas!

Diremos entonces que: en un Razonamiento Correcto, las Premisas implican a la Conclusión.

En otras palabras: se excluye el caso (V – F) entre premisas y conclusión.

Se excluye la posibilidad de que las premisas (juntamente) sean Verdaderas y a la vez la conclusión sea Falsa.

Podremos por tanto establecer Reglas para determinar la Validez de un Razonamiento Cualquiera. – Esto nos permite someter a análisis formas todavía desconocidas de razonamiento para determinar si son Formas Válidas o no.

Además de los métodos ya conocidos de las Tablas de Verdad y de las Formas Normales, podemos adoptar cualquier procedimiento con tal que se respeten ciertas reglas de inferencia.

El principio fundamental sigue siendo el mismo. La conclusión ~~es~~ debe ser implicada por las PREMISAS.

Como tal "implicación" es una Relación, deberán establecerse reglas específicas que nos aseguren de que tal relación se da en las formas que analicemos.

Para que la conclusión sea válida deberá por tanto "derivarse" de las Premisas.

DERIVACIONES - LÓGICAS

La INFERENCIA es un proceso por el cual se demuestra que el NEXO entre Premisas y Conclusión es un nexo necesario.

Esto significa que las Premisas son sustituibles, por la conclusión! (La "tabla" de V. de aquellas implica la "tabla" de la conclusión.)

En otras palabras sustituimos una expresión por otra que le sea equivalente desde el punto de vista LÓGICO.

Por esta "necesidad" del nexo entre Premisas y Conclusión el Valor de Verdad de las Premisas es transmitido a la Conclusión.

Ej: Si quiero derivar de la premisa: P
la conclusión: $(P \to Q) \to Q$

Deberé demostrar la necesidad del NEXO.

Entonces se dirá que la conclusión $(P \to Q) \to Q$ ha sido derivada de la premisa P.

Puestas ciertas premisas pueden ~~derivarse~~ obtenerse diferentes conclusiones. La "inferencia" deberá establecer cuales son las oraciones que son válidas, y cuales no, como conclusiones de tales premisas. Derivar una conclusión equivale a decir: "obtener únicamente las conclusiones que proceden "necesariamente" y por tanto válidamente de las premisas."

Patrik Suppes califica a la conclusión de INTERPRETACIÓN en relación con las premisas. Si ~~Q~~ P es una conclusión "derivada" de ~~Q~~ se considera como "interpretación" de P. (p. 46) = en el sentido del "Teorema de Hilbert".

98 ~~Siendo P = ((B v C) → D)~~
~~y siendo Q = (A → D)~~

Siendo $Q = (A \to D)$
y siendo $P = ((B \vee C) \to ~~D~~ E)$

— Diremos que "P" es una interpretación oracional de "Q" porque procede por sustitución de un elemento en todos los lugares en que se encuentre (A) por (B v C). El conectivo principal (⇒) se mantiene invariado y es una implicación.

— Ej.: si Q = [Si el carro es nuevo → Luisa lo maneja] concuidado = (A → D)
y si P = [(Si) el carro es veloz, o su barniz es brillante, (entonces) → Las carreteras son grises] = [(B v C) → E]

En esta "derivación" (interpretación oracional se conserva la FORMA oracional!).

Pero al revés "Q" no sería una interpretación Oracional de "P" porque la disyuntiva no se encuentra en él.

La interpretación oracional de una expresión Q. que es P, puede tener mayores estructuras pero no menores (recuerda ~~lo~~ V-F) ¡o iguales.

Si la primera oración Q es: $[A \to (B \vee A)]$
y P es $[D \to (E \vee F)]$ no es una interpretación oracional porque en P no hay la repetición de "D" que substituye A en todo lugar
la correcta sería? $[D \to (E \vee D)]$

Expresado en forma general se dirá:
P es consecuencia lógica de Q, si, son verdaderas todas las "interpretaciones oracionales de $(Q \to P)$.
Si las sustituciones se realizan con oraciones Atómicas entonces:

Def 1: "Una Tautología es una Expresión cuyas "interpretaciones atómicas" oracionales son todas Verdaderas!

Def 2 = Si es verdadera la interpret. oracional atómica de una oración, entonces "Toda" interpret. oracional de la misma resulta Verdadera!

Las "REGLAS" que se establecen para la Derivación deben ser SÓLIDAS o legítimas = coherentes, impedir que haya "falacias" (= falta de NEXO-Necesario) o bien doble sentido.

Si una nueva "regla" de Inferencia conduce a conclusiones "falsas", deberá rechazarse! (desde premisas verdaderas (Siempre V-F!) siempre se deben obtener conclusiones verdaderas.

METODO DE DERIVACIÓN: =

Ej.:

$$\frac{P}{(P\to Q)\to Q}$$

Los pasos son los siguientes:

1. Parto de la conclusión. $(P\to Q)\to Q$ como Suposición
2. Introduzco todas las premisas: P. como un Supuesto.
3. Si la conclusión es hipotética se toma también como Supuesto su Antecedente. $(P\to Q)$
4. La Unión de las dos anteriores constituye una forma reconocible de Tautologías (MP) y partiendo justifica la conclusión.
5. Si obtengo como resultado el "Condicionado" habré probado la verdad de la conclusión.

Ej.:

1.	Demuestre: $(P\to Q)\to Q$	
2.	$P\to Q$	Suposición hipotética
3.	P	Premisa
4.	Q	2.3 MP

En general puedo establecer las REGLAS de "INFERENCIA:"

Qué Reglas que se aplican ! para las [DERIVACIONES] 101

S = (1) Regla de "Separación" MP.
[1] Si se toma como Antecedente: la Reunión de [Un Condicional + el antecedente Mismo] $(p \to q) \wedge p$
puede inferirse el "consecuente." $= q$
conjunción de 2 premisas.
(2) siempre puede introducirse una oración S si es implicada por la

R = (2) R/de Reunión. Si dos enunciados ambos se toman como premisas, Se puede inferir la Reunión de los dos.

$$\text{Ej:} \left\{ \begin{matrix} (p \to q) \\ p \end{matrix} \right. \longrightarrow \left[(p \to q) \wedge p \right]$$

O sea todas las "expresiones" de la derivación implican la "reunión" de cualquiera de ellas !

T = (3) R/de Inserción: 1) Cualquier "Tautología" - T. puede ser introducida como premisa - en una derivación !.
2) y Cualquier premisa puede ser usada para derivar.

I (4) R/de Intercambio: en una expresión "condicional" puede sustituirse a cualquier termino, "por otro" que le sea equivalente. →

PC (5) R/ P.C. "Prueba condicional"
Si de R puede inferirse S ! (y de un conjunto de premisas)
= Entonces del Mismo Conjunto puede inferirse $(R \to S)$

$$\text{Ej:} \{ [R \wedge (D \vee E)] \to S \} \longrightarrow (R \to S)$$

$$\text{Ej:} [(P \wedge Q) \to S] \longrightarrow (P \to S)$$

Los reglas anteriores se agregan a las que se dieron en el Método, que resumimos aquí !

1 (2) ~~Siempre puede introducirse una premisa~~ Siempre puede introducirse alguna de las premisas como parte de la deducción
2 (1) Siempre puede introducirse una oración S. si es implicada por la Conjunción de 2. premisas. (Regla de Separac.)
3 (2) RAA = "reductio ad absurdum" = ~~[illegible]~~ (en las derivac INDIRECTAS) Si de un conjunto es derivable una Contradicción $(= S + \sim S)$ entonces

155

S es derivable del mismo conjunto.

(Suppes p. 52)

(109)

Ej 1º

1 Si las moleculas no incluyen los atomos entonces hay continuidad en la materia.
2 Si hay continuidad en la Materia entonces esta no es descomponible.
3 O es descomponible o es una substancia homogenea.
4 Pero la materia no es homogenea.

5 Entonces las moleculas incluyen los atomos!

Razonamiento

1 $-S \to C$
2 $C \to -D$
3 $D \vee O$
4 $-O$

5 $\therefore S$

1 Demuestre : S

2	$-S \to C$	1ª Premisa
3	$C \to -D$	2ª Premisa
4	$D \vee O$	3ª Premisa
5	$-O$	4ª Premisa
6	D	4.5 Silog. Disyunt.
7	$-C$	3.6. MT.
8	S	2.7 MT.

(Suppes p. 56)

Ej 2º

1 $C \to (D \to B)$
2 $-G \vee C$
3 D
4 G

5 $\therefore (G \to B)$

1 Si tu cabeza es inconstante → (entonces pierdes contacto con la realidad y portanto te alejas del mundo
2 No ~~puedes ser~~ eres buen estudiante o tu cabeza es inconstante
3 Pero pierdes contacto con la realidad
4 Y eres buen estudiante

5 Entonces : Si eres buen Estudiante te alejas del mundo

1 Demuestre : $(G \to B)$

2	$C \to (D \to B)$	P.
3	$-G \vee C$	P.
4	D	P.
5	G	P.
6	C	3.5 Sil. Dis.
7	$D \to B$	2.6. MP
8	B	4.7 MP
9	$G \to B$	5.8. PC.

Ejemplo 3º

1 $A \rightarrow (B \vee C)$
2 $B \rightarrow -A$
3 $D \rightarrow -C$
4 A

5 $\therefore A \rightarrow -D$

1 Si trabajas duro → entonces serás el mejor de la clase o actuarás como buen profesional.
2 Si eres el mejor de la clase → no perderás la confianza de los compañeros.
3 Si eres mal dibujante → no actuarás como buen profesional
4 Y pierdes la confianza de los compañeros

∴ Si pierdes la confianza de los compañeros entonces no eres mal dibujante.

(Suppes p 57)

1	Demuestre: $A \rightarrow -D$	
2	$A \rightarrow (B \vee C)$	P.
3	$B \rightarrow -A$	P.
4	$D \rightarrow -C$	P.
5	A	P.
6	$B \vee C$	2,5 MP.
7	$-B$	3.5. MT
8	C	6,7. Silog Disjunt.
9	$-D$	4,8. MT
10	$A \rightarrow -D$	5.9. PC.

"FORMAS - INCORRECTAS"

Hasta aquí hemos derivado razonamientos que eran realmente correctos!
Qué pasa si un razonamiento no lo es?
No podrá derivarse la conclusión?
R/ – Bastará demostrar que las PREMISAS son INCONSISTENTES ENTRE-SI.

Ejemplo 40 [Si NO ES CORRECTO]:

(104)

1. $V \to L$ — 1 Si luisa toca bien el piano → puede ser concertista
2. $L \to B$ — 2 Si es concertista → hará una brillante carrera
3. $M \to -B$ — 3 Si fracasa en la competición → no hará una brillante carrera

$\therefore V \wedge M$ — 4 De hecho toca bien el Piano ∧ fracasa en la competición.

~~Sólo~~

	Demostrar $V \wedge M$ (no)	
1		
2	$V \to L$	P.
3	$L \to B$	P
4	$M \to -B$	P
5	$V \wedge M$	Concl. = P.
6	$(V \to L) \wedge (L \to B)$	R. 2.3
7	$V \to B$	Trans. Sylog. 5.
8	V	7, 9. MP
9	B	5. S.
10	M	9. 4. MP
11	$-B$	R. 9.11.
12	$B \wedge -B$	

(1) Este Ejemplo prueba que para demostrar que un razonamiento no es Valido Basta demostrar que las Premisas son "Inconsistentes con la conclusión."

(2) Si introducimos la conclusión "como si fuera una premisa" se deriva una CONTRADICCIÓN! lo cual demuestra que el razonamiento es INCORRECTO

Derivación inconsistente!

(Suppes p.

HAY TRES FORMAS BASICAS DE DERIVACIÓN:

(A) Derivación Directa

(B) DERIVACIÓN CONDICIONAL = Sotiene la Forma $P \to Q$

(C) DERIVACIÓN INDIRECTA:

(A) Demostrar ϕ

⋮
ϕ

Sup. P P ⋮

(B) Demostrar $P \to Q$

P
⋮
Q

Supos C.

Demostrar Q

$-Q$
⋮ X
Q $-X$

] cualquier Variable afirmada y negada

(C) Demostrar $\sim\phi$

ϕ
⋮ X
⋮ $-X$

Otros Ejemplos de Derivación - Directa :

① 1) $A \to \sim B$
2) $\sim B \to C$
3) C
4 $\therefore A$

① Si Razonas coherentemente, entonces no necesitas copiar de otros
② Si no necesitas copiar → entonces eres original
③ y eres original
4. Entonces Razonas coherentemente –

no

1 Demostrar: A

2	$A \to \sim B$	Pa 1
3	$\sim B \to C$	Pa 2
4	C	Pa 3
5	$A \to C$	2.3 Regla Transit.
		PC

② 1 $A \to B$
2 $A \vee C$
3 $C \to \sim D$
4 D
5 $\therefore B$

1 Si las amas de casa cocinan bien entonces sus maridos se sienten seguros
2 O las amas de casa cocinan bien o hay descontento en casa
3 y si hay descontento entonces no se trabaja con gusto
4 Pero se trabaja con gusto
5 entonces sus maridos se sienten seguros –

1 Demostrar: B

2	$A \to B$	1º Pr
3	$A \vee C$	2º Pr
4	$C \to \sim D$	3º Pr
5	D	4º Pr
6	$\sim C$	4.5. MT.
7	A	3.6. Sil. Dis.-
8	B	2.7. MP

1 Demostrar $\sim B$

2	$(A \vee B) \to C$	Prem 1
3	$C \to (D \vee E)$	Prem 2
4	$E \to F$	Prem 3
5	$\sim D \wedge \sim E$ eq $\sim(D \vee E)$	Prem 4
6	$(A \vee B) \to (D \vee E)$	2.3 Transit
7	$\sim(D \vee E)$	5. Morgan
8	$\sim(A \vee B)$ eq $\sim(A \wedge B)$	4.8. MT Morgan
9	$\sim B$	8. Simplific.

③ 1 $(A \vee B) \to C$
2 $C \to (D \vee E)$
3 $E \to F$
4 $\sim D \wedge \sim E$
5 $\therefore \sim B$

1 Si los ministros suben los impuestos o disminuyen las fuentes de trabajo entonces habrá escasez de comida.
2. Si hay escasez de comida debe intervenir el gobierno o bien habrá huelgas.
3 Si hay huelgas el régimen será inestable
4 Pero no intervendrá el gobierno y no habrá huelga
5 entonces no disminuyen las fuentes de trabajo

(4)

(106)

1) O las leyes son justas o No se cumple con el bien de los ciudadanos

2) Si se reglamenta la conducta, entonces → las leyes no son justas

3 ∴ Entonces: Si se cumple con el bien de los ciudadanos entonces No se reglamenta la conducta!

1 $A \vee \sim B$

2 $C \to -A$

3 [illegible]

$\therefore B \to -C$

1 Demuestre: $B \to -C$ — Prem 1

2 $A \vee -B$ — Prem 2

3 $C \to -A$ — Suposic. Condic.

4 B (y $\sim\sim B$) — 2. 4. Sil. Disyunt.

5 A

6 $-C$ — 3-5 MT

---

(5)

1 $P \to Q$

2 $-P \to R$

3 $\therefore Q \vee R$

1 Si el gobierno realiza reformas entonces estimula la revolución

2 Si el gobierno no hace reformas promueve la contrarre-volución

3. De hecho La revolución se estimula o se promueve la contrarrevolución (Ferrater Mora P. 50)

1 Demuestre $Q \vee R$

2 $P \to Q$ — 1º Pre

3 $-P \to R$ — 2º Pre

4 $P \vee -P$ — T. 3 Ley del Tercer Excluido

5 $(P \to Q) \wedge (-P \to R) \wedge$

6 Dilem $(P \vee -P)$ — 2.3.4 Reunión

7 $Q \vee R$ — 5 T10. Ley del Dilema

DERIVACIÓN CONDICIONAL

1) Cuando la conclusión es un condicional se utiliza la derivación condicional. Esto consiste en suponer el antecedente y probar o derivar el consiguiente.

2 Si hay varias implicaciones se recurre a derivaciones subsidiarias o cuando hay condicionales en las premisas

Ej: 1) $P \rightarrow Q$

$\overline{P \rightarrow ([Q \rightarrow R] \rightarrow R)}$

1 Demuestre $P \rightarrow ([Q \rightarrow R] \rightarrow R)$

2 P Sup

3 Demuestre $(Q \rightarrow R) \rightarrow R$ Sup

4 $(Q \rightarrow R)$ Pr.

5 $P \rightarrow Q$ Tp.4

6 R 5

Ej: 2)

$Q \rightarrow \sim R$

$\sim P \rightarrow R$

$\overline{\sim P \rightarrow \sim Q}$

1 Demuestre $(\sim P \rightarrow \sim Q)$

2 $\sim P$ Supos Condic

3 $\sim P \rightarrow R$ Prem 1

4 R MP 2.3

5 $Q \rightarrow \sim R$ Prem 2

6 $\sim Q$ MT. 4.5

DERIVACIÓN INDIRECTA

La Derivación Indirecta consiste en demostrar que la Contradictoria a la Conclusión dada no conduce a una Verdad sino a una nueva Contradicción

Ej. 1

$P \to Q$
$P \to \sim Q$
$\therefore \sim P$

Demostrar $\sim P$

1	P	Supos
2	$P \to Q$	P
3	Q	M.P. 2.3
4	$P \to \sim Q$	P
5	$\sim P$	M.T. 5.4
6	$P \wedge \sim P$	2.6, R.

(Suppes p. 52)

Ej. 2 Repetimos el Ej. 3. con la Deriv. Indirecta: con el mismo razonamiento anterior.

Demostrar $(A \to \sim D)$

1	$\sim(A \to \sim D)$ eq $A \wedge D$	Sup.
2	$A \to (B \vee C)$	P.
3	$B \to \sim A$	P
4	$D \to \sim C$	P
5	A	P
6	$B \vee C$	MP. 3.6
7	D	2 Simpl.
8	$\sim C$	5.8. M.P.
9	B	7.9. Sil.Dis.
10	$\sim A$	4.10. MP.
11	$A \wedge \sim A$	

Ej. 3 (Suppes p 69)

Razonamiento:

1 $D \to C$
2 $A \vee -C$
3 $-(D \wedge A)$
4 D

5 $\therefore -D$

(1) Si promueves a los débiles haces un acto de bondad
(2) y o los débiles alcanzan una ocupación ∨ tu no haces un acto de bondad.
(3) y no es verdad que (tu promueves a los debiles y ellos alcanzan una ocupación
(4) y de verdad los debiles alcanzan una ocupación

(5) ∴ Entonces No es verdad que promueves a los debiles

Prueba

1	~~Demuestre~~: $-D$	
2	D	Suposición
3	$D \to C$	P.
4	C	2.3. MP
5	$A \vee -C$	P_2
6	A	4 5, Silo Disyunt (Leg.
7	$\sim(D \wedge A)$	P
8	$\sim D \vee -A$	7. Equiv.
9	$-D$	Silog. Dis. 6.8 (leyes de Morgan)
10	$D \wedge \sim D$	C. 2.9 - RAA. (Reducción Al Absurdo)

Ej 4

1 $\sim P \to Q$
2 $P \to Q$

3 $\therefore Q$

1	Demuestre Q	
2	$\sim Q$	Sup. ~~…~~ neg
3	$\sim P \to Q$	Premisa 1
4	P	MT 2.3
5	$P \to Q$	~~MP 3.5~~ Prem. 2
6	Q	MP. 4 5
7	$\sim Q$	R. 2.

1) Si no hablas la lengua del país tienes dificultad ~~entonces eres un extranjero~~ para comunicarte
2) Los que hablan la lengua del país son extranjeros tienen dificultad para comunicarse
3) Entonces ~~…~~ tienes dificultad para comunicarte.

Ej: 5.

1. $\sim(R \to Q)$
2. Q

3. $\therefore R$

1_ No es cierto que si practicas el deporte entonces eres un atleta
2 - y eres un atleta
3 _ entonces practicas el deporte

1. Demuestre: R ≡ 111
2. $\sim R$ — Sup. Neg.
3. $\sim(R \to Q)$ — Prem 1.
4. $R \wedge \sim Q$ — L. Morg 3.
5. Q — Prem 2.
6. $\sim Q$ — T. Simpl.
7. $Q \wedge \sim Q$ — U. 5. 6.

Ej: 6. $((P \to Q) \to P) \to P$

(Si ayudas a tus vecinos entonces eres un hombre justo) → entonces ayudas a tus vecinos → entonces ayudas a tus vecinos. !

[Es un: Teorema]
Ley de Peirce !

1. Demuestre $(((P \to Q) \to P) \to P)$ — Sup. Cond
2. $(P \to Q) \to P)$ — Der. Sal.
3. Demuestre P — Sup. Neg
4. $\sim P$ — MT. 2. 4.
5. $\sim(P \to Q)$ — Der. Sal.
6. Demuestre $P \to Q$ — Sup. Cond
7. P — Rep. 4
8. $\sim P$

Ej: 7 1. $(P \to \sim Q) \to Q$
2. $Q \to R$

3. $\therefore R$

1) (Si un estudioso investiga entonces no queda satisfecho) → entonces queda satisfecho!
2) Si queda satisfecho entonces es guía para los demás

3). Entonces es guía para los demás!

1 Demuestre: R
2 $\sim R$ — Sup. Neg
3 $Q \to R$ — Prem 2
4 $\sim Q$ — MT. 2. 3
5 $(P \to \sim Q) \to Q$ — Prem
6 $\sim(P \to \sim Q)$ — MT 4. 5.
7 $P \wedge \sim Q$ — T. ~~Morgan~~
8 Q — Simplif. 7

DERIVACIÓN = de TEOREMAS.

Un Teorema es una expresión universalmente válida = una Tautología!

① $P \to P$ $= T_1$

1 Demuestre $P \to P$
2 P — Supos Cond.
3 P — R. 1
4 $P \to P$ — Un. 2. 3

② $Q \to (P \to Q)$ $= T_2$

1 Demuestre: $Q \to (P \to Q)$
2 Q — Supos Co
3 Demuestre $P \to Q$
4 P — Supos Cond
5 Q — Rep. 2
6 $P \to Q$ — Un. 4-5

③ $P \to (P \to Q) \to Q$ $= T3.$

1 Demuestre: $P \to (P \to Q) \to Q$
2 P — Supos Cond
3 Demuestre $(P \to Q) \to Q$ — Der. Subs.
4 $P \to Q$ — Sup. cond
5 Q — M.P. 2, 4

④ $(P \to (Q \to R)) \to [(P \to Q) \to (P \to R)]$ $= T6.$

1 Demuestre $(P \to (Q \to R)) \to [(P \to Q) \to (P \to R)]$
2 $P \to (Q \to R)$ — Supos Co
3 Demuestre $[(P \to Q) \to (P \to R)$
4 $P \to Q$ — Supos Cond
5 Demuestre: $(P \to R)$
6 P — Supos Con.
7 $Q \to R$ — M.P. 2. 6
8 Q — M.P. 6. 4
9 R — M.P. 7. 8.

Ej. (5) Para comparar la derivación de un Razonamiento con premisas a la de un teorema

114 1. $P \to \sim Q$

$P \to Q$

2. ______

3. $\therefore \sim P$

1. Demuestre: $\sim P$ — Sup Neg.
2. P — Prem 1
3. $P \to \sim Q$ — MP. 2.3
4. $\sim Q$ — Prem 2
5. $P \to Q$ — MT. 4.5
6. $\sim P$ — Un. 2-6.
7. $P \wedge \sim P$

Ej. 6. $[(P \to Q) \to Q] \to ((Q \to P) \to P)$ = T10

1. Demuestre $[(P \to Q) \to Q] \to [(Q \to P) \to P]$ — Supos Cond
2. $[(P \to Q) \to Q]$ — Deriv. Subsid
3. Demuestre $\to [(Q \to P) \to P]$ — Supos Cond
4. $Q \to P$ — Deriv. Subsid.
5. Demuestre P — Supos Neg
6. $\sim P$ — 4 6. MT.
7. $\sim Q$ — M.T. 2.7.
8. $\sim (P \to Q)$ — Deriv Subsid
9. Demostrar $P \to Q$ — Supos Cond
10. P — Rep. 6
11. $\sim P$
12. $P \wedge \sim P$

DERIVACIÓN DE UNA CONJUNCIÓN :

Axiomas

Recordar las formas válidas de equivalencias :

a) $\begin{cases} P \land Q \rightarrow P \\ Q \land P \rightarrow P \end{cases}$ = R. de Simplificación: "De una Conjunción se deriva cualquiera de sus miembros"

b) $\begin{cases} P \\ Q \\ \rightarrow P \land Q \end{cases}$ = Reunión

c) $\begin{cases} P \\ \rightarrow P \lor Q \end{cases}$ $P \rightarrow (P \lor Q)$ $P \rightarrow (Q \lor P)$ Etc..

d). $\begin{cases} P \leftrightarrow Q \\ \rightarrow P \rightarrow Q \end{cases}$ $P \leftrightarrow Q$ $\rightarrow Q \rightarrow P$ Un bicondicional implica cualquiera de las condiciones entre P y Q.

e) La Reunión de dos condiciones de $P \rightarrow Q$ y $Q \rightarrow P$ implica un bicondicional

$\begin{cases} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \\ \rightarrow P \leftrightarrow Q \end{cases}$

Ejemplos $\sim P \land Q$ $\therefore \sim P$ $P \land (Q \rightarrow R)$ $\therefore (Q \rightarrow R)$ $\begin{cases} \sim P \\ Q \end{cases} \rightarrow (\sim P \land Q)$

Etc... $P \leftrightarrow (Q \lor R)$ entonces $\begin{cases} P \rightarrow (Q \lor R) \\ (Q \lor R) \rightarrow P \end{cases}$ $P \rightarrow (Q \lor R)$ $(Q \lor R) \rightarrow P$ entonces $P \leftrightarrow (Q \lor R)$

Ejemplo $P \land (Q \land R) \rightarrow (\underline{P \land Q}) \land \underline{R}$

- Este es un teorema de 2 miembros
- Primero se demuestra una parte de la consecuencia y luego la otra

(116)

1 Demuestre: $[P \wedge (Q \wedge R)] \rightarrow [(P \wedge Q) \wedge R]$ Supos. Cond.

2 $P \wedge (Q \wedge R)$ Deriv. Subsid.

3 Demuestre $P \wedge Q$ (primera parte) Supos. conj

P Simplif. Morgan 2

4 $Q \wedge R$ Simplif. 5

5 Q Ram. 4, 5.

6 $P \wedge Q$ Deriv. Subsid.

7 Demostrar: R Rep. 5

8

9 $Q \wedge R$ Simplif.

10 R Reunión 7, 10.

11 $(P \wedge Q) \wedge R$

$2 \wedge [3 \rightarrow 4] \rightarrow 5 \rightarrow [6 \wedge 2] \rightarrow 7 \wedge R$

$(2 \wedge 4) \rightarrow 5 \rightarrow (6 \wedge 7 \wedge 9) \rightarrow 10] \rightarrow 11$

Como funciona un "PROGRAMA" del Ordenador ? "BASIC"

R: 1) Un programa es un razonamiento : Parte de una serie de premisas → y conduce a una conclusión !

2) El "lector" de la máquina lee las premisas y llega a la conclusión.

3) Todas las premisas responden a la regla de derivación U. de Reunión ; es decir o sea están unidas por el conectivo $\wedge$.

Ej: 1)

```
10 A = 15
20 B = 7
30 C = A*B
40 PRINT C
50 END
```

= [(10 (A=15) ∧ (20 B=7) ∧ (30 C = A*B)] → (40 Print C) ∧ Termina, 50.

[(10 A=5) ∧ (20 B=7)] → [30 PRINT A*B] ∧ END

o Bien:

```
10 A = 5
20 B = 7
30 PRINT A*B
40 END
```

Ej: 2)

```
10 REM VALOR DE CALIFICACIONES.
20 M = 60
30 G = 80
40 S = 75
50 C = 87
60 I = 90
70 P = (M + G + S + C + I)/5
```

Si (20 M = 60 ∧ 30 G = 80 ∧ 40 S = 75 ∧ 50 C = 87 ∧ 60 I = 90) → (70 P = M + G + S + C + I) /5

∧ (PRINT "SU PROMEDIO DE CALIFICACIONES ES :";P) → 90 END

118

O, de otro modo:

3

```
10 REM CALIFICACIONES PROMEDIO
20 INPUTM
30 INPUTG
40 INPUTS
50 INPUTC
60 INPUTI
70 P=(M+G+S+C+I)/5
80 PRINT "SUCALIFICACIONES:";P
90 END
RUN
?
```

se introducen los 5 números, cada vez presionando RETURN

FORMATO DE UNA ESTRUCTURA CONDICIONAL

A veces el ordenador utiliza "específicamente" la estructura condicional: (IF ... THEN...)

IF: { (Variable R/con Número) ∧ (otra Var. R con otro Número) } THEN →

a veces la conclusión es doble: { Entonces = Variable. / V(0) = ELSE }

R = "operador" lógico { = igual; < menor; > mayor; <= menor o igual; >= mayor o igual; <> = mayor o menor }

Ej. ④ Para sumar 5 Números :

```
10 N=0
15 T=0
20 INPUT A
30 T=T+A
40 N=N+1
50 IF N=5 THEN 70
60 GOTO 20
70 PRINT T
80 END
```

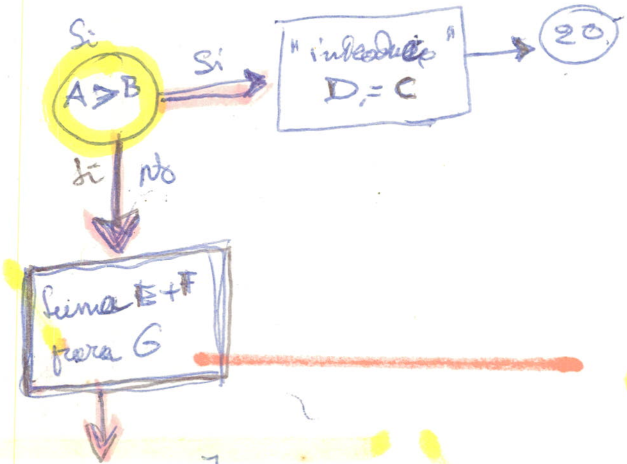
{(Si N=0) ∧ (T=0) ∧ (A tiene un valor dado)} → (T se cambia en T+A) ∧ (N se cambia en N+1) ∧ (cuando N llega a 5 → vaya a la línea 70 para imprimir el total) ∨ bien regrese al 20 para introducir más numeros y (después del 70) termine en 80.

[10 ∧ 15 ∧ 20 ∧ 30 ∧ 40] → [50 si → 70.80; no 60]

[((10 ∧ 15) → 20] ∧ [30 ∧ 40] ∧ [(50=5 → 70) ∨ (50 ≠ 5 → 60)] → 20)

Para analizar las alternativas :

```
20 IF A > B THEN 50
30 G = E+F
40 GOTO 20
50 D=C
60 GOTO 20
```

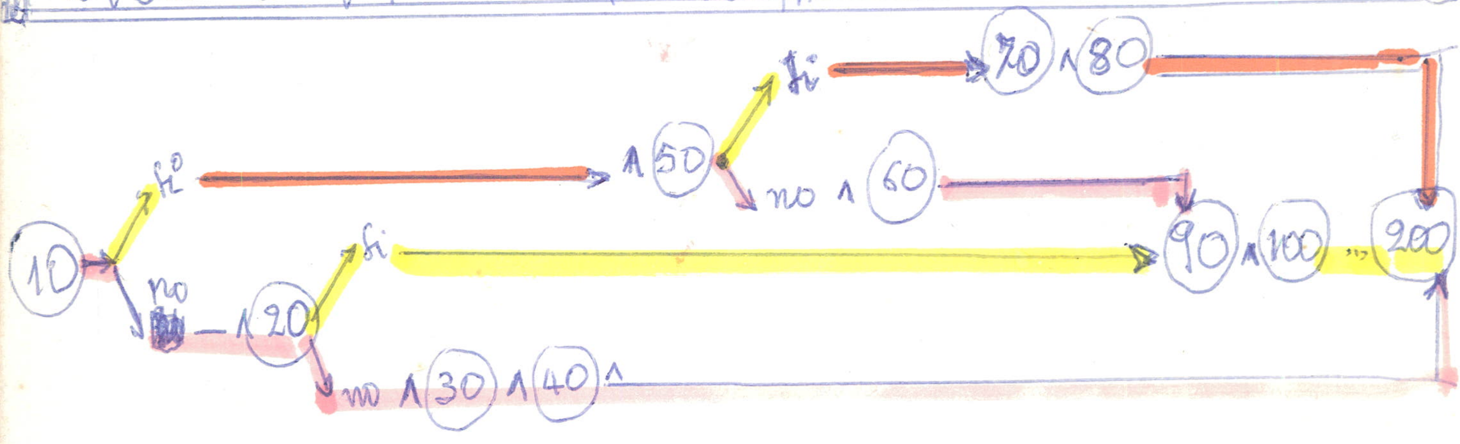


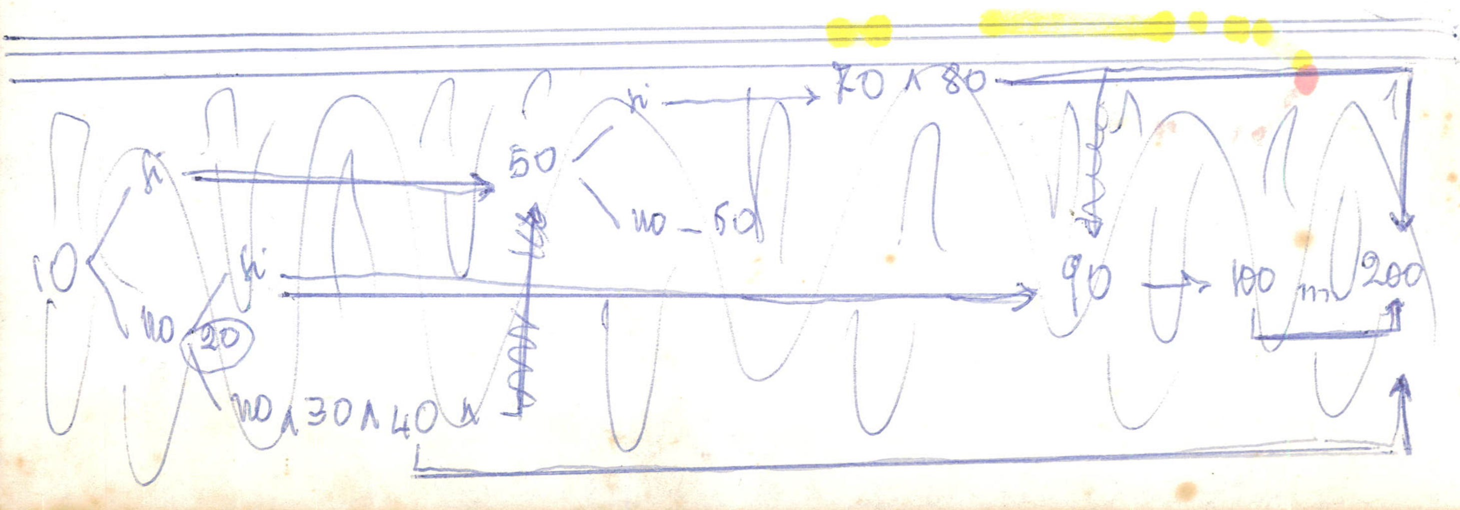
O BIEN

20 { IF (A > B) → [vaya a 50 (D=C) ∧ 60] ∧
IF no (A > B) → siga con 30 ∧ 40

20 → si → 50 → 60
20 → no 30 ∧ 40

Interpretación del flujo de Lectura y cálculo:



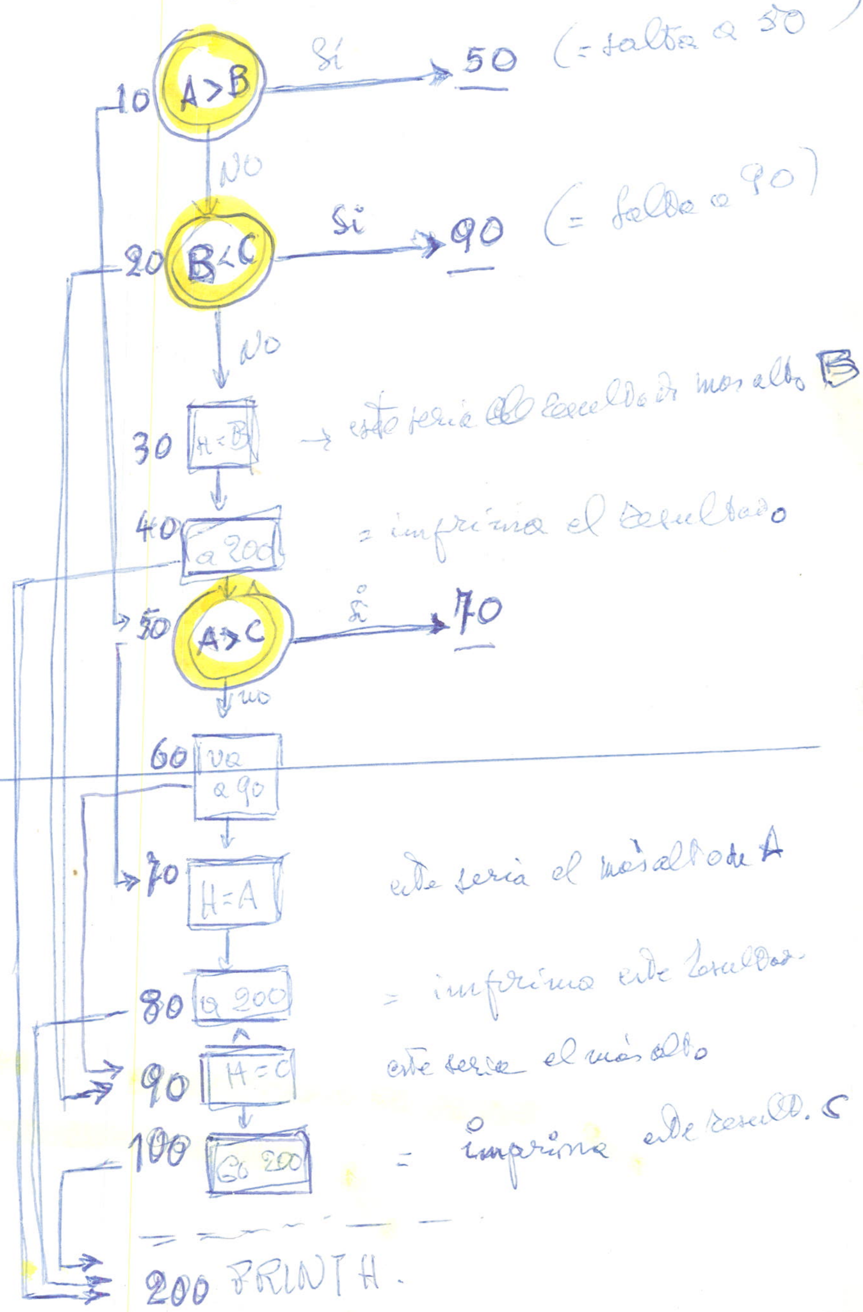


Ej: 5

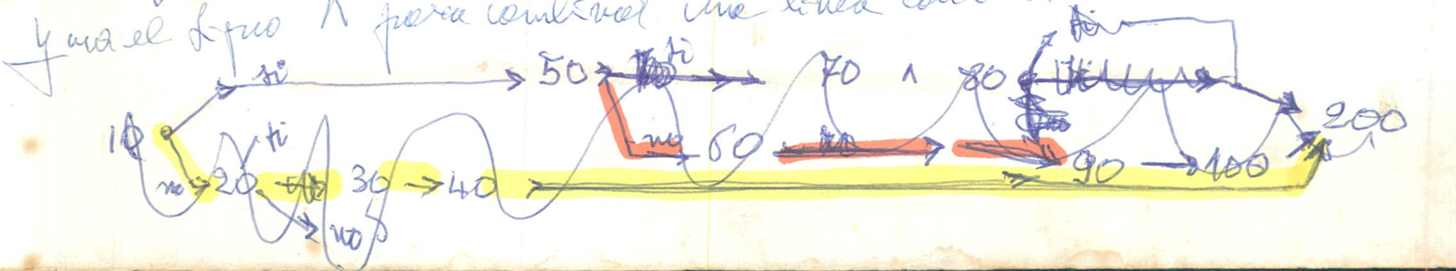
Programa: para encontrar el "mayor" de 3 Números = A, B, C y colocar en H. el resultado.

```
10 IF A > B Then 50
20 IF B < C Then 90
30 H = B
40 GOTO 200
50 IF A > C THEN 70
60 GOTO 90
70 H = A
80 GOTO 200
90 H = C
100 GO TO 200
---
200 PRINT H.
```

Flujo:



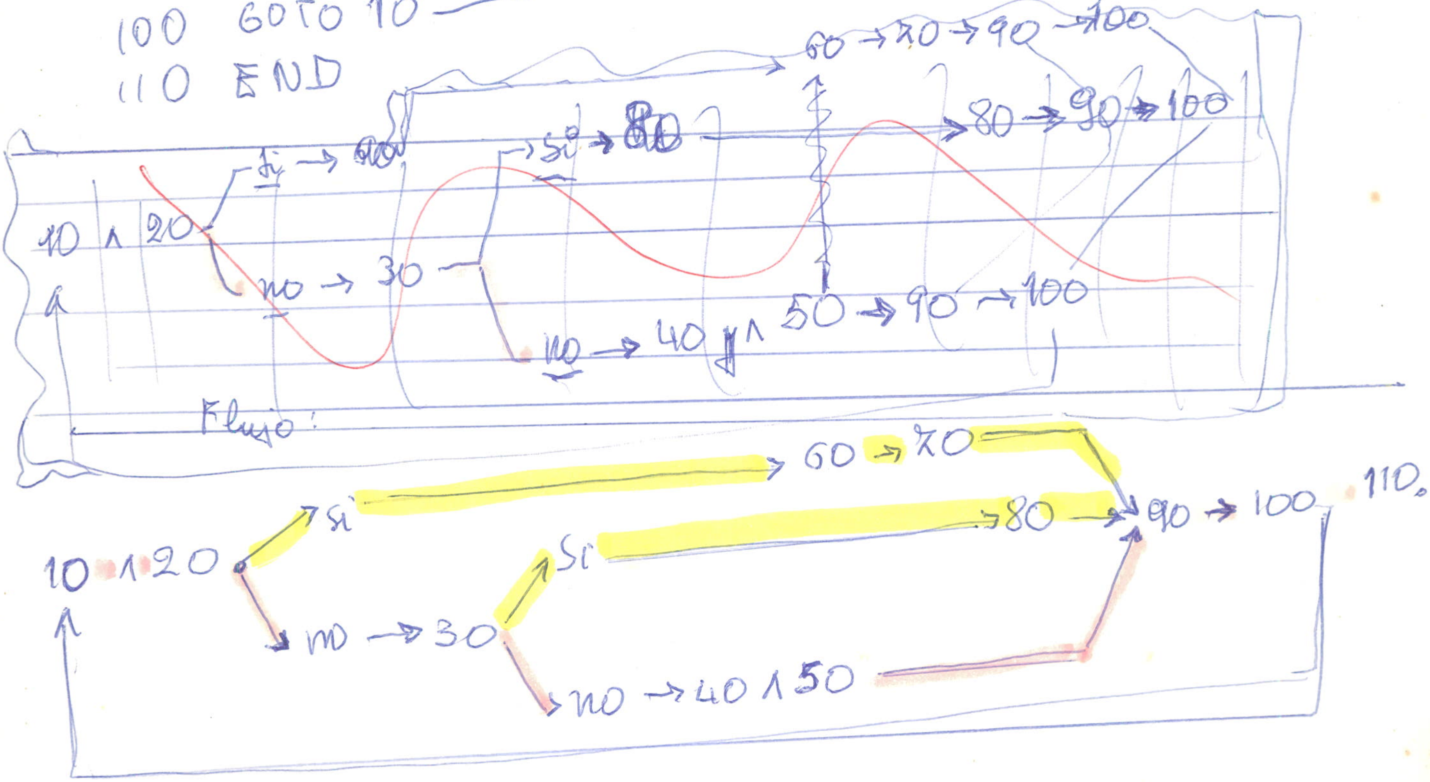
Nota: a un programa de selección la Máquina entiende los signos lógicos de > < {más grande o más pequeño / menos pequeño o no} y usa el signo ∧ para combinar una línea con otra:



Ej. 6 Programa para distribuir bonificaciones a vendedores suponiendo que sea de el 2% si las ventas son menor de 500
3% + $50 si son menores a 3000
5% + $75 si son más a 3000
El programa lleva INPUT PARA introducir el nombre y la venta

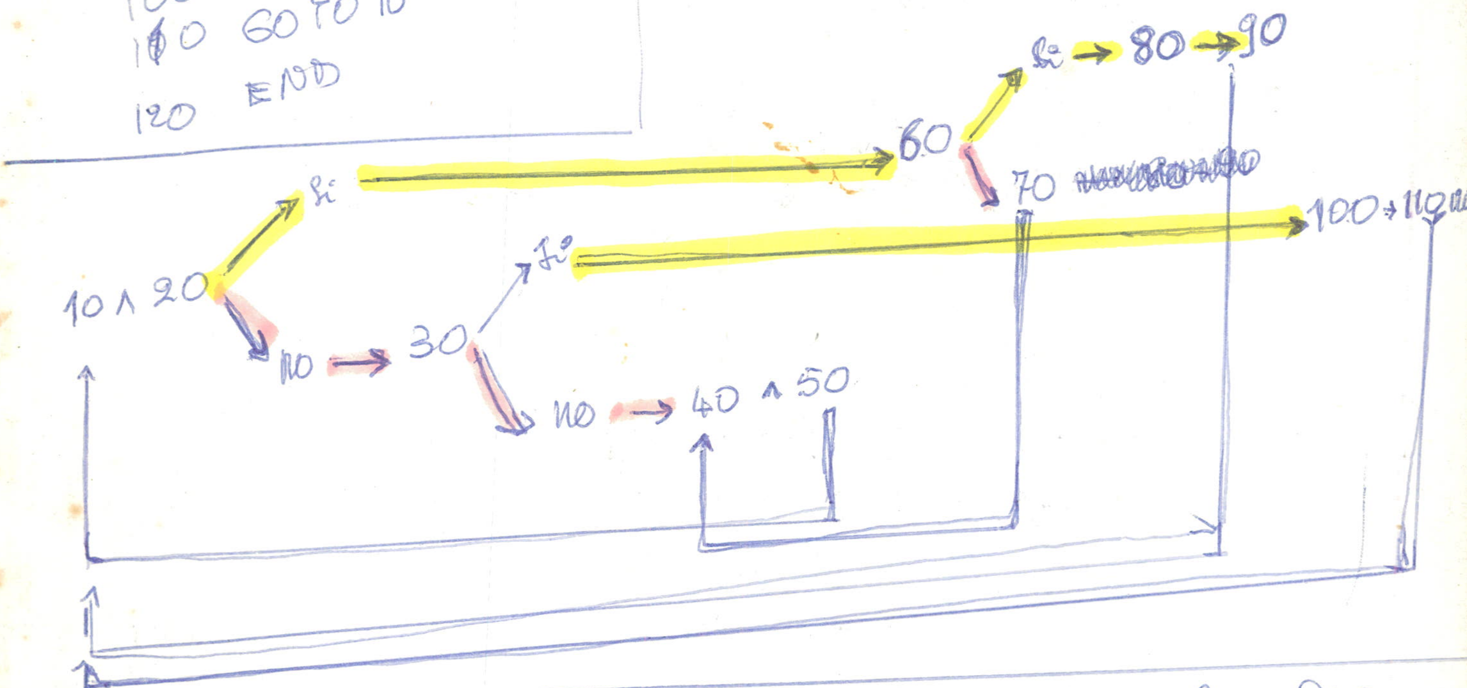
```
10 INPUT N$, S
20 IF S < 500 THEN 60
30 IF S < 3000 THEN 80
40 B = .05*S +75
50 GOTO 90
60 B = .02*S
70 GOTO 90
80 B = .03*S + 50
90 PRINT B
100 GOTO 10
110 END
```

= Note no hace falta de establecer la cantidad mínima porque 20, 30 ya establecen los límites. Queda analizar 40 está sobre los 3000!



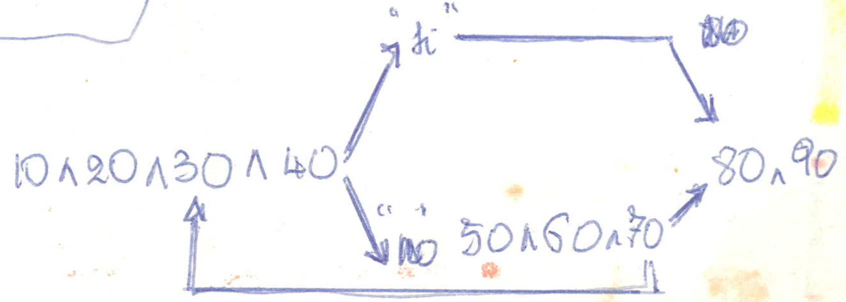
Ej: 2° Introducir 3 variables A B C e imprimir la menor y que sea repetible.

```
10 INPUT A,B,C
20 IF A < B THEN 60
30 IF B > C TEN 100
40 PRINT C
50 GOTO 10
60 IF A < C THEN 80
70 GOTO 40
80 PRINT A
90 GOTO 10
100 PRINT B
110 GOTO 10
120 END
```



Ej: 3 Para introducir y calcular promedios después de leer todas las entradas:

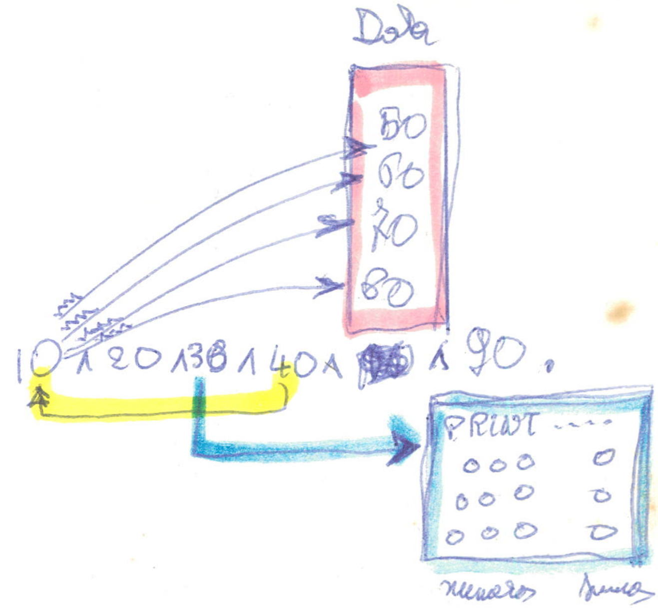
```
10 T=0
20 N=0
30 INPUT A
40 IF A= 999.99 THEN 80
50 T=T+A
60 N=N+1
70 GOTO 30
80 PRINT T/N
90 END
```

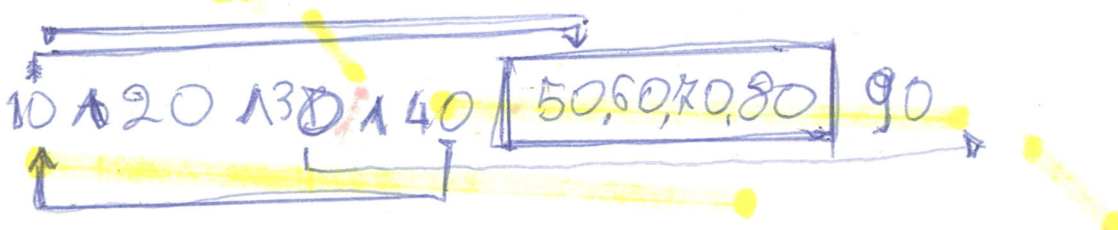


196 LECTURA DE "DATA" :

Ej: 9

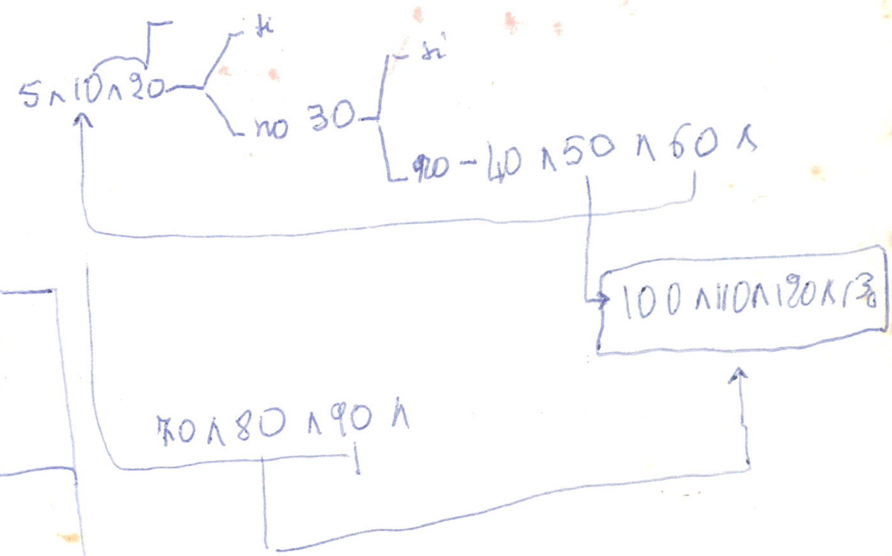
```
10 READ A,B,C
20 D=A+B-C
30 PRINT D
40 GOTO 10
50 DATA 40,50,30
60 DATA 20,70,30
70 DATA 50,50,40
80 DATA 90,20,10
90 END
```

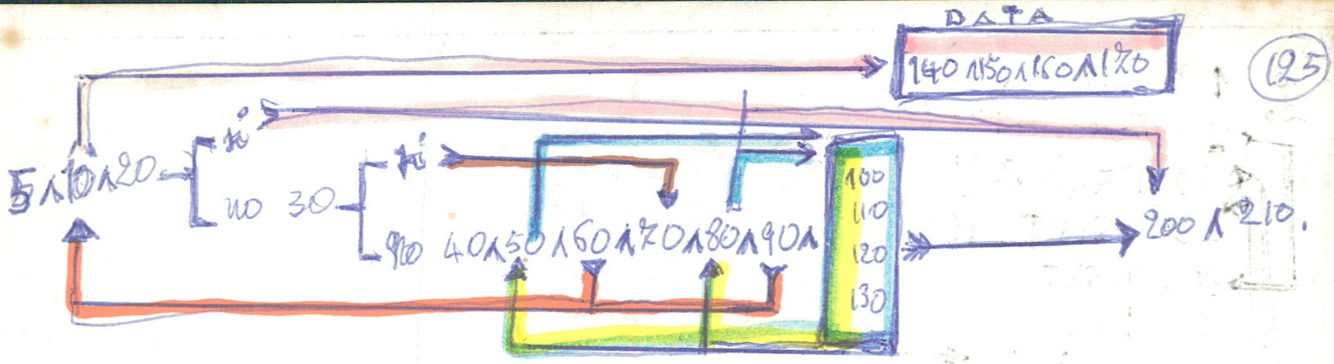




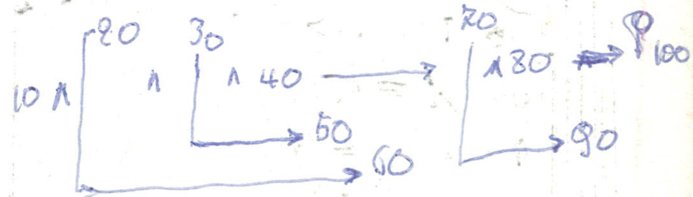
Ej: 10

```
5 T=0
10 READ A,B,C
20 IF A=999 THEN 200
30 IF A=1 THEN 70
40 X=15
50 GOSUB 100
60 GOTO 10
70 X=25
80 GOSUB 100
90 GOTO 10
95 REM SUBRUTINA
100 P=A+B*X+C
110 PRINT A;B;C;P
120 T=T+P
130 RETURN
140 DATA 2,8,5
150 DATA 3,5,15
160 DATA 1,15,15
170 DATA 999,999,999
200 PRINT "TOTAL IS";T
210 END
```

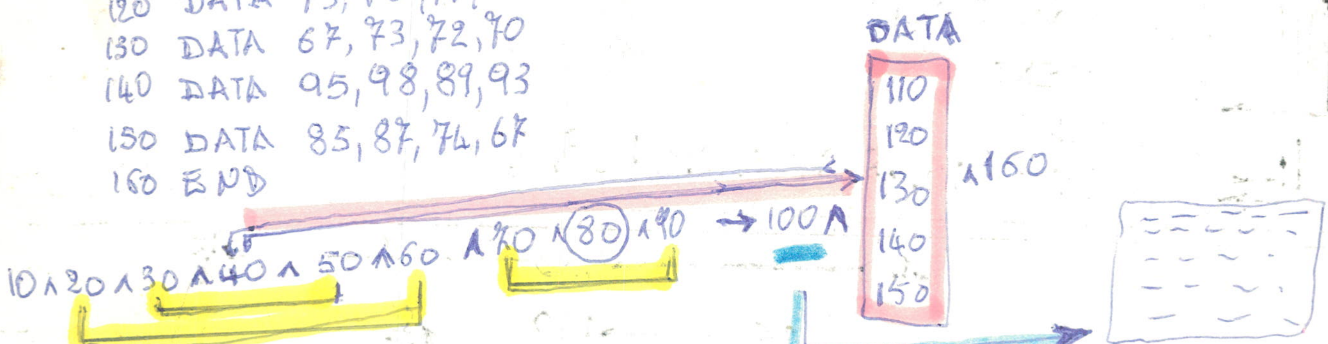




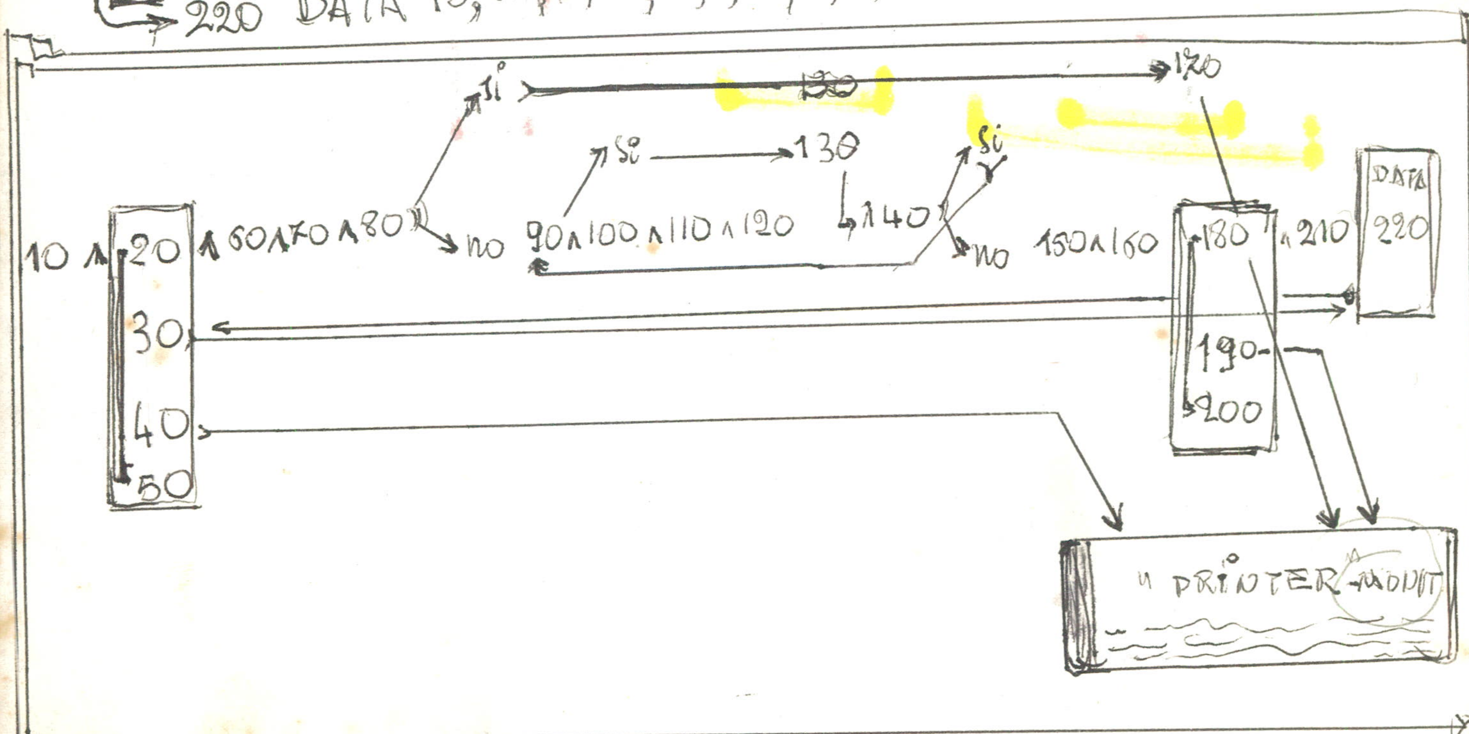
Estructura lógica del programa anterior (Rutina)



Ej:
```
10  T=0
20  FOR I=1TO5
30  FOR J=1TO4
40  READ G(I,J)
50  NEXT J
60  NEXT I
70  FOR I=1TO5
80  T=T+G(I,4)
90  NEXT I
100 PRINT "EL PROMEDIO DEL EXAMEN FINAL ES";T/5
110 DATA 85,90,87,75
120 DATA 73,78,71,82
130 DATA 67,73,72,70
140 DATA 95,98,89,93
150 DATA 85,87,74,67
160 END
```



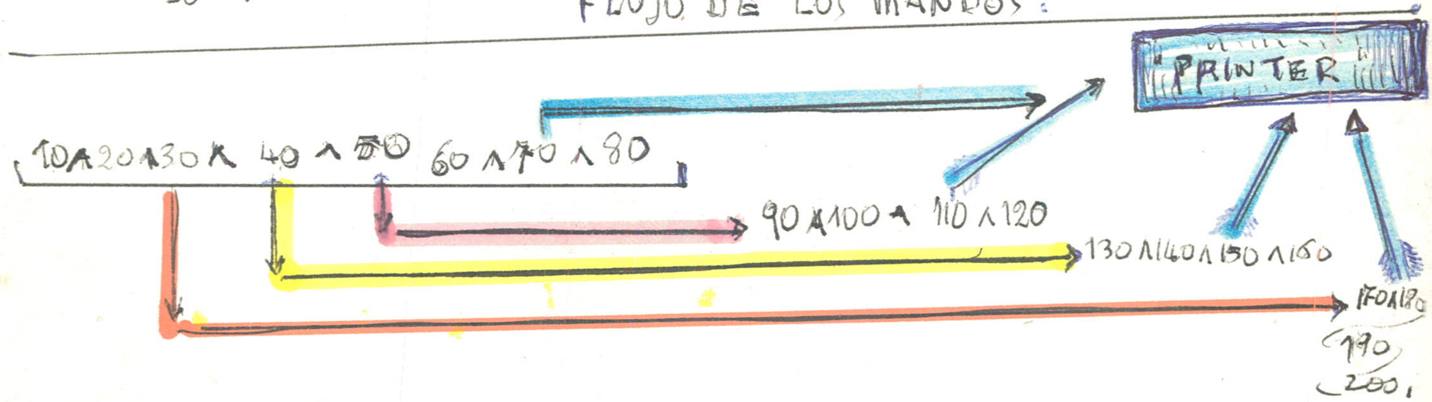
```
10 DIM A(10)
20 FOR I = 1 TO 10
30 READ A(I)
40 PRINT A(I)
50 NEXT I
60 I = 1
70 J = I+1
80 IF I = 10 THEN 170
90 IF A(I) > A(J) THEN 130
100 X = A(I)
110 A(I) = A(J)
120 A(J) = X
130 J = J+1
140 IF J <= 10 TEN 90
150 I = I+1
160 GO TO 70
170 PRINT
180 FOR I = 1 TO 10
190 PRINT A(I)
200 NEXT I
210 END
220 DATA 15, 7, 3, 20, 12, 9, 16, 5, 3, 0
```



Programa que demuestra el uso de las subrutinas y su posición —

```
10 REM SUBRUTINAS
20 REM PROGRAMA PRINCIPAL
30 GOSUB 170
40 GOSUB 130
50 GOSUB 90
60 PRINT: PRINT
70 PRINT "FIN DEL PROGRAMA PRINCIPAL"
80 END
90 REM SUBRUTINA #3
100 PRINT "SOY LA TERCERA SUBRUTINA"
110 PRINT
120 RETURN
130 REM SUBRUTINA #2
140 PRINT "SOY LA SEGUNDA SUBRUTINA"
150 PRINT
160 RETURN
170 REM SUBRUTINA #1
180 PRINT "SOY LA PRIMERA SUBRUTINA"
190 PRINT
200 RETURN
```

FLUJO DE LOS MANDOS:



T12.a $(R \to \sim Q) \leftrightarrow (Q \to \sim R)$

$(P$	$\to \sim$	$Q)$	$(Q$	$\to$	$- P)$
V	F	F	V	F	F
V	V	V	F	V	F
F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V

130 Tautologías : Leyes de la Lógica y Principios : "TABLA" de Tautologías

Principio de Identidad: T1a. $(p \rightarrow p)$

T1b. $(p \leftrightarrow p)$ = razón suficiente.

Repetición

Contradicción: T2. $\sim(p \wedge -p)$

Tercer excluido: T3. $(p \vee -p)$

Ley ... Negación: T4. $p \leftrightarrow \sim(-p)$

" Simplific.: T5a. $(p \wedge q) \rightarrow p$: Morgan

T5b. $(p \wedge q) \rightarrow q$: Morgan

Separación: $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow q$

Simplificación: $(A \wedge B) \rightarrow A$; $(A \wedge B) \rightarrow B$

Prueba Condicional: $\{[((P \wedge Q) \rightarrow R] \wedge P\} \rightarrow (Q \rightarrow R)$

Leyes de Morgan:

T_{20} a $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\sim A \vee B)$

b $(A \rightarrow B) \leftrightarrow \sim(A \wedge -B)$

Se. Si. Pc. T. 15 T 16

" Asociación: T6. $[(p \wedge q) \wedge r] \leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$

$[(p \vee q) \vee r] \leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

Silogismo: T30 $[(A \vee B) \wedge -A] \rightarrow B$ Dis

T31 $[(A \vee B) \wedge -B] \rightarrow A$ Dis

T32 $[-(A \wedge B) \wedge A] \rightarrow -B$

T30 T31

" Conmutación: T7. $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$

" Distribución: T8. $p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \vee r)$

" Transitividad: T9.a $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ o Silogismo hipotético T2.

T9.b $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \rightarrow (p \leftrightarrow r)$

" Dilema: T10. $\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$

$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$

" Bicondicional: T13. $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$

M Ponens = T18. $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

Condic. T15. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ Ley del Condicional Disyuntiva Morgan

Condic. T16. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow -(p \wedge \sim q)$ Ley del Condicional Conjuntiva Morgan

Modus Toll. T19. $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow -p$

T20 a $P \rightarrow Q \leftrightarrow (-P \vee Q)$

b $P \rightarrow Q \leftrightarrow (-(P \wedge -Q))$

Hadley, R.F. 1993: Connectionism, Explicit Rules, and Symbolic Manipulation. *Minds and Machines*, 3, 183–200.
Hadley, R.F. 1989: A Default-Based Theory of Procedural Semantics. *Cognitive Science*, 13, 107–37.
Ingram, D. 1989: *First Language Acquisition*. Cambridge University Press.
Katz, N., Baker, E. and Macnamara, J. 1974: What's in a Name? A Study of How Children Learn Common and Proper Names. *Child Development*, 45, 469–73.
Mazurkewich, I. and White, L. 1984: The Acquisition of the Dative Alteration: Unlearning Overgeneralizations. *Cognition*, 16, 261–83.
McClelland, J.L. and Kawamoto, A.H. 1986: Mechanisms of Sentence Processing: Assigning Roles to Constituents of Sentences. In D.E. Rumelhart, J.L. McClelland and the PDP Research Group (eds), *Parallel Distributed Processing; Explorations in the Microstructure of Cognition, Volume 2*. Cambridge, MA.: MIT Press.
MacWhinney, B. and Snow, C. 1985: The Child Language Data Exchange System. *Journal of Child Language*, 12, 271–96.
Niklasson, L. and Sharkey, N.E. 1992: Systematicity and Generalization in Connectionist Compositional Representations. Technical Report RR-92-01-005, Department of Computer Science, University of Skövde, Sweden.
Pinker, S. 1984: *Language Learnability and Language Development*. Cambridge, MA.: Harvard University Press.
Pinker, S. 1989: *Learnability and Cognition: the Acquisition of Argument Structure*. Cambridge, MA.: MIT Press.
Pinker, S., Lebeaux, D.S. and Frost, L.S. 1987: Productivity and Constraints in the Acquisition of the Passive. *Cognition*, 26, 195–267.
Pollack, J.B. 1990: Recursive Distributed Representations. *Artificial Intelligence*, 46, 77–105.
Rumelhart, D.E., Hinton, G. and Williams, R. 1986: Learning Internal Representations through Error Propagation. In D.E. Rumelhart, J.L. McClelland and the PDP Research Group (eds), *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition, Volume 1*. Cambridge, MA.: MIT Press.
Smolensky, P. 1990: Tensor Product Variable Binding and the Representation of Symbolic Structures in Connectionist Systems. *Artificial Intelligence*, 46, 159–216.
Miyata, Y., Smolensky, P. and Legendre, G. 1993: Distributed Representation and Parallel Processing of Recursive Structures. *Proceedings of the Fifteenth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, Boulder, Colorado, 759–64.
St. John, M.F. and McClelland, J.L. 1990: Learning and Applying Contextual Constraints in Sentence Comprehension. *Artificial Intelligence*, 46, 217–257.
Van Gelder, T. 1990: Compositionality: A Connectionist Variation on a Classical Theme. *Cognitive Science*, 14, 355–84.

Mind & Language ISSN 0268-1064
Vol. 9 No. 3 September 1994

Article

Lógica del árbol

Generalization and Connectionist Language Learning

MORTEN H. CHRISTIANSEN AND NICK CHATER

The performance of any learning system may be assessed by its ability to generalize from past experience to novel stimuli. Hadley (this issue) points out that in much connectionist research, this ability has not been viewed in a sophisticated way. Typically, the 'test-set' consists of items which do not occur in the training set; but no attention is paid to the degree of novelty of test items relative to training items. Hadley's arguments challenge connectionists to go beyond using training and test sets which are chosen according to convenience, and to carefully construct materials which allow the degree of generalization to be investigated in more detail. We hope that this challenge will encourage more sophisticated connectionist approaches to generalization and language learning.

Hadley defines different degrees to which a language learning system can generalize from experience, what he calls different degrees of systematicity. In this paper we discuss and attempt to build on Hadley's account, providing more formal and precise definitions of these varieties of generalization. These generalizations aim to capture the cases that Hadley discusses, but also extend to other examples. We then report some connectionist simulations using simple recurrent neural networks which we assess in the light of the revised definitions. Finally, we discuss the

This research was made possible by a McDonnell Postdoctoral Fellowship to MHC. NC was partially supported by a grant from the Joint Councils Initiative in Cognitive Science/HCI, grant no. SPG 9029590. We would like to thank Bob Hadley and Dave Chalmers for commenting on an earlier draft of this paper.
Address for correspondence: Morten H. Christiansen, Philosophy-Neuroscience-Psychology Program, Department of Philosophy, Washington University, One Brookings Drive, Campus Box 1073, St. Louis, MO 63130-4899, USA. Nick Chater, Department of Experimental Psychology, University of Oxford, South Parks Road, Oxford OX1 3UD, UK. Email: morten@twinearth.wustl.edu; nicholas@cogsci.ed.ac.uk.

Plano { grados de generalización → sistematización en diferentes grados

como puede hablar de generalización de una experiencia sufriendo solo el lenguaje

C-ked. segun Hadley

a) = weak = Luisa vio Tom

b) = embedded sentences = Luisa sabe que Tom vino

c) = la misma palabra en diferentes estruct.

d) strong sistematicity

Noción central = la posición sintáctica

meeting these criteria, and consider implications for future research.

1. Systematicity and Generalization

1.1 Varieties of Systematicity

Hadley defines several levels of systematicity, which are increasingly difficult for a learning system to meet. Following Hadley and emphasizing the learning of *syntactic* structure, we focus on the first three, weak, quasi- and strong systematicity, as benchmarks for current connectionist models ('c-net' in Hadley's terminology).

According to Hadley, 'a c-net exhibits at least *weak systematicity* if it is capable of successfully processing (by recognizing or interpreting) novel test sentences, once the c-net has been trained on a corpus of sentences which are *representative*' p. 250). A training corpus is 'representative' if 'every *word* (noun, verb, etc.) that occurs in some sentence of the corpus also occurs (at some point) in every permissible syntactic position' (p. 250). *Quasi-systematicity* can be ascribed to a system if '(a) the system *can* exhibit at least weak systematicity, (b) the system successfully processes novel sentences containing embedded sentences, such that both the larger containing sentence and the embedded sentence are (respectively) structurally isomorphic to various sentences in the training corpus, (c) for each successfully processed novel sentence containing a word in an embedded sentence (e.g. "Bob knows that Mary saw *Tom*") there exists some *simple* sentence in the training corpus which contains that same word in the same syntactic position as it occurs within the embedded sentence (e.g. "Jane saw *Tom*")' (p. 250). Finally, a system will exhibit *strong systematicity* if '(i) it *can* exhibit weak systematicity, (ii) it can correctly process a variety of novel *simple* sentences and novel *embedded* sentences containing previously learned words in positions where they *do not appear* in the training corpus (i.e. the word within the novel sentence does *not appear in that same syntactic position* within any *simple or embedded* sentence in the training corpus)' (p. 250).

Central to each definition is the notion of *syntactic position*, which may or may not be shared between items in the training and test sets. Since syntactic position is not a standard term in linguistics, and since it is not discussed in the paper, we must examine Hadley's examples to discover what meaning is intended. These are concerned with the relationship between verbs and their arguments. The various argument positions of a verb (subject, direct object and indirect object) are taken to count as distinct syntactic positions. Also, the active and passive forms of a verb are taken to occupy different syntactic positions.

If these examples are taken at face value, difficulties emerge. For example, a lexical item is the subject with respect to some verb whether or not it occurs within an embedded sentence, a simple sentence, or the main clause of a sentence which contains an embedded sentence (and similarly with the other examples). This means that, for Hadley, '*John*' has the same syntactic position in '*John loves Mary*' as in '*Bill thinks that John loves Mary*'—indeed, this is explicit in point (c) of the definition of quasi-systematicity. Nonetheless, it would appear that, according to Hadley, a learning system which generalizes from either of these sentences to the other only requires weak systematicity (since no item occurs in a novel syntactic position). Yet, this seems to be exactly the kind of case which is supposed to distinguish quasi-systematicity from weak systematicity in Hadley's definitions. But, as we see, it appears that weak systematicity already deals with such cases, if syntactic position is defined in terms of grammatical role, since grammatical role abstracts away from embedding. Quasi- and weak systematicity therefore appear to be equivalent.

Presumably, either weak or quasi-systematicity is intended to have an additional condition, which is not explicit in Hadley's definition. We suggest one possible condition below, that quasi-systematicity is only exhibited when the test and training sets contain embedded sentences. An alternative interpretation would be that Hadley is implicitly making use of a more global notion of syntactic context, which distinguishes the syntactic position of a subject in a sentence which contains an embedded clause, and one that does not, for example.[1]

In order to extend the account beyond the cases of subject and object, we need some more general account of syntactic position. We suggest a possible definition below, and use it to define what we call three levels of generalization, which we intend to be close to the spirit of the original definitions of systematicity.

1.2 Syntactic Context

The syntactic position of a word is defined in terms of the phrase structure tree assigned to the sentence in which it occurs. We use phrase structure trees since they are linguistically standard and can be used in a precise and general way. We intend no theoretical commitment to phrase structure based approaches to linguistic theory. Our account could be given equally well in alternative linguistic frameworks.

We define the syntactic position of a word to be the tree subtended by

[1] Hadley (personal communication) seems to lean towards the latter interpretation in a recent version of his definition of weak systematicity: 'the training corpus used to establish weak systematicity must present every word in every syntactic position and must do so at all levels of embedding found in the training and test corpus. In contrast, a quasi-systematic system does not have to meet the condition in the second conjunct, but does satisfy the first conjunct'. Notice that this revision suggests that Elman's (1989, 1991a) net might be quasi-systematic after all (pace Hadley, this issue, p. 259).

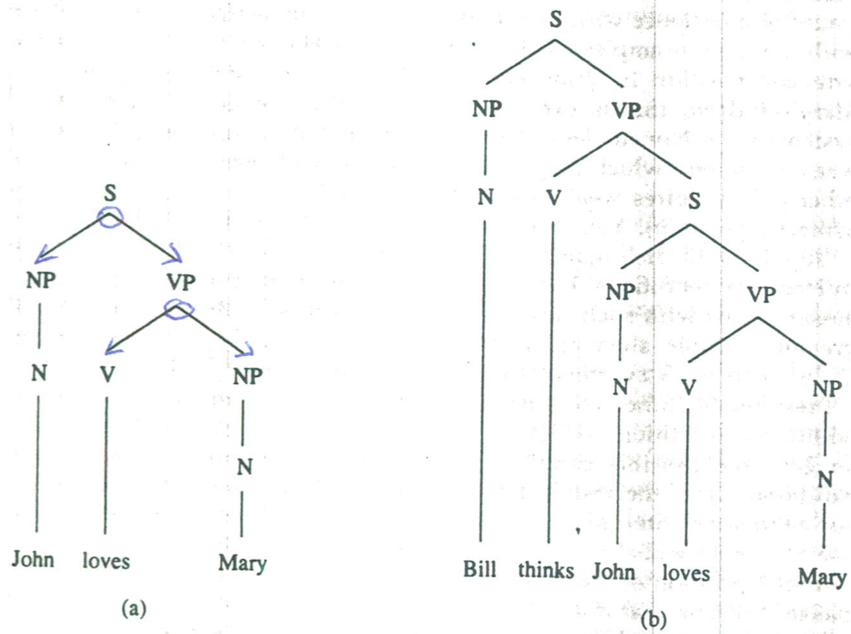


Figure 1 Phrase structure trees for (a) the simple sentence 'John loves Mary' and (b) the complex sentence 'Bill thinks John loves Mary'.

the immediately dominating S or VP node, annotated by the position of the target word within that tree. This tree will be bounded below either by terminal nodes (Det, Proper Noun, etc), or another S or VP-node (i.e. we do not expand the syntactic structure of embedded sentences or verb phrases).

For example, consider the phrase structure trees for the simple sentence *'John loves Mary'* and the complex sentence *'Bill thinks John loves Mary'* as shown in Figure 1. In a simple sentence like 1 (a), the subject is defined by its relation to the dominating S-node. The object and the verb are defined in relation to the verb phrase. This captures the distinction between subject and object noun positions. Figure 2 (a) and (b) depict this distinction, illustrating, respectively, the syntactic positions of *'John'* and *'Mary'*.

Also according to this definition, verbs with different argument structure are considered to have different syntactic contexts. For example, intransitive, transitive and ditransitive occurrences of verbs will be viewed as inhabiting different contexts. Furthermore, verb argument structure is relevant to the syntactic context of the object(s) of that verb, but not of its subject.

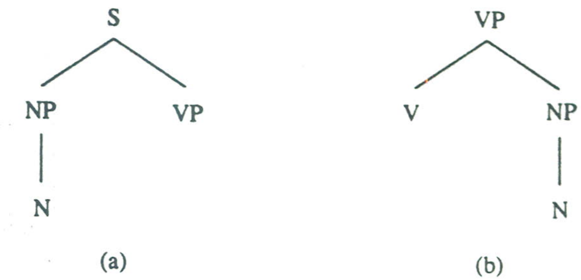


Figure 2 The syntactic position of (a) the subject noun and (b) the object noun in the sentence 'John loves Mary'.

Figure 3 The syntactic position of (a) the main verb and (b) the subordinate verb in the sentence 'Bill thinks John loves Mary'.

In a complex sentence like 1 (b), there will be different local trees for items in the main clause or in any embedded clauses. For example, *'thinks'*, which occurs in the main clause of 1 (b), has a syntactic position defined with respect to the verb phrase pictured in Figure 3 (a), whereas for *'loves'* in the embedded clause, the syntactic position is defined with respect to the structure of the embedded sentence shown in 3 (b). The two trees in Figure 3 are thus examples of how the verb argument structure affects syntactic position.

Notice that this means that the syntactic position within an embedded clause is affected only by its local context, and not by the rest of the sentence. Thus the notion of syntactic position applies independently of the depth of embedding at which a sentence is located. Furthermore, according to this definition, the syntactic context of a word in a particular clause is not affected by the structure of a subordinate clause; and the syntactic context of a word in a subordinate clause is not affected by the structure of the main clause.

1.3 *Varieties of Generalization*

Using this definition of syntactic position, we can now recast Hadley's definitions to give three levels of generalization for language learning systems.

1. *Weak Generalization*: A learning mechanism weakly generalizes if it can generalize to novel sentences in which no word occurs in a novel syntactic position (i.e. a syntactic position in which it does not occur during training).[2]
2. *Quasi-Generalization*: A learning mechanism is capable of quasi-generalization if it can generalize to novel sentences as in (1), with the additional constraint that embedding occurs in the grammar.
3. *Strong Generalization*: A learning mechanism strongly generalizes if it can generalize to novel sentences, that is, to sentences in which some (sufficiently many) words occur in novel syntactic positions.

This definition of strong generalization, implies that for the two test sentences:

John thinks Bill loves Mary.
Bill loves Mary.

if *'Mary'* had never occurred in the object position in the training set (in either embedded or main clauses), the syntactic position of *'Mary'* in both these sentences would be novel. If *'Mary'* had occurred in object position at all in the training set, then in neither sentence is the syntactic position novel.

These definitions aim to capture the spirit of Hadley's proposals in a reasonably precise and general way. We now turn to some simulations which aim to test how readily these definitions can be met by a simple recurrent network.

2. Simulations

As a first step towards meeting the strong generalization criterion described above, we present results from simulations involving a simple recurrent network. The research presented here (and elsewhere, e.g. Chater, 1989; Chater and Conkey, 1992; Christiansen, 1992, in preparation; Christiansen and Chater, in preparation) builds on and extends Elman's (1988, 1989, 1990, 1991a, 1991b) work on training simple recurrent networks to learn grammatical structure. Hadley (this issue, p. 259) rightly notes that the training regime adopted by Elman (1988, 1989, 1990) does not afford strong systematicity (nor does it support our notion of strong generalization) since the net by the end of training will have seen all words in all possible syntactic positions. We therefore designed a series

[2] Note that Hadley's revised definition of weak systematicity (as mentioned in the previous footnote) differs from this notion of weak generalization.

S	→	NP VP "."
NP	→	PropN | N | N rel | N PP | gen N | N *and* NP
VP	→	V (NP) | V *that* S
rel	→	*who* NP VP | *who* VP
PP	→	prep NP
gen	→	N + "s" | gen N + "s"

Figure 4 The phrase structure grammar used in the simulations

of simulations aimed at testing how well these nets can capture strong generalization.

In our simulations, we trained a simple recurrent network to derive grammatical categories given sentences generated by the grammar shown in Figure 4. This grammar is significantly more complex than the one used by Elman (1988, 1991a). The latter involved subject noun/verb number agreement, verbs which differed with respect to their argument structure (transitive, intransitive, and optionally transitive verbs), and relative clauses (allowing for multiple embeddings with complex agreement structures). We have extended this grammar by adding prepositional modifications of noun phrases (e.g. *'boy from town'*), left recursive genitives (e.g. *'Mary's boy's cats'*), conjunction of noun phrases (e.g. *'John and Mary'*), and sentential complements (e.g. *'John says that Mary runs'*). Our training sets consisted of 10,000 sentences generated using this grammar and a small vocabulary containing two proper nouns, three singular nouns, five plural nouns, eight verbs in both plural and singular form, a singular and a plural genitive marker, three prepositions, and three ('locative') nouns to be used with the prepositions. A few sample sentences are in order:

girl who men chase loves cats.
Mary knows that John's boys' cats eat mice.
boy loves girl from city near lake.
man who girls in town love thinks that Mary jumps.
John says that cats and mice run.
Mary who loves John thinks that men say that girls chase boys.

To address the issue of generalization, we imposed an extra constraint on two of the nouns (in both their singular and plural form). Thus, we ensured that *'girl'* and *'girls'* never occurred in a genitive context (e.g. neither *'girl's cats'* nor *'Mary's girls'* were allowed in the training set), and that *'boy'* and *'boys'* never occurred in the context of a noun phrase conjunction (e.g. both *'boys and men'* and *'John and boy'* were disallowed in the training corpus). Given these constraints we can test the net on known words in novel syntactic positions as required by our definition of strong generalization and Hadley's notion of strong systematicity.[3]

The simple recurrent network employed in our simulations is a standard feedforward network equipped with an extra layer of so-called context units to which the activation of the hidden unit layer at time t is copied over and used as additional input at $t + 1$ (Elman, 1988, 1989, 1990, 1991a). We trained this net using incremental memory learning as proposed by Elman (1991b), providing the net with a memory window which 'grows' as training progresses (see Elman, 1993, for a discussion of the cognitive plausibility of this training regime). First, the net was trained for 12 epochs, resetting the context units randomly after every three or four words. The training set was then discarded, and the net trained for three consecutive periods of 5 epochs on separate training sets and with the memory window growing from 4–5 words to 6–7 words. Finally, the net was trained for 5 epochs on a fifth training set, this time without any memory limitations.[4]

In the remaining part of this section we will report the network's failure to exhibit strong generalization in genitive context and its success in obtaining strong generalization in the context of noun phrase conjunctions.

2.1 *Limited Generalization in Genitive Context*

Recall that neither *'girl'* nor *'girls'* has occurred in a genitive context in any of the training sets. Figure 5 illustrates the behavior of the net when processing the sentence *'Mary's girls run'* in which the known word *'girls'* occupies the novel syntactic position constituted by the genitive context (and the control sentence *'Mary's cats run'*).[5]

In (a) having received *'Mary . . .'* as input, the net correctly predicts that the next word will either be a singular verb, a preposition, *'who'*, *'and'*, or a singular genitive marker. Next, the net expects a noun when given the singular genitive marker *'Mary's . . .'* in (b). However, as can be seen from (e), which shows the activation of all the words in the noun category, the net neither predicts *'girl'* nor *'girls'* following a genitive marker. A similar pattern is found in (c) where the net expects a plural verb after *'Mary's girls . . .'*, but only provides the plural genitive marker with a small amount of activation (compared with the control sentence). The lack of generalization observed in both (c) and (e) indicates that the

[3] Hadley (personal communication) has acknowledged both test cases as possible *single* instances of strong sytematicity; though these instances may not be sufficient to warrant the *general* ascription of strong systematicity to the net as a whole.

[4] For more details about the grammar, the training regime, and additional simulation results, see Christiansen (in preparation).

[5] In Figure 5 (a)–(d) and 6 (a)–(j), **s-N** refers to proper/singular nouns, **p-N** to plural nouns, **s-V** to singular verbs, **p-V** to plural verbs, **prep** to prepositions, **wh** to *who*, **conj** to *and*, **s-g** to singular genitive marker, **p-g** to plural genitive marker, **eos** to end of sentence marker, and **misc** to *that* and the nouns used in the prepositions.

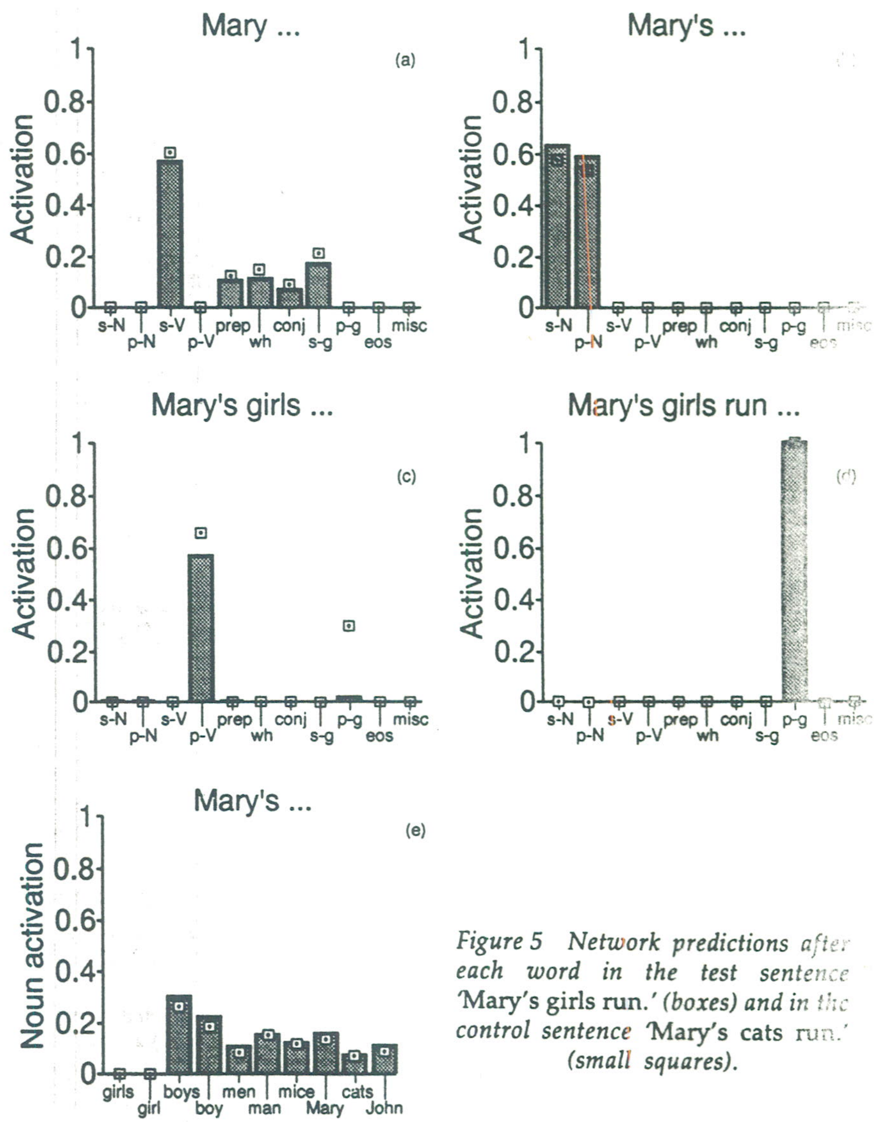


Figure 5 Network predictions after each word in the test sentence 'Mary's girls run.' (boxes) and in the control sentence 'Mary's cats run.' (small squares).

net is not able to strongly generalize in genitive contexts. Notice that the net nonetheless is able to continue making correct predictions as shown by the high activation of the end of sentence marker after *'Mary's girls run . . .'* in (d). Moreover, the fact that the net does activate the plural genitive marker in (c)—albeit by a very small amount—suggests that the net might be able to learn to strongly generalize in genitive contexts if a

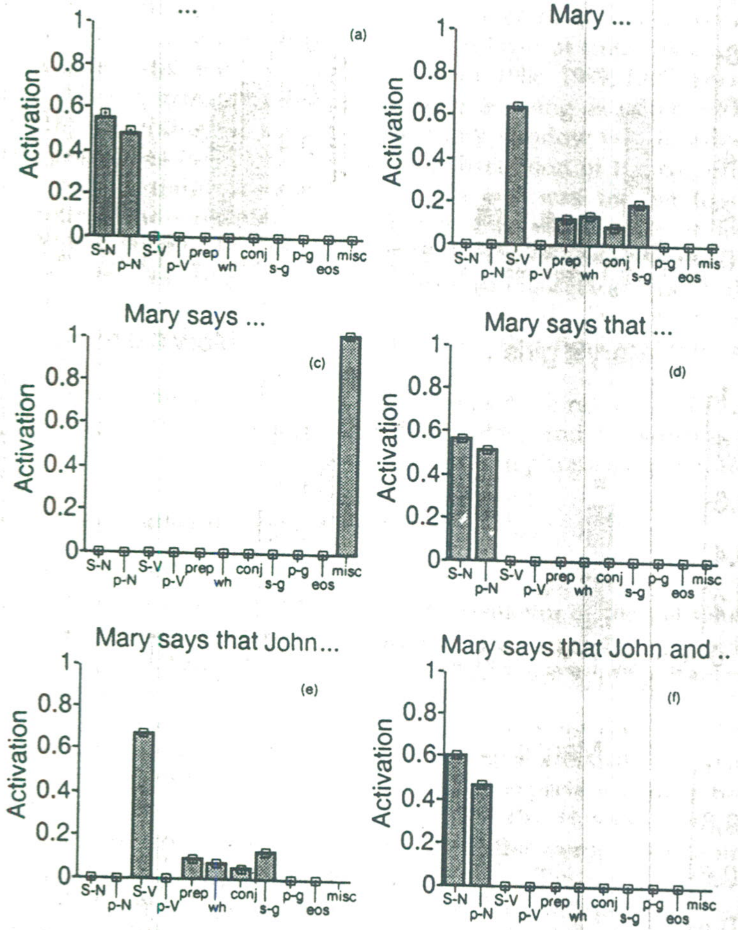


Figure 6 *Network predictions after each word in the test sentence* 'Mary says that John and boy from town eat.' *(boxes) and in the control sentence* 'Mary says that John and man from town eat.' *(small squares).*

different kind of representation is used or the details of the training are altered (we are currently pursuing both suggestions).

2.2 *Strong Generalization in Noun Phrase Conjunctions*

In contrast to the net's failure to strongly generalize in a genitive context, we shall now report the net's successful generalizations with respect to noun phrase conjunctions. Figure 6 illustrates network behavior during

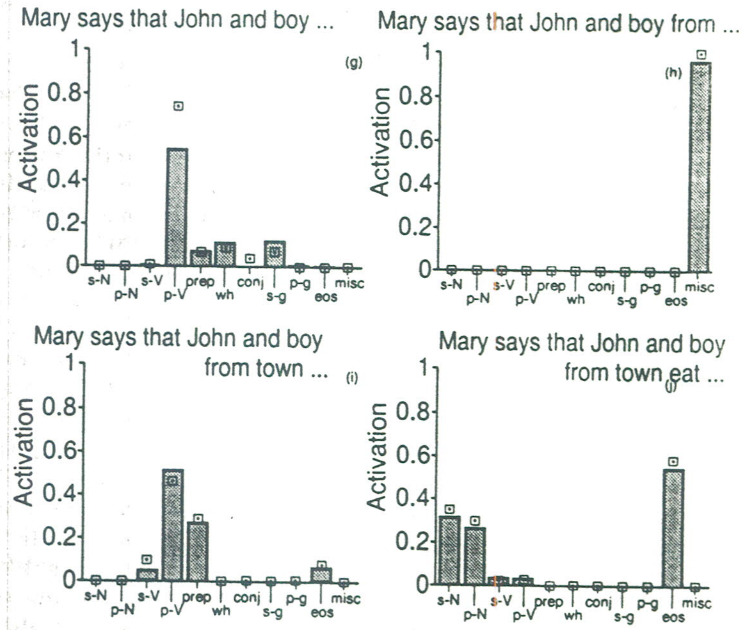


Figure 6 continued

the processing of the sentence *'Mary says that John and boy from town eat'* in which *'boy'* occurs in the novel syntactic context of a noun phrase conjunction (contrasted with the control sentence *'Mary says that John and man from town eat'*).

At the beginning of a sentence the net expects to get either a singular or a plural noun (a). Given *'Mary . . .'* as in (b), the net predicts the next word to be either a singular verb, a preposition, *'who'*, *'and'*, or a singular genitive marker. In (c) the net has correctly categorized *'says'* as a clausal verb, expecting *'that'* to follow. A plural or a singular noun is rightly predicted in (d) given that the input so far is *'Mary says that . . .'*. *'John'* becomes a possible subject of the sentential clause, cueing the net to predict a singular verb, or a modification of *'John'* starting with a preposition, *'who'*, *'and'*, or a singular genitive marker as the next input. Having received *'and'* in (f), the net knows that a noun must follow (though the activations for both *'boy'* and *'boys'* are minimal compared with the other nouns). As we can see from (g), the net *is* able to correctly predict a plural verb following *'boy'* in *'Mary says that John and boy . . .'*. Despite only having seen a *singular* verb following *'boy'*, the net is able to produce the strong generalization that a noun phrase conjunction always takes a *plural* verb. Admittedly, the activation of the plural verbs is not as high as in the control sentence, but it is still significant and thus affords strong generalization (also in spite of the lack of activation of *'and'* compared with the control sentence). Notice also that the net predicts that a *singular* genitive marker might occur to modify *'boy'* (as well as a preposition or *'who'*). Since the next input is a preposition, the net predicts that the following word must be one of the nouns used with the prepositions (h). In (i) it is possible to detect two minor errors (singular verbs and end of sentence marker), but they are quite small (< 0.1). More importantly, the net gets the plural agreement right across the prepositional phrase. This is a considerable feat since it implies that the net is able to strongly generalize *across several words*. In particular, it shows that the net is not simply predicting plural verbs on the basis of having seen an *'and'* two items before, but has learned the grammatical regularities subserving noun phrase conjunctions.[6] Lastly, (j) demonstrates that not only is the net able to predict a correct end of sentence after *'Mary says that John and boy from town eat . . .'*, but it is also capable of predicting that *'eat'* might take an optional direct object (and the erroneous activations of both singular and plural verbs are very small).

Following the net's failure to strongly generalize in genitive contexts, we have shown that the net nevertheless is able to exhibit a quite robust strong generalization when faced with noun phrase conjunctions. Whether this instance of strong generalization is sufficient to endow the system with Hadley's notion of strong systematicity depends on whether two nouns out of a total number of ten nouns will count as a *'significant fraction* of the vocabulary' (Hadley, this issue, p. 251). Independent of the answer to this question, we agree with Hadley that human language learners presumably are able to strongly generalize in a number of different syntactic contexts. The genitive example illustrates that our net was not able to learn this more widespread (strong) generalization ability—yet such an ability might not be beyond simple recurrent networks as indicated by the net's successful (strong) generalization on noun phrase conjunctions.

3. Discussion

With our simulations we have taken a first step towards testing whether simple recurrent networks can meet our criterion of strong generalization. Our results show that this criterion is indeed difficult to meet, but suggest the possibility of future progress. We now turn to implications for the likely value of connectionist approaches to syntax acquisition.

A general objection to connectionist models of language learning is that

[6] Hadley (personal communication) has suggested that a context in which neither conjunct has previously occurred in a conjunction would constitute a better test of strong generalization. We followed this suggestion using the example of *'boy and boy'* and found the same pattern of results as mentioned above.

they use bottom-up statistical information about the training set, and that arguments from the poverty of the stimulus appear to rule out the feasibility of this approach. Whatever the merits of such arguments in general, in this context there is some evidence that simple statistical analysis of linguistic input may be sufficient to achieve strong generalization. Finch and Chater (1992, 1993; see also Maratsos, 1988) have shown that distributional statistics can be used to cluster lexical items into categories which have distinct primary syntactic classes, using a corpus consisting of, for example, forty million words from Internet newsgroups. In an attempt to study the learning task facing the child more closely, Redington, Chater and Finch (1993) applied this method to parent's child-directed speech from the CHILDES corpus (MacWhinney and Snow, 1985), again achieving good results. Redington et al. also studied how the syntactic category of a nonsense word could be derived from a single occurrence of that word in the training corpus. This corresponds to the set-up in the developmental studies that Hadley discusses (e.g. Gropen, Pinker, Hollander, Goldberg and Wilson, 1989; Pinker, Lebeaux and Frost, 1987). By comparing the single training context with the mean contexts associated with other items (which had been categorized by distributional analysis), Redington et al. found that classifications of syntactic categories could be made significantly above chance, at least for nouns and verbs. For example, given the sentence *'this is a wug'*, the novel word *'wug'* is successfully classified as a noun. These results imply that, for instance, a word which has only been encountered in object position can be recognized as a noun, and thus used in any legal noun position. This distributional analysis does not solve the whole problem that a connectionist system faces—learning not just lexical categories, but also the underlying regularities governing how those categories can be combined. Nonetheless, these results suggest that learning abstract syntactic categories from scratch, which is the key to strong generalization, may be possible using purely bottom-up information.

It should be noted that achieving strong generalization is not only a problem for connectionist approaches to syntax acquisition. For example, most symbolic approaches to language acquisition do not achieve strong generalization. For example, consider the model of language acquisition developed by Berwick and Weinberg (1984). In this model, the architecture of a Marcus-style parser (Marcus, 1980) is built in and provided with certain grammatical information, concerning, for example, X-bar theory (Jackendoff, 1977). However, the initial state contains no grammatical rules. Learning proceeds by attempting to parse input sentences; when parsing fails a new rule is added to the grammar so that parsing is made possible. Aside from the range of difficulties that this kind of model faces (for example, performance is catastrophically impaired if some input is ungrammatical), it does not begin to address strong generalization. This is because it does not *learn* the categories of new words from experience—instead, it is provided with information about the syntactic category of each word, including the argument structure of verbs, how these words fit into larger syntactic structures, and so on. This means, for example, that when it encounters a new word, say, *'cat'*, in a subject position, it is told that *'cat'* is a noun, making it trivial to process *'cat'* in an object position. Only when symbolic models are able to learn from unlabeled sequences of words will it be possible to assess the degree to which such models can exhibit strong generalization. The question of strong generalization is therefore just as pressing for symbolic approaches as for connectionist approaches to learning language.

In conclusion, Hadley has posed an important challenge to advocates of connectionist models of language. We have attempted to build on this work in order to set a clear objective for connectionist research on acquisition of linguistic structure. Our simulations indicate that this goal is not easily met, but nonetheless suggest that progress is possible. Only by properly addressing the issue of generalization can connectionist—and symbolic—models provide compelling accounts of human language acquisition.

Department of Philosophy
Washington University
St. Louis, MO 63130-4899
USA

Department of Experimental Psychology
University of Oxford
Oxford OX1 3UD
UK

References

Berwick, R.C. and Weinberg, A.S. 1984: *The Grammatical Basis of Linguistic Performance: Language Use and Acquisition*. Cambridge, MA.: MIT Press.

Chater, N. 1989: Learning to Respond to Structures in Time. Technical Report RIPRREP/1000/62/89. Research Initiative in Pattern Recognition, St Andrews Road, Malvern, Worcs.

Chater, N. and Conkey, P. 1992: Finding Linguistic Structure with Recurrent Neural Networks. *Proceedings of the Fourteenth Annual Meeting of the Cognitive Science Society*. Bloomington, IN.

Christiansen, M. 1992: The (Non)Necessity of Recursion in Natural Language Processing. *Proceedings of the Fourteenth Annual Meeting of the Cognitive Science Society*. Bloomington, IN.

Christiansen, M. In preparation: Connectionism, Learning and Linguistic Structure.

Christiansen, M. and Chater, N. In preparation: Natural Language Recursion and Recurrent Neural Networks.

Elman, J.L. 1988: Finding Structure in Time. CRL Tech Report 8801, Center for Research in Language, University of California, San Diego.

Elman, J.L. 1989: Representation and Structure in Connectionist Models. C[illegible] Tech Report 8903, Center for Research in Language, University of Cali[illegible]nia, San Diego.

Elman, J.L. 1990: Finding Structure in Time. *Cognitive Science*, 14, 179–211.

Elman, J.L. 1991a: Distributed Representation, Simple Recurrent Networ[illegible] and Grammatical Structure. *Machine Learning*, 7, 195–255.

Elman, J.L. 1991b: Incremental Learning, or The Importance of Starting Sm[illegible]. *Proceedings from the Thirteenth Annual Conference of the Cognitive Scie[illegible] Society*. Chicago, IL.

Elman, J.L. 1993: Learning and Development in Neural Networks: the Impo[illegible]ance of Starting Small. *Cognition*, 48, 71–99.

Finch, S. and Chater, N. 1992: Bootstrapping Syntactic Categories by Unsuper[illegible]vised Learning. *Proceedings of the Fourteenth Annual Meeting of the Cognitive Science Society*. Bloomington, IN.

Finch, S. and Chater, N. 1993: Learning Syntactic Categories: A Statisti[illegible] Approach. In M. Oaksford and G.D.A. Brown (eds), *Neurodynamics [illegible] Psychology*. New York: Academic Press.

Gropen, J., Pinker, S., Hollander, M., Goldberg, R. and Wilson, R. 1989: The Learnability and Acquisition of the Dative Alternation in English. *Language*, 65, 203–57.

Jackendoff, R. 1977: *$\bar{X}$ Syntax: A Study of Phrase Structure*. Cambridge, MA.: MIT Press.

MacWhinney, B. and Snow, C. 1985: The Child Language Data Exchange System. *Journal of Child Language*, 12, 271–95.

Maratsos, M. 1988: The Acquisition of Formal Word Classes. In Y. Levy, I.M. Schlesinger and M.D.S. Braine (eds), *Categories and Processes in Language Acquisition*. Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum Associates.

Marcus, M. 1980: *A Theory of Syntactic Recognition for Natural Language*. Cambridge, MA.: MIT Press,

Pinker, S., Lebeaux, D.S. and Frost, L.A. 1987: Productivity and Constraints in the Acquisition of the Passive. *Cognition*, 26, 195–267.

Redington, M., Chater, N. and M., Finch, S. 1993: Distributional Information and the Acquisition of Linguistic Categories: A Statistical Approach. *Proceedings of the Fifteenth Annual Meeting of the Cognitive Science Society*. Boulder, CO.

« The Philosophical Review - »
April 1994 - Cornell. University

The Argument of "On Denoting"*

Michael Kremer

Russell's theory of descriptions, introduced in "On Denoting,"[1] has long been taken as a paradigm of analytic philosophy. Yet the central argument of *OD*, the "Gray's Elegy" argument (henceforth the *GEA*), remains puzzling, despite many efforts to untangle its mysteries. Peter Hylton, in *Russell, Idealism and the Emergence of Analytic Philosophy*,[2] correctly reads the *GEA* as attacking the theory of "denoting concepts" of Russell's own *Principles of Mathematics*.[3] But Hylton still fails to do the *GEA* justice; in particular he goes wrong by seeing its main point as metaphysical rather than epistemological. Simon Blackburn and Alan Code[4] come closer to appreciating the point of the *GEA*; but they mistakenly view it as an attack on Frege, and are unable to reveal its true force. This paper provides a new interpretation of the *GEA*, clarifying both what is being attacked and how.[5] In developing my interpretation, I assume familiarity with the less controverted parts of *OD*. I begin by laying out the historical background. Next, I discuss the structure of *OD*, and

*Work on this paper was supported by a grant from the Institute for Scholarship in the Liberal Arts at the University of Notre Dame. Thanks are due to Al Plantinga, Marian David, and two anonymous referees for helpful comments on earlier drafts.

[1]In *Logic and Knowledge*, ed. R. C. Marsh (London: George Allen and Unwin, 1956), 41–56 (first published in 1905); henceforth *OD*.

[2](Oxford: Oxford University Press, Clarendon Press, 1990), 249–54.

[3]2d ed. (New York: W. W. Norton and Company, 1938) (first published in 1903); henceforth *P of M*.

[4]"The Power of Russell's Criticism of Frege: 'On Denoting' pp. 48–50," *Analysis* 38 (1978): 65–77.

[5]After finishing work on this paper, I discovered Paweł Turnau's interesting essay "Russell's Argument Against Frege's Sense-Reference Distinction," *Russell*, n.s. 11 (1991): 52–66. Despite the title of his paper, Turnau argues, as I do, that the *GEA* attacks the theory of *P of M* rather than Frege's theory. Turnau wavers on this, seeming to take Russell's target to be Frege after all at several points, notably in his introduction and conclusion. Nonetheless, I agree with much of his account of the relationship between the views of Russell and Frege. On the other hand my analysis of the *GEA* differs significantly from his. I have indicated in footnotes the most important points of agreement and disagreement between our interpretations.

the place of the *GEA* within it. I then present my interpretation of the *GEA*, contrasting it with other interpretations. Finally, I briefly discuss the theory of *OD* in the light of the *GEA*.

1. Historical Background[6]

At the turn of the century Moore and Russell rejected the monistic idealism they had learned at Cambridge, developing in its place a comprehensive philosophical scheme dubbed "Platonic Atomism" by Hylton. The metaphysics of Platonic Atomism is that of a plurality of mind-independent entities, called "terms" in *P of M.* Terms are the objects of thought and knowledge; the mind is capable of entering into a direct, unanalyzable relation with them, called "acquaintance." The possibility of such a "direct" relation between the mind and extra-mental reality was crucial to Russell and Moore's rejection of idealism. Through it, they sought to block the traditional empiricist route to idealism through skepticism. This route begins with the assumption that the mind is directly aware only of ideas, which are purely subjective *data,* so that any knowledge of extra-mental reality must result from some inference. But it may seem impossible to justify any such inference, so that the mind is trapped within the "circle of ideas," and knows nothing outside it. Idealism promises to save us from this skeptical result: since the physical world too is "mental," there is no need to break out of the circle of ideas to establish knowledge of it. Moore, in contrast, argues in "The Refutation of Idealism" that in sensation we are *already* directly aware of an *extra-mental* reality, and thus "[t]here is no question of how we are to 'get outside the circle of our own ideas and sensations.' Merely to have a sensation is already to *be* outside that circle. It is to know something which is as really and truly *not* a part of *my* experience, as anything which I can ever know."[7] This "awareness" which Moore says "constitutes every kind of knowledge"[8] is precisely Russell's "acquaintance."

Acquaintance becomes a central topic in Russell's explicitly epis-

[6]In this section I am indebted to Hylton's discussion (Hylton, 105–236), to which I refer the reader for a more detailed overview of Platonic Atomism.

[7]G.E. Moore, "The Refutation of Idealism," in *Philosophical Studies* (London: Routledge and Kegan Paul, 1922), 27 (first published in 1903).

[8]Ibid.

temological writings after *OD*. In these works, Russell follows Moore in insisting that objects of acquaintance, especially sense-data, are nonmental.[9] While Russell does not say much about acquaintance in his published writings prior to *OD*, the use of this notion to answer skepticism requires that, as he later put it, "the question of truth or error cannot arise with regard to it [acquaintance]."[10] Russell argues that acquaintance is simply a *relation* of subject to object, so that "the question whether there is such an object cannot arise;"[11] acquaintance is possible only given the existence of its object.

The basic terms are simples; the paradigm of acquaintance is awareness of a simple, such as a sensory quality. However, acquaintance is also possible with complexes composed of these simples, among which are *propositions.* Some of the constituents of a proposition are singled out as "*the* terms *of* the proposition." These are its "subjects"; the proposition is *about* its terms. Russell explains that *the* terms of a proposition occur in it in such a way that *any* other terms may replace them. For example, in the proposition *Socrates is human,*[12] any term may replace Socrates—even *humanity* (for Russell, the *same* term as *human*). In contrast, according to Russell, "with the sense that *is* has in this proposition," Socrates could not replace *human.* Thus the only term of *Socrates is human* is Socrates; this proposition is *about* Socrates, but not *human(ity).* Every term can be the subject of propositions about it; for example, *humanity* occurs *as* a term in *humanity is a concept.* Some terms, such as Socrates, can *only* occur *as* terms; Russell calls these "things." Other terms, such as

[9]He holds that sense-data are *probably* dependent on being perceived, but this dependence is on the body, not the mind. See *The Problems of Philosophy* (Oxford: Oxford University Press, 1912), 42; "The Nature of Sense-Data: A Reply to Mr. Dawes Hicks," in *Logical and Philosophical Papers, 1909–1913,* ed. J. G. Slater (London: Routledge, 1992), 185–86 (first published in 1913); "The Relation of Sense-Data to Physics," in *Mysticism and Logic* (Garden City, N.J.: Doubleday Anchor Books, 1973), 142–46 (first published in 1914).

[10]"The Nature of Sense-Data," 184.

[11]Ibid.

[12]Russell uses various devices to indicate that he is speaking of propositions and concepts, including quotes (double and single) and italics; thus both '*two is a number*' and "two is a number" refer to the proposition that two is a number. I use single quotes to refer to the quoted expressions, and italics, as Russell does, to refer to the concepts or propositions expressed by the italicized expressions; but in quoting Russell I reproduce his exact words.

humanity, have a "curious twofold use," occurring in some propositions without occurring *as* terms; these are called "concepts."[13]

This picture allows us to distinguish between knowledge *of* a term—acquaintance with it—and knowledge *about* a term. The latter involves acquaintance with a true proposition *about* the term—in the simplest case, a proposition in which the term occurs as one of its subjects.[14] In later writings Russell emphasizes that knowledge of truths depends on acquaintance; the "directness" of acquaintance is the basis for *all* knowledge. This is why, in *The Problems of Philosophy*, he strengthens this "directness," holding that objects of acquaintance are known "completely": "so far as concerns knowledge of the colour itself, as opposed to knowledge of truths about it, I know the colour perfectly and completely when I see it, and no further knowledge of it itself is even theoretically possible."[15] Russell did not spell out such features of acquaintance until a decade or more after the initial development of Platonic Atomism, but they were implicit all along in the role of acquaintance in answering skepticism and idealism.[16]

While Platonic Atomism thus provides a metaphysics and epistemology, it has little to say about language. Language is, in Hylton's words, "a transparent medium through which propositions may be perceived."[17] This "transparent" nature of language means that properties of propositions should transfer to the sentences which express them. For example, propositions are true or false in the primary sense; derivatively, sentences are true or false, depending on whether the propositions which they express are true or false. Similarly, the structure of sentences should mirror the structure of the propositions they express. Thus, while Russell does not take grammar to be an infallible guide to the structure of propositions, he does insist that "on the whole, grammar seems to me to bring us much nearer to a correct logic than the current opinions of philosophers," since "every word occurring in a sentence must have *some* meaning."[18]

---

[13]*P of M*, 44–45.

[14]I say "in the simplest case" because the theory of *P of M* introduces exceptions to this rule.

[15]*The Problems of Philosophy*, 47.

[16]On acquaintance, compare Hylton's discussion, especially 111–12 and 329–31.

[17]Hylton, 171.

[18]*P of M*, 42.

The "transparency" of language, like the "directness" of acquaintance, carries with it implicit commitments. If language is a transparent medium for the expression of propositions, the words which make up a sentence must be correlated with the terms making up the corresponding proposition. If words are not so correlated with terms, the resulting sentences will fail to express propositions, and will be meaningless nonsense. However, we can be sure that words *are* correlated with terms only if these terms are objects of acquaintance. Hence the paradigmatic way in which words function, in Platonic Atomism, is as *signs* for objects of acquaintance; our ability to use words meaningfully is to be explained by our acquaintance with the terms for which they stand. Moreover, since every term is the logical subject of propositions about it, the transparency of language requires that every meaningful word be the linguistic subject of sentences expressing propositions about the term for which it stands.

This picture of the relation of language, the mind, and the world stands in contrast to that of Frege.[19] For Frege the objects of belief and knowledge are "thoughts." The mind thinks by "grasping" thoughts, and languages "express" them in sentences, but thoughts do not depend on being grasped or expressed.[20] Thoughts are complex, and the sentences that express them mirror this complexity; subsentential expressions are correlated with parts of the thoughts expressed by the sentences which they make up.[21] In all this Frege's view resembles Platonic Atomism. However, the constituents of thoughts are *never*, on Frege's view, the objects which the thoughts are *about*. Frege distinguishes between the sense and the reference of linguistic expressions; an expression is

---

[19]My interpretation of Frege is heavily indebted to Michael Dummett's great works *Frege: Philosophy of Language* (London: Duckworth, 1981) and *The Interpretation of Frege's Philosophy* (Cambridge: Harvard University Press, 1981).

[20]Gottlob Frege, *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*, ed. B. McGuinness (Oxford: Basil Blackwell, 1984), 363, 382 (henceforth *CP*); Gottlob Frege, *Philosophical and Mathematical Correspondence*, ed. G. Gabriel et al., trans. H. Kaal (Chicago: University of Chicago Press, 1980), 67 (henceforth *PMC*); Gottlob Frege, *Posthumous Writings*, ed. H. Hermes et al., trans. P. Long and R. White (Chicago: University of Chicago Press, 1979), 133–38, 148, 197, 206 (henceforth *PW*).

[21]*PMC*, 149, 163; *PW*, 191, 225.

used to talk about its reference, not its sense.[22] The sense of a sentence, the thought which it expresses, is composed not of the entities which the sentence is about, the references of the words making up the sentence, but of the senses of those words. A sentence also has a reference, a truth value.[23] In judgment we grasp a thought, then move from thought to truth value, from sense to reference.[24]

Frege's view leaves no room for Russell's "acquaintance." First, for Russell, one can be acquainted with an object without having any propositional knowledge *about* that object. But for Frege all knowledge is a matter of making true judgments; no form of awareness is prior to the knowledge of truths. Second, and more importantly, for Russell, acquaintance is possible only given the existence of its object. But for Frege, grasp of sense does not guarantee the existence of a reference. Frege consistently admits the possibility of proper names which express a sense but have no reference, and takes sentences containing such names to express thoughts (though he calls such thoughts "fictional" and takes them to be useless for "scientific" purposes, since they lack a truth value).[25]

Given a concern with blocking skeptical routes to idealism, these Fregean views might appear to lead to "an idealism differing from that of Berkeley only in assuming a more intellectual guise," as Dummett remarks.[26] Frege rejects idealism, but not by positing a form of direct cognitive contact with extra-mental objects to answer the skeptic. Rather, he admits that the skeptic's hypothesis that there is no external world cannot be decisively refuted.[27] However, idealism does not tempt him as a response, since it does not preserve the sense of our ordinary claims about the external world, which the skeptic initially challenged.[28] Instead, he asserts that though skepticism can never be *proved* to be wrong, it almost certainly *is* wrong; and in that case our words do indeed refer to the

[22] *PMC*, 163; *PW*, 225.
[23] *CP*, 166; *PMC*, 149.
[24] *PMC*, 63; *PW*, 138–39.
[25] *CP*, 158–59, 226, 241, 329; *PMC*, 152, 165; *PW*, 117, 124, 129–30, 191, 225, 231–32.
[26] *Interpretation of Frege's Philosophy*, 133.
[27] *CP*, 367.
[28] Ibid., 161–62.

things which we take them to refer to, rather than to ideas or senses.[29]

The differences between Frege's view and Platonic Atomism emerge in a particularly clear way in Russell's correspondence with Frege between September 29, 1902 and December 12, 1904.[30] The interchange begins with Russell presenting a paradox involving propositions about classes of propositions. In formulating this paradox, Russell takes a class of propositions to be a *constituent* of a proposition about that class. Frege asks whether by "proposition" Russell means a sentence or a thought. Russell, certain that he means not a sentence but its "meaning," responds: a thought. Frege then argues that sentences do not *refer* to thoughts; to speak *about* thoughts, or classes of thoughts, we must use phrases which do not express those thoughts as their senses, but have them as their references. He expounds his view that in indirect discourse words refer to their ordinary senses, and concludes that Russell, in presenting his paradox, has equivocated between direct and indirect discourse. For Frege, to take an object to be part of a proposition about that object is to confuse sense and reference.

The depth of this disagreement only begins to become clear after much discussion, in the course of which Frege repeatedly argues for his sense-reference distinction. His arguments follow the pattern of "On Sense and Reference." He assumes that names refer to objects, while sentences express thoughts. He argues, first, that a name must have a sense, as well as a reference, since substitution of co-referential names can change the thought expressed by a sentence; second, that the thought expressed by a sentence must be its sense, not its reference, on the same grounds; third, that sentences must have a reference as well as a sense; and, fourth, again on the basis of considerations of substitution, that this must be a truth value.

Of particular interest here is Frege's argument that sentences must *have* a reference. This argument, derived from "On Sense and Reference," appears explicitly twice in the correspondence and is implicitly invoked once.[31] Frege first claims that when, in a scientific inquiry, we are interested in the truth or falsity of a

[29] Ibid., 367.
[30] *PMC*, 147–70.
[31] *CP*, 162–63; *PMC*, 152–54, 157–58, 165. See also *PW*, 194, 232.

thought, we need to know not only the sense but the reference of the words used to express it. But, he continues, the reference of the words is irrelevant to the thought expressed—for *the thought expressed would be the same even if the words had no reference.* Since "the sense is independent of whether there is a reference,"[32] he argues, in scientific inquiry we must be seeking something associated with the sentence, distinct from the thought, to which the references of the words making up the sentence are relevant. Whatever this is can be called the sentence's reference.

Throughout the correspondence Russell and Frege often seem to be talking past one another. In spite of Frege's repeated explanations, Russell remains skeptical of Frege's whole picture, and continually tries to rephrase Frege's views in the terms of Platonic Atomism. One reason for Russell's reluctance to speak Frege's language is, I think, the connection between the Fregean arguments just sketched and the epistemological worries discussed earlier. These worries surface explicitly in the last two letters of the interchange. Frege writes that "Mont Blanc with its snowfields is not itself a component part of the thought that Mont Blanc is more than 4000 metres high."[33] Russell's reply is instructive:

> I believe that in spite of all its snowfields Mont Blanc itself is a component part of what is actually asserted in the proposition "Mont Blanc is more than 4000 metres high." We do not assert the thought, for this is a private psychological matter: we assert the object of the thought, and this is, to my mind, a certain complex (an objective proposition, one might say) in which Mont Blanc itself is a component part. *If we do not admit this, then we get the conclusion that we know nothing at all about Mont Blanc.*[34]

Russell simply refuses to adopt Frege's way of speaking. He will not admit a "third realm"[35] of mind-independent thoughts and senses, insisting on a dichotomy of "subjective thought" and "objective proposition," where the latter contains as constituents the *very objects* of our thinking. The reason for his resistance to Frege's picture is epistemological—if thought *about* the world always involves grasp of senses, he fears, we can never attain direct cognitive contact with the world, and "we get the conclusion that we know nothing at all about" the world.[36]

In *P of M*, however, Russell introduces an analog of Frege's sense-reference distinction, for *some* expressions. These are "denoting phrases," composed of one of the words 'all', 'every', 'any', 'a', 'some', or 'the', followed by a "class-concept" (corresponding to a noun phrase); for example 'all frogs', 'the teacher of Plato', etc. Such phrases puzzled Russell because the propositions expressed

[32] *PMC*, 165, translating '*Bedeutung*' as 'reference'. This passage proves, *pace* Gareth Evans, that for Frege the question of whether a singular term has a sense is independent of its possessing a referent. Evans's views are discussed further in footnote 36.

[33] *PMC*, 163.

[34] *PMC*, 169; my emphasis.

[35] So called by Frege in "Thoughts," *CP*, 363.

[36] Although there seems to be a deep disagreement between Russell and Frege here, Gareth Evans has tried to reconcile the two views, in "Understanding Demonstratives," in *Meaning and Understanding*, ed. Parret and Bouveresse (Berlin: De Gruyter, 1981), and in chap. 1 of *The Varieties of Reference* (Oxford: Oxford University Press, Clarendon Press, 1982). For Evans, the Fregean sense of a proper name is a "mode of presentation" or "way of thinking" of the referent—and it *makes no sense* to suppose that a mode of presentation could exist independently of the object presented. (This conception of sense derives from John McDowell, "On the Sense and Reference of Proper Names," *Mind* 86 (1977): 159–85. McDowell there avoids attributing his conception of sense to Frege; but in "*De Re* Senses," in *Frege: Tradition and Influence*, ed. C. Wright (Oxford: Basil Blackwell, 1986), he appears to accept Evans's interpretation of Frege.) Evans reinterprets the many passages in which Frege asserts that there can be sense without reference in light of some paragraphs from an unpublished "Logic" of 1897, in which names without reference are called "mock names" and sentences containing such names are said to express "mock thoughts" (*PW*, 129–30). Evans's reading of Frege is motivated by epistemological concerns such as those discussed above—he emphasizes that senses are not intermediary entities between thinker and object which might render "indirect" a cognitive relation which would otherwise be "direct" ("Understanding Demonstratives," 288–89).

I agree with Evans that Frege would not see the need to grasp a sense in order to refer to an object as "getting in the way" between thinker and object. For Frege, we are as directly related to an object as we can be *by* grasping a sense which presents it. However, Frege would demur to Evans's conclusion that there cannot be sense without reference. As David Bell has convincingly argued in "How 'Russellian' Was Frege?" *Mind* 99 (1990): 267–77, Evans's view is, *as* an interpretation of Frege, "indefensible." The only weak point in Bell's argument is his claim that Evans relies on a shoddy translation of the passages in which Frege speaks of "mock names" and "mock thoughts." In fact the translation is correct; but one can respond to these passages by pointing out that they are never repeated in Frege's subsequent writings, while the idea of genuine proper names with sense but no reference recurs frequently.

finkel[130] and later by Curry.[131] Schönfinkel sets out to construct a notation that dispenses with variables altogether, on the grounds that the variable "has the status of a mere auxiliary notion that is really inappropriate to the constant, 'eternal' essence of the propositions of logic."[132] Curry explicitly brings in the sort of considerations discussed above: "Systems involving formal variables have the peculiarity that their statements appear to be about certain objects called variables—and this, from the formal view, is what they are—but when the system is interpreted in a natural manner, there are no contensive objects corresponding to these variables."[133] In combinatory logic, variables are dispensed with in favor of certain *combinators*, functions which take other functions as arguments. By a suitable choice of combinators, one may avoid altogether the need for variables.[134]

Combinatory logic was developed almost two decades after *OD* was written, beginning about the time that Russell, under the influence of the *Tractatus*, was finishing the second edition of *Principia*. We can only speculate about how Russell might have reacted to the idea that combinatory logic could solve his difficulties with the variable. However, I suspect that he would have been concerned about the status of the new entities introduced to do the work of variables, the combinators themselves. If we use combinators to eliminate variables *in order to* save Platonic Atomism's view of language, we will need to take combinators seriously not merely

[130]Moses Schönfinkel, "On the Building Blocks of Mathematical Logic," in *From Frege to Gödel*, ed. J. van Heijenhoort (Cambridge: Harvard University Press, 1967) (first published in 1924).

[131]For discussions of the development of Curry's version of combinatory logic, and of Curry's reaction to the paradoxes mentioned below, see Haskell B. Curry and Robert Feys, *Combinatory Logic* (Amsterdam: North-Holland, 1958); and Jonathan P. Seldin, "Curry's Program," in *To H. B. Curry: Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism*, ed. J. P. Seldin and J. R. Hindley (London: Academic Press, 1980).

[132]Schönfinkel, 359.

[133]Haskell B. Curry, *Foundations of Mathematical Logic* (New York: McGraw-Hill, 1963), 117.

[134]The model to have in mind here is this: one may express *all frogs are amphibians* either by '(x)(Fx → Ax)' or by 'F ⊂ A.' In the latter sentence '⊂' is functioning as a combinator. The difficulty in extending this model to full first-order logic (and beyond) comes in handling cases of multiple quantification, which Frege taught us to represent through the use of bound variables; Schönfinkel and Curry solved this problem with remarkable ingenuity.

as linguistic devices, but as entities in their own right, as terms. However, in the logics of Schönfinkel and Curry combinators can apply to themselves. Surely this would have suggested to Russell the possibility of paradox; and indeed the initial combinatory logics turned out to be inconsistent, as Kleene and Rosser showed by an argument which Curry later simplified, resulting in "Curry's paradox."[135] Russell's solution to his own paradox in *Principia* rests on his view that propositional functions are "dependent on" or "presuppose" their values, since they are "essentially ambiguities."[136] This allows him to rule out *all* self-application in accordance with his "Vicious Circle Principle." Curry, however, in order to preserve the general character of combinatory logic as a foundation for logic in the ordinary sense, allowed *some* self-application to be meaningful, while ruling out paradox-generating self-application as meaningless. Thus Curry's "illative combinatory logic" would have been seen by Russell as violating the strictures of the Vicious Circle Principle, and, I suspect, would have been rejected by him for that reason. Curry might well reply[137] that the deep lesson of combinatory logic is that paradox arises not from the mere possibility of self-application but from positing certain defective combinators. Any speculation as to how Russell might have reacted to such a response would be both groundless and fruitless. All that can be said is that on balance, of the two ways of dealing with the problem of the variable canvassed here, combinatory logic seems more in the spirit of both Platonic Atomism and *OD*; but in any case it is clear that either of these ways out would have required substantial concessions on Russell's part.

University of Notre Dame

[135]Haskell B. Curry, "The Inconsistency of Certain Formal Systems," *Journal of Symbolic Logic* 7 (1942): 115–17.

[136]See Hylton, 298–302.

[137]As suggested by an anonymous referee.

La paradoja del mentiroso

Si esta oración (contradictoria) está fuera de la lógica. – en qué está?

= R/: en el lenguaje

Mind

"triv-ail"

Principio de Absorción } = filtración- = permeabilidad-

131

Lógica!

Absorbing Dialetheia?

Doble Verdad? A través - la Verdad -

ANTHONY EVERETT

In a series of books and papers Graham Priest has defended a Dialetheian account of the semantic paradoxes, claiming that paradoxical sentences such as the Liar sentence are both true and false. Priest argues that all attempts to provide a consistent account of the semantic paradoxes end up restricting the expressive power of our language in an unacceptable and ad hoc manner, a flaw which he sees his own account as avoiding. However as Priest himself observes, it seems as if his own semantic apparatus generates a version of Curry's paradox and so renders his language trivial. Priest (1987) attempts to block Curry's paradox by rejecting Absorption, offering a countermodel to that principle. It is the purpose of this paper to show that there are slightly modified versions of the Absorption principle for which Priest cannot construct countermodels. It follows that Curry's paradox renders Priest's language trivial after all. !

I will begin by briefly rehearsing the Curry argument and Priest's response in §I. Then in §II I will offer two versions of the argument which Priest seems unable to avoid. I consider possible rejoinders in §III.

I

Surprisingly any language which (i) contains modus ponens; (ii) contains the truth schema: "$T\ulcorner A \urcorner \leftrightarrow A$"; and (iii) satisfies the apparently innocuous principle of Absorption:

$$(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B),$$ (sí, es una T.)

will be rendered trivial by the following argument (see Curry (1942)):

Let "S" be the sentence "$T\ulcorner S \urcorner \rightarrow \bot$". Then it follows by the truth-schema:

(1) $(T\ulcorner T\ulcorner S \urcorner \rightarrow \bot \urcorner) \rightarrow (T\ulcorner S \urcorner \rightarrow \bot)$.

From this by our definition of "S" we obtain:

(2) $T\ulcorner S \urcorner \rightarrow (T\ulcorner S \urcorner \rightarrow \bot)$.

But then by Absorption we have:

(3) $T\ulcorner S \urcorner \rightarrow \bot$.

Applying the truth-schema it follows:

(4) $T\ulcorner T\ulcorner S \urcorner \rightarrow \bot \urcorner$.

Our definition of "S" now entails:

(5) $T\ulcorner S \urcorner$.

Mind, Vol. 103 . 412 . October 1994

(132) Hay otro libro sobre la paradoja de la mentira:

Simmon Keith; Universality and the Liar. Cambridge UK. Cambridge University Press 1993
(229 pags)
siempre se trata de reflexiones sobre contradicciones del lenguaje y las estructuras lógicas.

Otras líneas:

Missa Jean Noel, L'Esprit-Cerveau. Paris. Librairie philosophique. Vrin 1993.

Ortony Anthony, "Metaphor and thought" Cambridge UK. Cambridge Univers Press 1994

Brown, James Robert: Smoke and Mirrors: How Science Reflects Reality. London UK Routledge 1994.

* Bauman Zygmunt. Post modern Ethics. Oxford UK, Basil Blackwell 1994

Allen Barry: Truth in Philosophy. Cambridge Massachusetts USA. Harvard University Press. 1994

Baars, Bernard J. A Cognitive Theory of Consciousness. Cambridge UK Cambridge U. Press. 1993

Arnold Koslow: A Structuralist Theory of Logic. Cambridge Cambridge Univ. Press 1992
pretende deducir las nociones fundamentales de lógica e implicaciones.

Skirbe KK. G. "Rationality and Modernity". Oxford UK. Oxford University Press. 1993

133

vea frag. siguiente

And from (3), (5), by modus ponens we get:

(6) $\perp$.

Obviously any language in which the Curry inference is valid is rendered trivial.

Observing that Priest accepts the truth schema we might therefore suppose that he will be susceptible to the Curry-argument.[1] However Priest is well aware of this objection ((1980), (1987), and (1990)). Priest attempts to avoid the Curry argument by denying Absorption.

Now Absorption is prima facie an eminently plausible principle. So if Priest is to avoid the charge of ad hocery which he himself levels against consistent accounts of the paradoxes he needs to provide a good reason for rejecting Absorption. Priest tries to do this, going to some length to construct a counter-model (1987).

Priest interprets the entailment connective as a connective of strict implication. After some deliberation he decides that the correct connective for the truth schema is a non-contraposable connective "$\Rightarrow$" which he defines as follows:[2]

"$A \Rightarrow B$" is true in a world w iff in all worlds w' such that wRw':

if $True \in v(w', A)$ then $True \in v(w', B)$;

"$A \Rightarrow B$" is false in a world w iff there is some world w' such that wRw' where:

$True \in v(w', A)$ but $False \in v(w', B)$.

Priest then suggests how, given a suitable reading of possibility, we might construct a counter-model to Absorption (1987, pp. 102-110). Consider the set of worlds $<W,Y,Z>$ (we are intuitively to think of W as being the actual world) where:

$v(W, A) = False$ and $v(W, B) = False$,

$v(Y, A) = False$ and $v(Y, B) = True$,

$v(Z, A) = True$ and $v(Z, B) = False$,

and where we are to restrict R so that all three worlds are possible from the perspective of world W, only world Z is possible from the perspective of world Y, and no worlds are possible from the perspective of world Z.

It can then be easily seen that "$(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$" will be false in world W. First note that "$A \Rightarrow B$" will be true in world Z. This follows simply from the definition of "$\Rightarrow$"; no world is accessible to Z and hence it is trivially the case that B is true in all worlds accessible to Z.

Next note that the only world possible in relation to Y is Z. As both "A" and "$A \Rightarrow B$" are true in Z but "B" is false in Z it follows that "$A \Rightarrow B$" will be false

[1] After writing this paper I was pleased to observe that Gupta and Belnap offer a similar argument against Chihara in their (1993).

[2] See Priest (1987, pp. 92-101) for the semantics of the connectives he employs in these definitions.

I do not necessarily endorse Priest's analysis of our natural language entailment conditionals. The area is, of course, one of heated debate. However for the purposes of argument I will assume that Priest is correct.

in Y but "$A \Rightarrow (A \Rightarrow B)$" will be true th
will be false in W. Thus we have a coun

However a little reflection reveals that
denying the unrestricted reflexivity of
what a counter-model to Absorption ne
be such that both "A" and "$A \Rightarrow B$" are
possibility were universally reflexive, a
would clearly follow that "B" would be

In this case "$A \Rightarrow B$" would be both
"counter-model" would make the Abso
actual world. Thus if possibility was r
try to construct would make Absorptio

Now it is not sufficient for Priest's p
ciple be actually false. He also requires
way the Absorption principle can be ac
will be if its consequent is also true (an
is both true and false). So if Absorptio
run a version of the Curry argument af

This suggests a possible response
"$T\ulcorner A\urcorner \Rightarrow B$" so as to build in the ref
Z. The validity of Absorption now fo
principle is true in all models or there
the former case the Absorption princ
Curry argument can proceed as befo
sented above entails that Absorption
ter-models", and so once more Abso
the Curry argument can proceed as b
and Priest will be in trouble.

Let us continue. There seem to be t
desired reflexivity of possibility.

(1) Firstly we might modify the an
adjoin to sentence "A" another senter

[3] It might be objected that Priest's se
world not accessible from itself *every* for
the modus ponens inference "$A \Rightarrow B$; A
premises which are true (and not also fals
true). And one might consequently wond
kind of conditional. If it cannot then so n
poses of argument I will assume here that

[4] On its own, the possibility of "B" bein
the Dialetheist.

$(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$ = principio de absorpción!

$\sim(\sim A \vee (\sim A \vee B)) \vee (\sim A \vee B)$

$(A \wedge \sim(\sim A \vee B)) \vee (\sim A \vee B)$

$(A \wedge A \wedge \sim B) \vee (\sim A \vee B)$

$(A \vee \sim A \vee B) \wedge (A \vee \sim A \vee B) \wedge (\sim B \vee \sim A \vee B) = T.$

135

in Y but "A ⇒ (A ⇒ B)" will be true there. From this it follows that Absorption will be false in W. Thus we have a counter-model to Absorption.[3]

II

However a little reflection reveals that Priest's counter-model depends upon his denying the unrestricted reflexivity of the possibility relation. To see this note what a counter-model to Absorption needs to look like. We need the world Z to be such that both "A" and "A ⇒ B" are true there while "B" is false. However if possibility were universally reflexive, as both "A" and "A ⇒ B" are true in Z, it would clearly follow that "B" would be true there as well.[4]

In this case "A ⇒ B" would be both true and false in Y. And consequently our "counter-model" would make the Absorption principle both true and false in the actual world. Thus if possibility was reflexive, any counter-model Priest might try to construct would make Absorption both true and false.

Now it is not sufficient for Priest's purposes merely that the Absorption principle be actually false. He also requires that it fails to be actually true. For the only way the Absorption principle can be actually true and also have a true antecedent will be if its consequent is also true (and this will be the case even if the principle is both true and false). So if Absorption is both true and false we will be able to run a version of the Curry argument after all.

This suggests a possible response to Priest: we modify our Curry sentence "T⌜A⌝ ⇒ B" so as to build in the reflexivity of possibility in such worlds as Z. The validity of Absorption now follows by dilemma. Either the Absorption principle is true in all models or there are some models in which it is false. In the former case the Absorption principle is clearly valid and a version of the Curry argument can proceed as before. In the latter case the argument presented above entails that Absorption will be *true* as well as false in the "counter-models", and so once more Absorption will be validated and a version of the Curry argument can proceed as before. Either way Absorption will be true and Priest will be in trouble.

Let us continue. There seem to be two ways in which we might guarantee the desired reflexivity of possibility.

(1) Firstly we might modify the antecedent of our Curry sentence. We might adjoin to sentence "A" another sentence which claims that the world of evalua-

[3] It might be objected that Priest's semantics for "⇒" implies both (i) that in some world not accessible from itself *every* formula of the form "A ⇒ B" is true, and (ii) that the modus ponens inference "A ⇒ B; A so B" is not valid, since in some world it has premises which are true (and not also false) and a conclusion which is false (and not also true). And one might consequently wonder whether "⇒" can reasonably be read as any kind of conditional. If it cannot then so much the worse for Priest. However for the purposes of argument I will assume here that it can.

[4] On its own, the possibility of "B" being both true and false should not of course worry the Dialetheist.

(137)

tion is possible relative to itself. For example the English sentence "this world is possible relative to itself" would fit the bill.[5] Our Curry sentence would then be amended to:

$$\text{A:}\quad T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot$$

(where "$\mathfrak{R}$" is an indexical expression asserting the reflexivity of possibility in the world in which it is evaluated). Now consider one half of the truth-schema:

$$(1^*)\quad [T\ulcorner T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot\urcorner] \Rightarrow (T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot).$$

From this it follows from our definition of "A":

$$(2^*)\quad T\ulcorner A\urcorner \Rightarrow (T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot).$$

Clearly as "$\Rightarrow$" is a conditional of strict implication we can weaken its antecedent without changing its truth value, hence:[6]

$$(3^*)\quad (T\ulcorner A\urcorner \,\&\, T\ulcorner \mathfrak{R}\urcorner) \Rightarrow (T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot).$$

Since truth distributes across conjunction this entails:

$$(4^*)\quad T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow (T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot).$$

Now, given that "$\mathfrak{R}$" asserts the reflexivity of possibility in worlds where it is evaluated, we will be unable for the reasons rehearsed above to construct a genuine counter-model in which the following instance of the Absorption schema fails to be true:

$$\text{AI:}\quad (T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow (T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot)) \Rightarrow (T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot).$$

All models will make this Absorption principle actually true, even those which also make it actually false. We are therefore justified in inferring:

$$(5^*)\quad T\ulcorner A\&\mathfrak{R}\urcorner \Rightarrow \bot.$$

And the argument to triviality can now proceed as before.

(2) A second way in which we might gain the desired reflexivity is to define a new modified entailment connective. We might amend the semantics for "$\Rightarrow$" by restricting the worlds over which the defining quantifiers range to those worlds where the possibility relation is reflexive (let us represent this new connective by "$\rightrightarrows$"). The Curry inference will then proceed as follows. Consider the sentence:

$$\text{A:}\quad T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows \bot.$$

By the truth schema we have;

$$(1^{**})\quad T\ulcorner T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows \bot\urcorner \leftleftarrows\!\rightrightarrows (T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows \bot).$$

Note of course that the truth schema we employ must be couched in terms of our new connective "$\rightrightarrows$" rather than the connective "$\Rightarrow$" which Priest employs. However this poses no problem for our argument. For if the original truth-schema "$T\ulcorner A\urcorner \Leftrightarrow A$" is true, then by the semantics for "$\Rightarrow$", "$T\ulcorner A\urcorner$" will be true in every world where "A" is true and vice versa.

But then it also follows that "$T\ulcorner A\urcorner$" will be true in every world *where possibility is reflexive* and where "A" is true, and vice versa. For the worlds where possibility is reflexive merely form a subclass of those considered when evaluating the original truth schema. If "$T\ulcorner A\urcorner$" is true in every A-world it will also be true in every reflexive A-world. And if "A" is true in every $T\ulcorner A\urcorner$ -world then it will also be true in every reflexive $T\ulcorner A\urcorner$ -world.

So if we are justified in invoking the full truth-schema in the original Curry-argument we will also be justified in invoking the modified version in our new argument. Substituting for "A" into the schema we can therefore assert:

$$(2^{**})\quad T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows (T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows \bot).$$

The relevant instance of the Absorption scheme will now be:

$$(3^{**})\quad (T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows (T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows \bot)) \rightrightarrows (T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows \bot).$$

Given the fact that our new connective "$\rightrightarrows$" guarantees the reflexivity of possibility in those worlds where it is evaluated, every model will make this instance of Absorption true in the actual world, even those which make it false there as well! So we are justified in inferring:

$$(4^{**})\quad T\ulcorner A\urcorner \rightrightarrows \bot.$$

And the argument to triviality can once more proceed as before.

III

I have offered two modified versions of the Curry argument which appear to render Priest's language trivial. How might Priest respond to these?

The first thing to note is that unlike some previous attempts to show Priest's language trivial, I have *not* tried to justify a problematic principle by arguing that its validity follows from Priest's semantics.[7] As Priest ((1989) and (1990)) correctly notes such an argument would have to presuppose the validity of the very principle in question. Instead I argue for the validity of my versions of Absorption, and the corresponding Curry arguments, by showing that my Absorption principles are true in all models. My principles cannot be false in a model without also being true there. Thus in my argument I do not presuppose any Dialetheistically invalid inferences, and in particular I do not presuppose the validity of Absorption.

Could Priest resist my arguments by simply barring such expressions as "$\mathfrak{R}$" and "$\rightrightarrows$" from his language? Not without restricting the expressive power of his language in an ad hoc manner and so rendering himself subject to the very criticisms he makes of his consistent rivals. For the connective "$\rightrightarrows$" is merely a restriction of a conditional Priest himself accepts. And English is rife with suitable indexical expressions to stand in place of "$\mathfrak{R}$". Indeed in his writings Priest

[5] The sentence "$(w)wRw$" would be a non-indexical alternative—where the quantifier is interpreted as ranging over the set of worlds which Priest quantifies over when defining his entailment connective and where "R" is Priest's predicate expressing the accessibility relation between worlds.

[6] Of course many would hold that weakening can alter the truth value of our everyday implication conditional. But this is beside the point so far as the current argument against Priest is concerned—here we need consider only Priest's own Strict Implication conditional.

[7] See for example Denyer (1989), and Thompson (1986).

(138)

Otras revistas:

— "Proto Soziologie" (vol 5. 1993) — Lebenswelt und System II
(autores de fenomenología) Artículos:
Pierre Kerszberg: Life World and language

Walter Biemel: Gedanken zur Genesis der Lebenswelt

James Bohman: The completness of Macro-Sociological Explanations: System and Lifeworld

— "Philosophica" — (una rev. de epistemología)

— "Synthese": de filos. del conocimiento y de la ciencia.

— "Philosophia" — philosophical quarterly - july 1994 - of Israel. Univers. de Bar Ilán. Tel Aviv

"— Philosophical Topics" — va por temas:
— 1992 sobre Putman. Hilary — (un art. de Chomsky
1992 sobre Filos. Medieval

seems to provide us with the apparatus for generating such expressions as "$\mathfrak{R}$". His language contains a relational predicate expressing the relative possibility relation, "R". So we can define my sentence "$\mathfrak{R}$" as follows:

"$\mathfrak{R}$" is true in a world w iff wRw.

What if Priest denies that we can meaningfully introduce such expressions into his language, arguing that their introduction fails to produce a conservative extension of his language and then invoking Belnap's (1962) "conservative extension" criterion to rule them out as not meaningful? (Priest (1990) makes this sort of move with respect to a connective expressing classical Boolean negation.)

I have two points to make in reply. The first is just to re-emphasise that English does seem to contain informal versions of "$\mathfrak{R}$", and does seem to be capable of expressing informal versions of "$\rightrightarrows$". Whether or not these would fail to produce a conservative extension if added to an English previously free of them is beside the point. Perhaps English is rendered trivial and incoherent by containing the natural language equivalents of "$\mathfrak{R}$" and "$\rightrightarrows$". But Priest's project is not to reconstruct English to avoid such difficulties, but rather to show how the paradoxes could be accommodated within English as we know it.[8] A failure of Priest's language to contain "$\mathfrak{R}$" will still render his language expressively incomplete, and therefore undermine his project.

In the second place it is not clear that we should accept a failure to satisfy Belnap's conservative extension test as a reason to reject "$\mathfrak{R}$" and "$\rightrightarrows$". Note that the addition of "$\mathfrak{R}$" or "$\rightrightarrows$" to our language will only fail to produce a conservative extension in the presence of the universal truth schema. It is the presence *both* of these expressions *and* of the truth schema which generates triviality. So why should it be "$\mathfrak{R}$" and "$\rightrightarrows$" that we blame for this rather than the universal truth schema?

IV

Although Priest is able to avoid our original version of the Curry argument it seems he cannot avoid the modified versions I have offered without unnaturally restricting the expressive power of his language and falling prey to exactly the same complaint that he levels against consistent accounts of the semantic paradoxes. So Priest seems no better off than his consistent rivals. Indeed he is worse off. For given a choice between an expressively restricted but consistent account and Priest's expressively restricted account with its nasty Dialetheia, I know which I would prefer![9]

[8] Of course if we were in the business of reconstructing English would be better to do it consistently without invoking nasty Dialetheia.

[9] I would like to thank Paddy Blanchette, Mic Detlefsen, Michael Kremer, Timothy Smiley, and in particular Graham Priest and an anonymous r[illegible]ee for their help and comments.

ANTHONY EVERETT

Department of Philosophy
University of Notre Dame
Indiana
46556
USA

REFERENCES

Belnap, N. 1961: "Tonk, Plonk, and Plink". *Analysis*, 22, pp. 130-134.

Belnap, N., and Gupta, A. 1993: *The Revision Theory of Truth*. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Curry, H. 1942: "The Inconsistency of Certain Formal Logics". *Journal of Symbolic Logic*, 7, pp. 115-117.

Denyer, N. 1989: "Dialetheism and Trivialization". *Mind*, 98, pp. 259-268.

Meyer, R., Routley, R. and Dunn, J. 1979: "Curry's Paradox". *Analysis*, 39, pp.124-128.

Priest, G. 1979: "The Logic of Paradox". *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219-241.

——1980: "Sense, Entailment, and Modus Ponens". *Journal of Philosophical Logic*, 9, pp. 415-435.

——1984: "The Logic of Paradox Revisited". *Journal of Philosophical Logic*, 13, pp. 153-179.

——1987: *In Contradiction*. Dordrecht: Martinus Nijhoff.

——1989: "Denyer's $ not backed by Sterling Arguments". *Mind*, 98, pp. 265-268.

——1990: "Boolean Negation and All That". *Journal of Philosophical Logic*, 19 pp. 201-219.

Priest, G., Routley, R., and Norman, J. 1988: *Paraconsistent Logic*. Munich: Philosophia Verlag.

Thompson, R. 1986: "Paradoxes and Semantic Representation", in *Reasoning about Knowledge*, edited by J. Halpern, New York: Morgan Kaufmann.

Stevenson, S. 1961: "Roundabout the Runabout Inference Ticket". *Analysis*, 21, pp. 124-128.

 Vol 4 n°4 October 1994

Jan Volenski: "Jan Łukasiewicz on the Liar Paradox, Logical Consequence, Truth, and Induction.

Łukasiewicz's version of the Liar is included in his paper on the concept of on science published in 1915.[3] Explaining the Liar, Łukasiewicz proceeds as follow:

> There are "mental constructions" which seem to contain an inevitable contradiction. For example, the sentence: line 13 on p. XXXV of this book contains a false sentence, is a construction of this kind.
>
> This sentence contains a contradiction, because, observing that this sentence contains itself in the line 13 on p. XXXV of this book, it is easy to prove that its truth entails its falsity as well as that its falsity entails its truth. [Łukasiewicz *1915*, XXXV]

Then Łukasiewicz offers a solution of the Liar. His proposal is this:

> [...] every logical principle contains "*variables*.
>
> [...] These variables, like variables in mathematics, can have various values. Now there is a logical law which says that all logical principles concern only *those* objects which can be *values of variables*. One can show that the above sentence containing the contradiction cannot be value of a variable. Hence logical principles do not apply to this sentence; this construction is outside logic. [Łukasiewicz *1915*, XXXV].

So far Łukasiewicz. Tarski's statement of the Liar in his essay can be taken as a strict formalization of the version proposed by Łukasiewicz. However, there is something more. Łukasiewicz's own solution of the Liar consists in excluding the Liar sentence from the domain of logic. Thanks to Tarski, Łukasiewicz's version of the Liar became standard. But although he proposed a way out from the Liar paradox, he did not explain why the Liar sentence does not adhere to the principles of logic. This was done by Leśniewski and Tarski, who argued that so-called "closed" languages (languages that contain own metalanguages) violate principles for constructing correct formalized languages and thereby must be ruled out of the province of logic.[4]

---

[3] This essay is a general introduction to the whole volume, which contains many other interesting papers, in particular by Zygmunt Janiszewski, Wacław Sierpiński and Stefan Mazurkiewicz.

[4] See [Tarski *1933*, chapter 1] and [Tarski *1944*, sect. 8]. These two works contain references to Leśniewski's view on sources of the semantic paradoxes and ways of overcoming them. Unfortunately, Leśniewski had never published anything on semantic paradoxes. It is known that he prepared an extensive monograph on this topic. The sole copy, written in pencil, was destroyed during the Warsaw uprising in 1944.

142

Utiliza el concepto de variable : A . B . C . F. H etc.

1. Una variable es una cantidad lógica que puede tener cualquier contenido (V. o F.)

2. Una expresión lógica (Axioma , Algoritmo) posee Variables.

3. Ahora en lógica los principios (Axiomas . Algoritmos) solo se refieren a "objetos" que "pueden ser valores de las variables".

4. Entonces : La oración del mentiroso no puede ser valor de una variable

5. Por tanto : Los principios lógicos no se aplican a esta "expresión". (Excluye la expresión del mentiroso del dominio lógico !

Esta solución no resuelve realmente el problema porque no distingue entre "real" y "potencial" :

Yo cretense digo : todos los cretenses son mentirosos".

yo Epiménides digo (F~~X~~ .) { Fx es una variable (potencial) / yo Epiménides = es real

No existe tal contradicción porque se trata de dos tipos lógicos diferentes.

Si "yo Epiménides digo la verdad, es cierto" (real) → (Fx será "potencialmente" falso)

Si " " " " es falso → (Fx será "potencialmente" Verdadero)

El hecho que los dos elementos de la expresión ocupen 2 tipos lógicos diferentes, evita la contradicción. — No puede ponerse en contradic. { un elemento = Variable = potencial / con un elemento = real. = principio

Es análogo a la aporía de las clases" ;

{ 1. una clase cualquiera = es real = conjunto ! determinado. / 2. una clase de "todas" las clases ≠ no es una "clase" sino una "posibilidad" = "dominio" indeterminado = VARIABLE.

It is a widespread opinion that Łukasiewicz stated his version of the Liar in an oral discussion.[5] This situation probably stems from the fact, which I have already mentioned, that Tarski gave no textual reference to Łukasiewicz. We can ask why [Łukasiewicz *1915*] is almost entirely overlooked (see [Łukasiewicz *1912*]).

The history of this paper is interesting. In 1912, Łukasiewicz published a paper on creativity in science.[6] Then he was invited to write an introductory essay for *A Guide for Autodidacts*, and he decided to extend his [*1912*] by adding remarks on the Liar paradox and logical consequence. The additions do not form new sections but are inserted into the old text. This may be main reason that references to Łukasiewicz's paper are mostly made to the version published in 1912 which became very influential in Polish philosophy, particularly for Łukasiewicz's classification of arguments given there for the first time.[7] When a selection of Łukasiewicz's logical papers was being prepared, its editor, Jerzy Słupecki, included the 1912 version and then it was translated into English.[8]

Łukasiewicz's paper of 1915 also contains a definition of logical consequence in the semantic sense: implicación lógica

> We say that a sentence *b* follows from a sentence or a group of sentences *a* if *b* must be true provided that *a* is true. [Łukasiewicz *1915*, XXII]

As far as I know this one of the first (perhaps even the very first) correct definitions of logical consequence in modern logic since Bolzano.[9] In Poland, it was rediscovered by Ajdukiewicz in 1923 and generalized by Tarski in 1936. For Ajdukiewicz [*1923*, 161]:

> A formula $f(x)$ formally entails a formula $\phi(x)$, if for any possible substitutions for x, either $f(x)$ is false or $\phi(x)$ is true.

$[f(x) \rightarrow \phi(x)] \leftarrow (-f(x) \vee \phi(x))$

$\leftarrow (x)\ (\vee -f(x) \vee \phi(x))$

[5] I heard this opinion on several occasions from many Polish logicians and philosophers, including persons who had direct contact with Łukasiewicz, Tarski, and their students. Unfortunately, no written record confirms this fact.

[6] This situation seems paradoxical, for [Łukasiewicz *1915*] was reprinted twice in Poland in the interwar period.

[7] See [Giedymin *1985*] for general comments on the importance of [Łukasiewicz *1912*] for Polish philosophy and [Woleński *1991*] for Łukasiewicz's classification of types reasoning and its reception.

[8] See [Łukasiewicz *1961*] and [Łukasiewicz *1970*]. Słupecki as well as Borkowski (the editor of [Łukasiewicz *1970*]) probably forgot about additions in [Łukasiewicz *1915*]. In any case, there is no other explanation their editorial choices with respect to the paper in question.

[9] I base this assertion on my own examination of numerous books in logic published in the period under consideration. My evaluation of the matter was also confirmed by several people interested in the history of logic. Of course, this basis does not preclude the possibility that I am mistaken.

144

$$[f(x) \rightarrow \phi(x)] :- (x)(\sim f(x) \vee \phi(x))$$

From this definition it follows that, if A formally (logically) implies B, then B cannot be false, provided that B is true.[10] For Tarski [*1936*; q.v. *1956*, 417]:

> The sentence X follows logically from the sentences of the class **K** if and only if every model of the class **K** is also a model of the sentence X.

Tarski's formulation is commonly regarded as a modern statement of Bolzano's idea of logical consequence. However, the essential point of this important idea was anticipated, at least in Poland, by Łukasiewicz.

2. Łukasiewicz on the concept of truth. Łukasiewicz, influenced by Aristotle and the Brentanist tradition, accepted the classical (correspondence) theory of truth.[11] His statement of this theory is this:

> A sentence is true or false only if it states that something exists or does not exist. [Łukasiewicz *1910*; 2nd (1987) edition, 14]

> A judgment is true if it ascribes to an object a property which belongs to this object or denies a property which does not belong to it. [Łukasiewicz *1911*, 86]

> If truth consists in conformity of thought to reality, we may say that those propositions are true which conform to [...] reality. [Łukasiewicz *1957*, 208]

These quotations illustrate Łukasiewicz's general position on truth. However, we also can find in [Łukasiewicz *1913*] an idea that remains in Tarski's semantic theory of truth.

For Łukasiewicz, truth and falsity are unconditional and absolute properties of sentences.[12] In particular, probability cannot be used for the logical evaluation of sentences. On the other hand, formulas in which free variables occur ("indefinite proposition" is Łukasiewicz's term) can be characterized by their logical probability. Let **D** be a domain consisting of a finite number of objects and let $F(x)$ be a formula with x as a

---

10 A similar definition can be extracted from [Ajdukiewicz *1934*].

11 See [Woleński and Simons *1989*] for comments on Łukasiewicz's philosophy of truth. Łukasiewicz was a student of Twardowski in Lvov and Meinong in Graz, both of whom were in turn distinguished students of Brentano.

12 For Łukasiewicz (and similarly for Tarski), sentences are always objects equipped with meaning. I do enter here into a discussion on whether this conception of sentences is sound or not. I note this point because most English commentators on Tarski's work on truth ask whether sentences (as purely syntactic items) may be true or false. The "Polish" answer is simple: yes, because sentences are meaningful items.

147

free variable. Now assume that there are n-many objects in D and m-many objects that satisfy $F(x)$. Then the ratio $\frac{m}{n}$ expresses the probability of $F(x)$. Moreover, Łukasiewicz says:

> Indefinite propositions are true if they yield true judgements for all values of the variables.
>
> Indefinite propositions are false if they yield false judgements for all the values of the variables. ([Łukasiewicz *1913*, 16; page number is to the *1970* English translation])

To see how close Łukasiewicz was to the semantic definition of truth, let me recall Tarski's condition for quantified (universal) sentences: $\forall xF(x)$ is true if and only if $F(x)$ is satisfied by all values of a variable x. The right part of this biconditional is equivalent to Łukasiewicz's definition of truth for indefinite propositions. According to Tarski, a sentence is true if it holds (is satisfied) for all objects. Tarski's heuristic strategy is to regard sentences as particular cases of open formulas and truth as a special case of satisfaction. On the other hand, Łukasiewicz was not interested in defining truth *via* satisfaction, probably because he assumed that a gap between sentences and indefinite propositions is so essential that the former cannot be special cases of the latter. Hence, truth cannot be a special case of satisfaction. For Łukasiewicz, the truth of open formulas was nothing more than an auxiliary idea used by him to develop the theory of logical probability.

3. Łukasiewicz on induction. Induction was a favourite subject of Łukasiewicz before he concentrated on mathematical logic. He devoted his doctoral dissertation to the problem of induction (published as [Łukasiewicz *1903*]), and he delivered three talks on induction before the Polish Philosophical Society in Lvov in 1906-1909 ([Łukasiewicz *1906*, *1907* and *1909*] are abstracts of these lectures). Induction is also briefly considered in [Łukasiewicz *1912*] and [Łukasiewicz *1915*]. Finally, he discussed induction in the last part of [Łukasiewicz *1929*].[13] At first, Łukasiewicz tried to develop the inverse theory theory of induction proposed by Jevons and Sigwart in the nineteenth century. On other hand, from the beginning of his interests in induction, Łukasiewicz was rather

---

[13] This section (§11) is omitted in the second Polish edition (see [Łukasiewicz *1958*]) as well as in the English edition (see [Łukasiewicz *1963*]). Arthur Prior complains of this omission in his [*1968*] review of [Łukasiewicz *1963*]. The German translation of §11 is included in [Pearce and Woleński *1988*]. Note that the problem of induction is not touched upon in [Łukasiewicz *1913*]. One might be surprised that there is a chapter on induction in a very advanced textbook on mathematical logic. However, it was a tradition in Poland to speak on induction at the end of courses in mathematical logic.

(148) Bibliogr. "Periodici da leggere":
Revista "Mind" Oct. 1994 Vol 103. N 412 - Oxford Univ. Press

Andy Clark. Associative Engines: Connectionism, Concepts and Representational Change.

Richard Foley: Working with a net: A Study of Egocentric Epistemology. N.Y. Oxford Univer Press. 1993. = un ideal etico

Robert Nozick: The Nature of Rationality. Princeton. Princ. Univ. Press 1993. bueno

Phillip Pettit: The common Mind - Oxford U. Press. Oxford 1993. — es "holista"

Larry S. Temkin: Inequality NY. Oxford Uni Press. 1993. Es un analisis fondo de Valores

* Bordoni, Gianluca Sadun, Linguaggio e Realtà in Aristotele, Bari Laterza 1994

Levine. Michel P. Pantheisme. London UK Routledge 1994

Vigna Carmelo: L'Etica e il suo Altro. Milan 1994, Franco Angeli Ed

Wassermann Gerhard D. "A Philosophy of Matter and Mind. Aldershot. UK. Avebury 1994

Zeitlin Irving M: Nietzsche: A Re-examination Oxford UK Polity Press 1994 -

Stich, Stephen P. and Warfield, Ted A. "- Mental Representation: A Reader Oxford U.K. Basil Blackwell 1994

Mind. Oct. 1994

Anthony Everett. Absorbing Dialetheia?

sceptical about evaluating inductive conclusions by probability. He expressed this view in his dissertation. There is also an interesting fragment of his letter to Kazimierz Twardowski (August 31, 1902):

> In order to reject (I would like to do this) that view [that experience provides the devices for the estimation of the probability of the inductive conclusions - J. W.] one must prove that particular propositions, independently of their number and kind, cannot serve as the logical basis for the probability of a generalization [...] I am eager to solve this question by admitting that there is only mathematical probability.

An argument against the probabilistic theory of induction is given in [Łukasiewicz *1909*]. The argument is this. Assume that H is a hypothesis which is tested by induction. At first sight, we we could apply Laplace's rule $p = \frac{n+1}{m+2}$. According to this rule, p is the probability that the $(n + 1)^{st}$ event has a property, say P, provided that it is established in advance that n events have P. Since this rule applies only to particular events, it is not applicable to genuine inductive generalizations. Laplace's rule is a special case of a more general formula: $p = \frac{n+1}{n+m+1}$, where m is the cardinality of the domain of events to which H refers and n measures the basis of induction, i.e. the number of events already observed. Now m is always greater than n, so p cannot be greater that 2 and, what is more important, if m approaches infinity, p approaches 0. Thus, no finite amount of data acquired by experience is sufficient for confirming any general inductive hypothesis. Łukasiewicz also expresses his anti-inductivism in his papers of 1912 and 1915. The last section of [Łukasiewicz *1929*] contains perhaps his most negative evaluation of induction:

> [...] inductive logic has no scientific value. (p. 95)

> [...] so-called inductive reasoning has neither a scientific value no any application in the science. On the other hand, deductive reasoning plays an essential role in the science. (p. 196).

Clearly, Łukasiewicz anticipated basic tenets of Popper's anti-inductivism. Some commentators see general similarities in the two authors.[14] However, the most interesting point is perhaps that Łukasiewicz had Popper's celebrated mathematical argument against induction.

---

[14] This point is stressed in [Prior *1968*].

150

Rev "The Modern Language Journal", Vol 78 Nº4 Winter 1994

p. 418 James P. Lantolf: "Socio cultural theory and Second Language learning: Introduction to special issue

Rev. "The Modern Language Review July 1993. (Modern Humanities Research Assoc) U.K.

— David Meakin: "Like Poles Attracting": Intertextual magnetism in Poe, Verne, Gracq.
Parece que inter-textualidad la toman como "copiarse un autor a otro reconociéndolo

así Michel Serres estudia Verne que copia a Defoe, Dumas, Poe y otros novelistas que les siguen — puede calificarse "metatextualidad" = una obra comenta críticamente la de su antecesor. — Es un prodigioso lector y le escritor. Y a su vez es escrito por otros que le siguen.

Verne ofrece una instancia ejemplar de "intertextualidad" — algunos procesos de la dinámica pueden ser analizados — como él transforma e interactúa con el texto de Poe y como Gracq los describe ambos en un paisaje - climático = La orilla de la Sirte —

Volume 4, no. 4 (October 1994)

4. Conclusions. As I have already noted, Łukasiewicz's version of the Liar paradox became standard *via* Tarski's work on truth. Thus, it is clear that Łukasiewicz ideas on the Liar began the development which culminated in the Leśniewski-Tarski account and solution of the paradox. No evidence is available as to whether or not Łukasiewicz's definition of the concept logical consequence influenced Tarski or Ajdukiewicz. This is also true of [Łukasiewicz *1913*] and its influence on Tarski's conception of truth. Polish philosophers of science were mostly inductivists and, in general, they were not particularly attracted by Łukasiewicz's criticism of induction as a method of confirmation of empirical generalizations.[15] Thus, if published references provide evidence of how someone's ideas influence the history of logic, we must conclude that the ideas of Jan Łukasiewicz concerning truth, the concept of logical consequence, and induction did not exert any influence even in his own country. However, perhaps one remark is in order. It is known that many important ideas circulated among Polish logicians in conversation.[16] This was an important factor In doing logic in the Warsaw School. So it is quite possible that Łukasiewicz, who was the principal leader of the Warsaw School of Logic, communicated his ideas on truth and logical consequence in informal debates with his students and colleagues and thereby influenced their way of thinking on related topics.

REFERENCES

AJDUKIEWICZ, Kazimierz 1923. *Głowne kierunkl filozofii we fragmentach ich klasycznych przedstawicieli* (The Main Currents of Philosophy in Fragments of Their Classical Representatives), Lwów, K.S. Jakubowski.

—. 1934. *Logiczne podstawy nauczania* (The Logical Foundations of Teaching), Warszawa, Nasza Księgarnia.

BORKOWSKI, Ludwik and SŁUPECKI, Jerzy. 1958 *The logical works of J. Łukasiewicz*, Studia Logica **VIII**, 7-56.

GIEDYMIN, Jerzy. 1985. *Polish philosophy in the interwar period and Ludwik Fleck's theory of thought-styles and thought-collectives*, R. Cohen and T. Schnelle (editors), *Cognition and Fact - Materials on Ludwik Fleck* (Dordrecht, Reidel), 179-215.

KOTARBINSKI, Tadeusz. 1958. *Jan Łukasiewicz's works in the history of logic*, Studia Logica **VIII**, 57-62.

ŁUKASIEWICZ, Jan. 1903. *O indukci jako inversji dedukcji* (On induction as the inverse of deduction), Przegląd Filozoficzny 6, 9-24, 138-152.

(152)

Programa para "SCANNERS"

Watermark Discovery Edition $149. Exige DOS 3.3 Windows 3.1
4 MB ram 2 MB hard disk space y OLE.
Watermark Software 129 Middlesex Turnpike, Burlington MA 01803
fax. 617-229-2989 -

Con la ayuda de OLE y Windows y un Scanner, incorpora un objeto que representa virtualmente cualquier doc. en las aplicaciones de OLE (Object Linking and Embedding) (= [illegible])

Hewlett-Packard $879
HP Scan jet II c = color
HP Scan jet II p = negro $724
Tiene un printer portable ($274)
HP DeskJet - portable - printer (#764952)

Michel Serres "Jouvences sur Jules Verne" 1974. Paris Ed Minuit

Scanner "Fujitsu"
"ScanPartner Plus" = añadir el "controller board".
Compulink, Xerox imaging system and Blueridge
Fax 1-(408)-428-0456 Doc. 1224
no dice cuanto cuesta ni las medidas.
Dice que tiene una serie de Scanners.

OKIDATA	Scanner
ML 320	$295
" 321	$415
" 380	$209
*" 520	$369
521	$489
590	$415
395	$959

NEC	
P 3200	$225
" 3300	$323
?*" 6200	399
" 6300	599
" 9300	$825

Rev. de "Artificial Intelligence" de Nov. 1994 -

153

lógica

2.1. The temporal language

In this section, we describe a language for temporal scenarios. The language itself is not a logic, in the sense that it provides no inference rules and therefore has no interpretation. We give intended interpretations for some of the terms of our language, but we leave it to later sections—which describe various theories of temporal reasoning—to enforce these interpretations through particular rules of inference.

We have borrowed much of this language from Hanks and McDermott's [8] presentation of McDermott's temporal logic [21], although we have taken several liberties with that language. The ontology also incorporates a few features of McCarthy and Hayes's situation calculus [20]. However, while the situation calculus takes actions and action occurrences to be fundamental, our language—like McDermott's—is built with time points as primitive. As a result, we allow any number of actions to occur between world states. In this respect, our language resembles the one defined by Haugh in [11].

Several considerably more sophisticated temporal ontologies have been described in the literature (e.g., Allen's interval logic [1]; Hayes's histories [12]; McDermott's full temporal logic [21]; Shoham's modal system [30]). However, the naive ontology that we present here is sufficient to describe the salient features of most nonmonotonic approaches to temporal reasoning, and to demonstrate our claims with respect to the importance of causation. Indeed, the problems that arise in this ontology would only worsen in a more sophisticated logic, and the need for some adequate notion of causation would only be strengthened.

In our ontology, a point in time defines a particular *world state*. This world state is expressed as a set of state–value pairs: $\langle \mathsf{alive}, \top \rangle$; $\langle \mathsf{on(a,b)}, \bot \rangle$; $\langle \mathsf{color(house)}, \mathsf{red} \rangle$. Although the complete state of the world can be expressed by enumerating these pairs, in general we only want to describe a portion of this state. We use the notation $\mathsf{HOLDS(t,state)}$ to mean that state has the value $\top$ in the world state with index t. We introduce some syntactic sugar: we define $\neg\mathsf{HOLDS(t,state)} \triangleq \mathsf{HOLDS(t,not(state))} \triangleq$ state has the value $\bot$ in the world state with index t; also

$$\begin{aligned}\mathsf{HOLDS}(\mathsf{t}, \mathsf{state}_1 \ \& \ \mathsf{state}_2) &\triangleq \mathsf{HOLDS}(\mathsf{t}, \{\mathsf{state}_1, \mathsf{state}_2\}) \\ &\triangleq [\mathsf{HOLDS}(\mathsf{t}, \mathsf{state}_1) \wedge \mathsf{HOLDS}(\mathsf{t}, \mathsf{state}_2)] \\ &\triangleq \{\mathsf{HOLDS}(\mathsf{t}, \mathsf{state}_1), \mathsf{HOLDS}(\mathsf{t}, \mathsf{state}_2)\}.^2\end{aligned}$$

Utiliza estructuras lógicas de conjuntos. El "predicado" [Holds] en el conjunto mayor que incluye los subconjuntos - una La distribución de Hilbert.

By a slight abuse of notation, we use "predicate" notation to express states with non-boolean value: $\mathsf{HOLDS(t,color(house,red))}$ means $\mathsf{color(house)}$ has the value red in the world state with index t, and $\mathsf{HOLDS(t,not(color(house,red)))}$ if

[2] Throughout this paper, we treat sets and conjunctions interchangeably.

150

« Cybernetica » Namur 1994 - agosto - (Vol XXXVII Nº 1)
Revista de la Sociedad Internacional
de Cibernética - Namur - Bélgica.

A.P. Zeleznikar: Verbal and formal Deduction of informational axioms p. 5.

61111 (Lubljana - Slovenia)
Volaricceva - Ulica 8.

Pretende encontrar la posibilidad de axiomatización en el terreno de la "información"
Una entidad informa $\alpha \models$ 1er postulado : (a) entonces (a informa)
Extensiones del 1er axioma (informa como externalismo, inform-idad, internalismo)
circularidad y metafisicalismo, y apertura informacional y fenomenalismo

La axiomatización informacional es parte de la lógica informacional.

Estudia una "fenomenología informacional" (p. 6)
cita una frase de Heidegger de la que arranca.

($\models$ = operador) $\alpha \models$
($\models$ = es informado por) $\models \alpha$

Explicaciones
La entidad a implica que ella informa
La " " " que algo ($\models$) puede ser informado desde ella
" " " " en todo tiempo y lugar (+ a $\alpha \to \alpha \models$)

Esta formula es circular = una entidad informante a
transmite (operador $\models$) al operando derecho α) su fenomenalidad
en (hacia) un universo informacional (o "espacio-temporal")

« Computational - Linguistics » MIT Press - Quarterly Nov. 1994 Vol 20 Nº 2

« Cognition » ($ 659,00 al año) Jacques Meyer Paris — Elsevier Science Inc,
Attn Judy Weislogel
P.O Box 945. Madison Square
Station NY
10160-0757

Susan M. Gass, Larry Selinker = "Second Language Adquisition": 4
Michigan State Univers. - Hillsdale NJ. 1994.
(Esto para la gente del Inst. de Lingüística)

155

Rev: « Inteligencia artificial »
nov. 1994

the value of color(house) is not red in the world state with index t.[3] We say that TIME(HOLDS(t, state)) = t; similarly, STATE(HOLDS(t, state)) = state.

The state of the world is changed by *actions*. For example, if a load action occurs in a world state—with index t—in which a gun is not loaded ($\neg$HOLDS(t, loaded)), then t + 1 is a world state in which the gun *is* loaded (HOLDS(t + 1, loaded)). Although we index world states by integers, we do not insist that there be a fixed time interval between world states. For example, the time elapsed between t_0 and t_1 may not equal the time elapsed between t_1 and t_2. We use the notation OCCURS(t,act) to mean that action act occurs in the world state with index t; the resulting world state is t + 1. While actions provide transitions over world states, we do not insist that a single action occur in every world state. That is, we allow both concurrent actions—two or more actions simultaneously providing a transition between world states t and t + 1—or no action at all. When two or more actions occur concurrently, they are constrained to take the same amount of time. The result of no action in a world state is presumably a world state very much like the previous one, although time has changed, the earth has rotated, etc. We also allow statements of the form $\neg$OCCURS(t, act) that explicitly exclude any occurrence of act in the world state with index t. We define TIME(OCCURS(t, act)) = t and ACT(OCCURS(t, act)) = act.

To connect world states and actions, we introduce the notation

$$\text{CAUSES}(\text{preconditions}, \text{excluded\_actions}, \text{actions}, \text{effect}). \tag{1}$$

Intuitively, this means that if preconditions hold when actions (but not excluded_actions) occur, then effect will hold (or occur) in the resulting world state. We allow preconditions to be a set (i.e., a conjunction), so that we can have multiple preconditions. Excluded_actions and actions are always sets, though excluded_actions will generally be empty and actions generally singleton. (See below.) Multiple consequences can be represented using several CAUSES statements. Effect may be either a state or an action. For example, the definition of blocks world's move might read

$$\text{CAUSES}(\{\text{clear}(a), \text{clear}(b)\}, \{\}, \{\text{move}(a, b)\}, \text{on}(a, b)). \tag{2}$$

The excluded_actions are relevant only in cases of interfering concurrent actions. For example, consider (a slight modification of) Lifschitz et al.'s [6] example of lifting a table that is holding a bowl of soup. Lifting only one side of the table will cause the table to tilt and the soup to be spilt. If both sides of

[3] The careful reader will note that color(house,scarlet) will yield not(color(house,red)), even if red $\triangleq$ scarlet. We can fix this by allowing multivalued, or set-valued, states; or by rigid designators; or by treating color(house,red) as a boolean-valued state (where color(house, red) $\triangleq$ color(house, scarlet)). In any case, these details are not important for the discussion at hand.

156

« Common Knowledge » Fall 1992, Nº 2, Vol 3, Ed. Jeffrey M. Perl

, Oxford Univers Press.

2001 Evans Road

Cary - North Carolina 27513

Editorial Board: aparecen Clifford Geertz, Gianni Vattimo, Jean Stein, Julia Kristeva, Eugen Genovese, Mikhail Epstein - Rich. Rorty, Susan Sontag - Stephen Toulmin -

Declarada = ("The best journal in humanities and Soc. Sciences" in 1993 por la AAP, (American Ass. Press)

Artículos: "Self-subversión" de Alberto O. Hirschman

"Potentially every Culture is All Cultures": Paul Feyerabend

(Cita el libro: Renato Rosaldo: Culture and Truth.)

Bruno Latour: (p. 29) On technical Mediation; Philosophy Sociology Genealogy (Cita Heidegger)

desvela la "mediación" del signo (con esquemas –)

to-Term?

Barry Barnes (p. 65): "Cultural Changes": The Thought-Styles of Mannheim – Kuhn

Luc Ferry (p. 162)

"A future for Philosophy" = fotocopiada.

157

AAAI

El uso del esquema de interruptores es también frecuente:

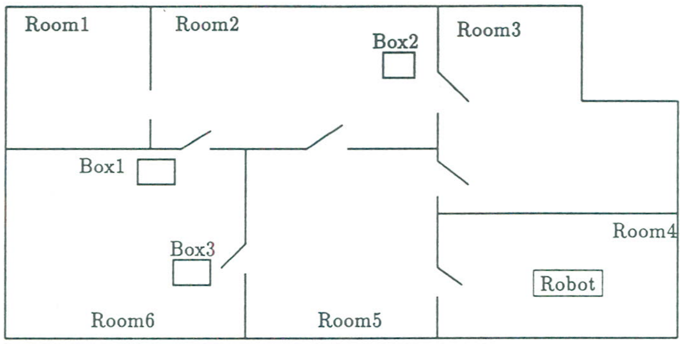


Fig. 8. Robot-box planning domain.

Table 6
Operators for the robot-box domain

	Preconditions	*Adds*	*Deletes*

`pull-thru-door(b,d,r1,r2)`	`IsDoor(d)`
	`IsBox(b)`
	`IsRoom(r1)`
	`IsRoom(r2)`
	`Connects(d,r1,r2)`
	`Attached(b)`
	`BoxInroom(b,r1)`
	`Open(d)`
		`BoxInroom(b,r2)`	`BoxInroom(b,r1)`

`attach-box(b)`	`IsBox(b)` `¬Attached(b)`	`Attached(b)`	`¬Attached(b)`
`load-box(b)`	`IsBox(b)` `¬Loaded(b)`	`Loaded(b)`	`¬Loaded(b)`

`open(d)`	`IsDoor(d)`
	`Openable(d)`
	`¬Open(d)`
		`Open(d)`	`¬Open(d)`

a partially ordered graph of the literals. Each node in the graph denotes a set of literals that are to be assigned the same criticality value in the final hierarchy. If a node n_j precedes n_i in the graph, i.e., if there is a path from n_j to n_i in the graph, then we cannot place n_i above n_j in the final hierarchy; the criticality value of n_j must be greater than or equal to the criticality value of n_i. The algorithm ensures that every total order supported by the graph will yield a hierarchy that has the ordered monotonicity property, whereby every refinement of an abstract plan leaves all the higher-level literals unchanged.

The core of the ALPINE algorithm is the following restriction:

159

Algoritmos =

Es la estructura de los programas del "PROLOG"

con ciertos elementos del BASIC

```
SOLVE-NAIVE(P)
impose an ordering on the variables: X_1, X_2, ..., X_n
initialize iterators I_{1...n} for scanning the domain of each variable
i ← 1
while true do
    v ← NEXT(I_i)
    if v = nil then
        if i = 1 then
            return nil
        else i ← i − 1
    else if v instantiates X_i then
        if i = n then
            return current variable assignments
        else i ← i + 1
            RESET(I_i)
```

Fig. 1. The naive backtrack algorithm for solving constraint satisfaction problems.

naive backtrack and other CSP algorithms is provided in [5]. For succinctness, a variable at position i along an imposed ordering will be referred to simply as variable i. We also call the first variable in an ordering the *root* variable, and the others *non-root* variables.

1.2.2. Arc-consistency-based algorithms

Arc consistency [11, 12] is a preprocessing scheme which accepts a CSP and removes all unsupported values from its domains. Using the terminology from [11], an *unsupported* value is one whose assignment alone prevents the satisfaction of some binary constraint involving the assigned variable. We say a value *supports* another value with respect to a particular constraint if their assignments satisfy the constraint. A *width*-1 variable ordering is one where every node in the problem's ordered constraint graph connects to at most one node preceding it in the ordering. For any tree-structured problem, a width-1 ordering exists and can be found in time O(n) by performing a depth-first traversal of the constraint graph.

Width-1 orderings are of interest because determining whether a value instantiates a variable along a width-1 ordering requires testing at most one constraint. After achieving arc consistency, we are guaranteed that given any variable assignment, any constraint involving the assigned variable can be satisfied by some other assignment. Invoking naive backtrack along a width-1 ordering after arc consistency preprocessing therefore achieves a solution backtrack-free, or in time O(nk). By using an arc consistency algorithm that is O(nk^2)-bounded (such as the one from either [1] or [12]), this approach to solving tree-structured problems is optimal in the worst case.

A formal proof that $O(nk^2)$ is optimal for tree-structured problems is provided in [6]. The proof idea is simply that each constraint in the problem must be examined at least once, and each such examination may require checking order k^2 assignments.

Directional arc consistency [6] is a more limited form of preprocessing that accepts a CSP and a fixed variable ordering, and removes from the variable domains any value whose assignment alone prevents the satisfaction of some binary constraint defined on the assigned variable and any other variable following it in the ordering. Directional arc consistency therefore removes only a subset of the domain values removed by arc consistency, enabling both simpler and faster implementations. After directional arc consistency preprocessing given a width-1 ordering, naive backtrack along that ordering achieves a solution backtrack-free. Because directional arc consistency can be performed in $O(nk^2)$ time [6], this scheme is also optimal. Due to its lower constant, this approach is preferable to full arc consistency preprocessing, and has been the algorithm of choice for use in backtrack enhancement schemes which exploit the easiness of tree-structured problems [3, 6].

An algorithm for solving tree-structured problems that performs directional arc consistency preprocessing (DAC) is provided in Fig. 2. This algorithm is essentially a translation of the tree algorithm from [3], although it is slightly simplified due to our additional assumptions: without loss of generality, we from this point on assume a tree-structured problem has a connected constraint graph. This allows us to assume that every variable except the root has exactly one parent, where the *parent* of a variable is a variable both preceding it in the ordering and connecting to it in the constraint graph. A width-1 ordering can be

```
SOLVE-DAC(P)
impose a width-1 variable order: d = X_1, X_2, ..., X_n
for i = n downto 2 do
   p ← position of X_i's parent
   REVISE(X_i, X_p)
   if X_p's domain is empty then
      return nil
return SOLVE-NAIVE(P, d)

REVISE(X_c, X_p)
for each value v in X_p's domain do
   if there is no value in X_c's domain supporting v then
      delete v from X_p's domain
```

Fig. 2. A directional arc-consistency-based algorithm for solving tree-structured problems.

163

El árbol sigue siendo una estructura esencial

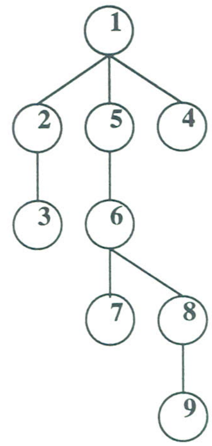


Fig. 4. A TT1 ordering of an acyclic constraint graph.

2.1.1. Correctness

We define the *run* of a particular iterator to be the set of values returned by th iterator since its most recent reset, excluding those values deleted from t problem and any value currently assigned to its variable. Note that all values the run of a variable's iterator become members of the run while the same value assigned to the variable's parent. This is because after reassignment of the pare variable, before the iterator is advanced again, it gets reset by line 15. We refer the value assigned to the parent during the course of a variable's iterator run the *parent value*.

Lemma 2.1. *At any point during TT1 execution, the values in the run of a iterator over a non-root variable domain do not support the parent value.*

Proof. Given the width-1 ordering, if any value v supporting the parent value encountered by the iterator of a non-root variable, the variable is instantiat with v and control progresses to the remaining variables. For the current run this iterator to be extended, a backtrack must take place to the iterator's variab which causes v to be deleted from the problem. It is therefore impossible for value supporting the parent value to become a member of an iterator's run.

Theorem 2.2. *TT1 returns a non-nil solution if a non-nil solution exists, an returns nil otherwise.*

Proof. Besides the specific variable ordering policy required by TT1, the or difference between it and naive backtrack is the backtrack scheme which invoked when an iterator exhausts the domain values of a non-root variable (li 9). At this point, the run of the current variable's iterator contains every val

(165)

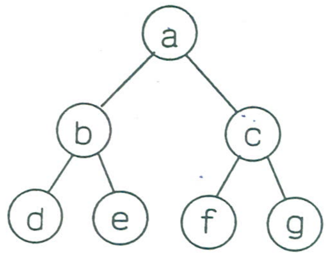


Fig. 1. A uniform binary tree of depth 3.

If the search space is a tree, then step 2 is effectively a depth-first traversal of the tree with cut-off equal to d.

In the agent searching framework, the iterative deepening approach is similar except that it is assumed that a new iteration may not necessarily start at the source node. At the end of an iteration the agent is positioned at a distance d from the source (where d is the depth bound for that iteration). It is assumed that the next iteration starts there itself, so that it does not have to return to the source node after each iteration.

Example 2.1. Consider the tree shown in Fig. 1. Each arc has unit cost. Depth-first search will visit the nodes in the following succession:

$$abdbebacfcg.$$

An iterative deepening strategy where the depth bound in the ith iteration is i will visit the nodes in the following succession:

$$abacfcgcabdbe.$$

It is easy to see that in this example, the worst-case ratio of the distance traversed by the agent to the shortest distance to goal is 7 for depth-first search (this happens when the goal is at c) and 6 for iterative deepening (when the goal is at e). This suggests that iterative deepening is a safe policy when the goal is at an unknown depth.

2.1. *Searching for a point on a line*

Suppose that the goal lies on a line and the agent is initially positioned at a point on the line. If the goal is at a distance n from the agent, and the agent knows the direction in which the goal lies, then it can arrive at the goal in n steps. If it does not know the direction of the goal, but knows that the goal is at a distance n, then it requires at most $3n$ steps to reach the goal (that is, n steps to the left and an additional $2n$ steps to the right when the goal is to the right).

The above situations are trivial ones. The interesting problem is to determine the best search strategy for the agent when the goal is at an unknown distance and unknown

Zelotes = (gr = celoso, celotefá.) miembro de un movimiento de observancia estricta de la ley - religioso - político entre judíos

165

No se habla de él en NT.

Este movimiento comenzó en los años 6 de Xto con "Judas el galileo" (Heb. 5, 37)

Dirige una sublevación en contra de los Romanos

Se considera continuador de los Macabeos - (en el año 141 a. C. la Judea recobra su autonomía)

Al ser aplastada la sublevación los Z. quedaron como el ala izquierda - radical de los Fariseos (= + ortodoxos) - dispuestos a usar las armas, con del de no - pagar el Tributo ! se cita moneda hebrea tenía inscripción en César griegas - era por Babilonia acuñada por Judas Macabeo 139 a. C.

A Judas (se le denomina el apóstol S.) → en Lucas = Zelote - → en Mateo "el cananita" (vos aramea hebrea) que es igual a Z.

quizás fue miembro, antes de unirse a Jesús.

Los Zelotes en 66-73 en la gran rebelión - tomaron parte activa en contra de los Romanos que en el 68 hicieron una fortaleza en Qumrán. y cayeron en Masada"! (eran Sicarios = guerrilleros).

Cuando Jesús dice { Dar al César lo que es del César y a Dios lo que es de Dios. | = esta 1ª parte iba contra los Zelotes pero = significa también que la moneda romana era lo que se usaba - corrientemente - en Jerusalem - dominada por los Romanos desde final de los Macabeos 150 a. C. = 200 años atrás -

Los Romanos entraron en Palestina

El alenismo en Palest. se desarr. 187 - 175) II Macab (Onías) el S. Sacerd. Giasone fratello de Onías) se dedicó a la transformas giasone + 170 en exilio

a) Apoyando a Giovanni 190 ? Eran en Egipto 170.

160 muerte de Nicanor de

Se ellenizza www Judea y Jerusalem (164 + Antíoco)

b) Siria

6x

EL SER, EL ORDEN Y LA VERDAD.

1

"Alain-Badiou."

Obras:

1964. Trajectoire Inverse. I Almagestes. Seuil.
1967. II.Portulans. Seuil.
1969. Le concept de modèle.Paris Maspero.
1976. Le mouvement ouvrier revolutionnaire,contre le sindicalisme.Ed. Potemkine. Paris.
1976. De l'ideologie.Maspero .Paris.
1978. Le noyau rational de la dialecticque hégélienne.Paris. Maspero.
1978. La contestation dans le PCF. Potemkine. Paris.
1979. L'Esharp rouge, romans-opéra.Paris. Maspero.
1980. Jean Paul Sartre.Potemkine .Paris.
1982. Teoria del sujeto.
1985. Se puede pensar la política?
1986. Est'il exacte que tout pensée omet un coup de des? Perroquet.Paris.
1988. L'être et le'evenement. -"Sein und Ereignis".
1989. Manifeste pour la philosophie.
1989. Samuel Beckett:l'ecriture du generique et l'amour.Perroquet. Paris.
1990. Rapsodie pour le théatre.Imprimerie National. Paris.
1990. El número y los números.Seuil. Paris.

===

TERMINOLOGIA PREVIA PARA ENTENDER A BADIOU.

1. En nuestro "propósito-filosófico" deberíamos asumir una Ontologia, lo mas completa posible, de los Ordenales.

2.La noción del "buen-orden" es intuitiva y preparatoria para llegar al número (Cantor).

3.Esta deriva de la 'serie':entre dos numeros siempre hay uno mas pequeño.Este conocimiento "serial"conduce al de"conjunto-bien-ordenado".

4.Un "conjunto-bien-ordenado" es tal que entre:e y e';(son comparables: e < e',e'< e, e= e') No existen elementos "no-comparables".

5.Dada una parte(no vacia = $\sim\Lambda$)de un conjunto—bien-ordenado,siempre podrà encontrarse una màs pequeña. Si(P) es la parte, y (p) es elemento de (P), habrà p'< p .Este elemento p' se llamara "minimal" = y es el ùnico.

6. El genio de Cantor conistió en considerar el "orden" más allà del infinito.

1,3,4,...n, n+1,....ω.= los nùmeros enteros serían el primero conjunto-bien-ordenado.

Pero se puede continuar mas allà de ω ?

ω+1,ω+2,ω+3,ω+4,...ω+n,ω+n+1,...ω+ω ?

Y todavia se puede continuar...No existe ningùn punto lìmite....= sino que hay una especie de Serie-Total, de la cual cada (nùmero) tèrmino,es la medida-posible de toda serie existente.Este, numera todas las series de la misma longitud.

7.Si yo llamo "ordenal", a la medida de longitud, de un conjunto bien—ordenado,desde su elemento "minimal", hasta el final...la serie-total me darà una escala de medidas de longitud..."

1) Los ordenales (mathemas) en cuanto SER = ontología

2) Noción intuitiva = experimental de "buen-orden" = ... de la SERIE.

3) SERIE = [uno más pequeño que otro] = (Orden) "bien ordenada" -> "Conjunto" - bien ordenado

4) El conjunto - bien ordenado = establece comparación: (>) (<) (=) (≠)

5) Se encuentra un elemento "minimal" = único = el origen, primero = cero / uno

6) El elemento final "finito"? ¿infinito? más allá del infinito = ω?

7) Una serie total en la que parte del "elemento mínimal" y de una "escala" de longitud - un ordinal "numera" un tipo de "buen-orden" -

8) La relación entre clases es "isomorfa" - cuando es la misma!
El Ordinal es la cifra (N) de un Orden.

10. El "cero" como el infinito no se deducen lógicamente = son decisiones axiomáticas: 0, o bien ω. ∞.

"EL SER Y LA SOMBRA"? Laimagen y su sombra.

$\boxed{10.1}$ = La situación deriva de la "Diferencia" (= Déchet = D); no de la "Presencia"!! cero-existe!
Donde está el límite? El Vacío incualificable es = ∧
Afirmación del SER-VACÍO!
La "Forma" se "ve" por la sombra!

= Las "situaciones" son infinitas!
= Determinadas por el SER. (está hablando de un ser real o conceptual?)
= El infinito = es "multiplicidad" "pura" (Heideggeriano? La "multiplicidad" fundamenta lo "múltiple?"...) = concepto o real?
= "El cero es el nombre propio numérico - del ser" = (límite?) sombra?

= Un ordenal numera un tipo de "buen-orden"!

8.Las clases isomorfas son las que poseen la misma relación. E rel.con E',es tal que si: $e_1 < e$ en E; y $f(e_1) < 'f(e_{11})$ en E', [f=relación - biunívoca (= función - constante),] habrá tantos elementos en E como en E'.
Si el morfismo (f) es igual, E y E' son "iso"-(morfos).
Entonces un "Ordinal" es = el número , o la cifra, de un "buen-orden".

9.Esta concepción conduce a determinar "un" - horizonte--de--"ser", de todos los "números."
Hay cierta dificultad en determinar:

1.El punto de partida de la serie.Si este es cero,será un orden de "ceros" ? (Frege).Cómo, el cero, está en la serie?.

2.En virtud de què ,se rebasa lo" finito"y se llega (con ω.) a un numero "infinito" en la serie "finita?"(Dedekind).

3. En la serie universal de ordinales; qué mide la escala?ni finita ni infinita?* existe, en esta serie, el conjunto? (Dedekind, Russell).Una totalidad inconsistente; no se puede tomar como "objetos-posibles"?...a ser números?

La paradoja de Burali-Forti lo demuestra como totalmente insoluble = los ordinales no forman un conjunto.No se pueden reunir en un conjunto que se pueda contar por "uno" - (se debilita la unidad).
El conjunto de todos los ordinales deberia ser un ordinal (no un numero infinito).....

10.Pero aquì està el punto:"no tiene - extensión".- Ser ordinal es una propiedad sin-extensión.(p.74).
El conjunto vacío crea otro problema:(que el 0 = Λ, y = ω ,no se deducen de proposiciones puramente lógicas).R/:Son decisiones axiomáticas = es la malla inicial de la construccion (Gödel).

Estas decisiones son tomadas bajo la "injunción—historial" del SER.Abandonada la vissión griega, ha sido necesario,para pensar cualquier cosa, suponer:

1.El modo en que la situación (siendo, ente) queda atada a su ser.No es la Presencia sino la "resta"(=diferencia?) la pura sustración,el vacío incualificable (Λ).
De este modo el ser que le numera, dice : "cero-existe".(Cantor: existe un conjunto que tiene cero-elementos) = afirmación de SER del Vacío, o cero.

2.Las "situaciones" [siendo, existentes, entes] son infinitas. El infinito es una determinación corriente del SER (no tiene ningún misterio).Se presenta como " multiplicidad-pura," bajo la ley del "contar por uno"....
Asi se dice:"ω existe" = el "cero" es el nombre propio "numérico"- del SER. (p.76).

11.La filosofia ha rechazado estos conceptos (por la nostalgia de la Presencia) [la tradición griega].Ciertos procesos de verdad no estan todavia a la altura de tales - axiomas.En "todo" = el TODO?

El cero y el Vacío = Λ; como el "infinito": ω = construyen | el "pensamiento" —

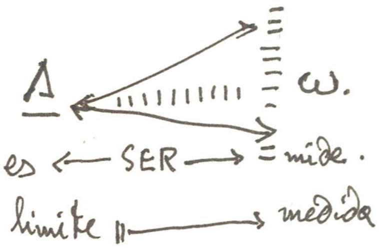
— no son dos términos "bipolares", talvez un eje - ideal?

? $\Lambda = 0$ ——eje linear——→ ω ?

posibilidad de no-ser? ↓ "existe"

posibilidad de SER? ↓ da la medida!

"Vacío e infinito": ←—0—→ $\dfrac{\Lambda \,.\, 0}{\omega}$ → | son lo que el Ser prescribe al "pensamiento"...



"Ontologizar" el "Ordinal" = establecer la "justa distancia" de la imagen sensible! de el pensamiento. = pensar la "numeración"!

IDEAS-FUNDAMENTALES

a) El militante precede al filósofo! = política viene antes (1968!)

b) No se eliminan los "axiomas básicos" (= Vida, nominación!

El paralelo: { poesía / matemática } la "nominación" sitúa el evento!

particular: la política, el arte, el amor; se han quedado griegos! Y hacen valer los derechos "absolutos" del UNO.
O bien, en política sostienen que "la situación es "infinita" para hacer valer la autoridad decaída de sus necesidades."

En el caso del número los dos axiomas, [del Vacio = Λ y del infinito = ω], "construyen" todo el pensamiento.

a) el puro Vacío = respalda la afirmación de que existen números.

b) el "Infinito" es lo que da la "medida" (limitada) de toda situación. Vacío e infinito (axiomas) son lo que el Ser prescribe al pensamiento, para que este exista, en la epoca "ontologica", de una tal existencia.

En Cantor, la teoria de los "ordinales" más tiende a generalizar la intuición del número, que a permitir" pensar "el Ser del Número. Hace uso de...y se apoya en.."lo que pretende alcanzar". Para establecer el ser del número como "Forma-Multiple-Pura " (des-escolarizada) este debe ser "distanciado" de las manipulaciones de "series-operatorias". Hay que establecer la justa distancia de la imagen-sensible [1,2,..que sigue y que precede ...3] del pensamiento. Es lo que yo llamo "ontologizar" (p.77).
Por ello es necesario mirar a la "ordinalidad" de una manera intrínseca. = una determinación inmanente. "Pensar" la numeración (no numerar), como la numeralidad!

==

DISCUSION.

Con ocasión de la publicación del libro: "L'etre et l'evenement", en 1988, la Revista del College International de Philosophie (= judia), {Le Cahier.8.'89} imprime un debate. Algunas intervenciones son de: Philippe Lacoue-Laborte (p.201), Jacques Rancière (p,211) Jean Francois Lyotard (p.227) y una serie de respuestas de Badiou: (19 respuestas a muchas más objecciones).

Algunas afirmaciones de Badiou:
– "Yo pongo el Ser en el momento actual de mi esfuerzo para "compossibilitar-el-Tiempo". Rancière había dicho: "para que comience la política es preciso marcar el fin de la edad de los poetas." –
Responde: hay tres constantes.

1. La política empezó (1968-1973) antes que nosotros anunciásemos que la filosofia tiene commo imperativo" : el fin de su fin".
– "El "militante" viene - en el pensamiento pensante (en el orden del pensamiento posible) antes que el filósofo."--

2. "Fin de la edad de los poetas"...no es el fin de la "condición poética" de la filosofia. Esta con-dición después de Heidegger debe ser liberada. Toda nominación (eveniencial) de acontecimientos, en la secuencia declaratoria, implica una incidencia poética en la lengua (allí donde: nominación se opone a significación).

3. El discurso "lacaniano" sobre el amor a la matemática, como un extremo...

{ política / intelección no son autónomas!

c) El acto de nombrar da vida al acontecimiento.

d) El acontecer no precede al SER – El ser precede: los "múltiples-naturales, vienen a acontecer... El acontecimiento es "eveniencia del ser" – (no es para Nada).

e) El ser "acontece como Verdad"! en una "situación"!
El ser de las verdades no es "verdad de la verdad.

una "extremidad" (= limite), puede ser un tropiezo para la matemática. Pero no puede haber "cruce" entre procesos genéricos. C i e r t a s c a t e g o r i a s (c o m o :" acontecer, intervención, eveniencia, fidelidad)"circulan" — todavia demasiado en la supuesta autonomía de la inteleccion y política; y el caracter condicionado de la filosofia. —

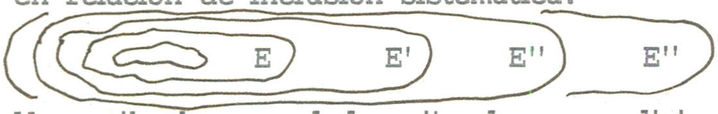
Para Badiou el Dios cristiano, antes de ser "Dos", posee la remarcable caracteristica de "no-existir". (Rancière le habia dicho que su Dios cristiano es en "Dos-Personas", durablemente separadas. Interpreta a Pascal (secularizado):

--El "ultra-Uno"—"eveniencial"(= de su acontecer) no es trascendente. La "fidelidad" no es "eclesial". La "nominación" no es una Gracia..etc.(No es nada Pascaliano)....

4.---Rancière me atribuye la tesis según la cual el acontecer (evenement) precede al ser; pero no es así. Para mi el ser precede el acontecer, no hay creación (el caso de los multiples naturales), o tambien "que no hay acontecimiento para-nada": La EVENIENCIA.
El Acontecimiento es una condición para que acontezca, en "situación", una verdad! Pero el Ser en cuanto Ser se-da-a-ser sin fundamentar "ninguna verdad". Esta distinción, entre ser y verdad, es la que mis críticos más tardan a entender. Por que esta parece suponer un pensamiento — complejo del "ser — de — las-verdades", distinto de la "verdad como verdad".

La doctrina de la verdad que yo propongo es un "immanentismo radical". No existe un proceso genérico mas que en situación; toda verdad es un "subconjunto-genérico" que realiza una verdad en la situación. (...un subconjunto condicionado por subconjuntos...)

5. Nota: que Badiou tiene siempre delante de su mente el número (la matemática de los ordinales): un conjunto de conjuntos en relación de inclusión sistemática:



= "inclusión sistemática

Y concibe las verdades, situadas y condicionadas, por un conjunto (o Dominio de individuos ?). Esto aplicado al ser y a la Verdad, exige reservas y explicaciones.
Con relación a Kant= el enfrentamiento :

a) del Sujeto trascendental (= X)
b) y del sujeto trascendental vacío {Δ}

La "esencia" del vínculo captado en las esctructuras de la "apercepción-originaria" (allá donde se hace el conteo por unidad) era finalmente la correlación de Dos-Vacíos y la "total-disseminación."

6. Tiempo.-"Para mi el ser en cuanto ser es eterno (Arabes?)."
— No existe ningún co-origen del ser y del tiempo (no-SUZ.)-Las matemáticas-puras inscriben esta "eternidad" de una manera histórica — (= historicamente-legible). Nada en matemática tiene relación con el tiempo; sino eso: de que hay una historia de

"¿Qué es lo que la matemática piensa? = R/: lo múltiple de lo múltiple

El "fondo de ser" → que la matemática piensa: no tiene tiempo!!

Establece un "paralelismo" entre = Ser y Verdad.

"Ser" = "eterno" = matemático →
~~hay una "fisura" entre las dos.~~
"Verdad" = "temporal" = es de situación-temporal

Las Verdades matemáticas, son "verdades" del ser en cuanto ser → temporalizan la eternidad!

ella es la única verdad auténtica!
aún esta es "de situación" -

El "nombrar" hace que el "evento" entre en "situación"!

"Poemas" = La poesía, lo romántico: es temporal = tiene historia!

Mathemas = Lo matemático - es intemporal, no tiene historia. = "no se historiciza"
= sólo hay una historia de las Verdades matemáticas

La SUTURA entre poemas y mathemas = es una "FORMA" = la forma "axial" - longitudinal
Ej: la línea - eje - longitudinal → fundamenta el Número = (mathema?)
→ enlaza la poesía = devenir lineal? verso? (= poema?)

verdades matemáticas.
"Lo multiple de lo multiple" = esta contextura "diseminada" al infinito...del solo vacío; que es el fondo-de-ser, que la matemática, piensa, no tiene ningún tiempo. (= solo es ser).
La eternidad no es una vaga promesa trascendente. Está inscrita historicizada en el texto-matemático! La matemática es la historia de la eternidad.

7. Las verdades solo "temporalizan", Si son verdades "de ser-en-cuanto-ser (= matemáticas); ellas temporalizan la eternidad!
El ser es eterno ⟷ la verdad es temporal. Una" : fisura" (=falla) pasa entre el "ser" y 'a "verdad".

Para B. la verdad auténtica es unicamente la verdad matemática, y aún esta es una verdad de situación = un subconjunto-dependiente (temporalizado), alejada del ser en cuanto tal. Las demás verdades son menos consistentes todavia, = más atadas al tiempo!----

a) Como dice Lyotard: la intención debe ser llamada "nombrante" màs que "interpretante". { Lo de "Nombrar", es decir dar-un-nombre, es considerado un acto metafísico}. En ese asunto no hay interpretación, hay un "nombre", por el cual se-decide. No es que el "evento" exista; sino que "el evento" pertenece a la "situación."

b) Sea cual fuere la "nombración" (el acto-de-nombrar) es aquello por el cual el "evento" entra en situación. Es exacto! Pero no es siempre el "evento-en-persona". Es de la esencia del evento que este sea "eclipsado" (=desaparecido, en pasivo =hecho desaparecer). Lo que habrá en situación es el "NOMBRE."

c) Badiou queda simpre vinculado con su análisis del ser-matemático en cuanto "forma de ser". Por eso dice:
---"No hay guerra de "Mathémas" contra "Poémas"! Hay la necesaria interrupción del historicismo-romántico, del cual en filosofia, la "sutura" con el poema es la "forma-axial-(eje)-longitudinal". La cuestión es: como salir del romanticismo, sin consentir con la "sofística-nihilista", cuyo único presente es : el mercado-mundial, la economia, el automatismo consensual del capital ?
Como, no quedar atascados en la alternativa:

→ { Vida (mitemas), individualista.
Bolsa (la del capital) (materializado)?

Lacoue-Labarth duda que el apoyo al "mathema" no sea más que una reacción clasica!--"Si la matemática es la que Usted (Badiou) dice, no es una ciencia!- B. responde: "Si, por que es un pensamiento, el del Vacío del Ser; exactamente, (Como ningún verdadero poema es un mitema; = va mas allà).

EL NUMERO Y LOS NUMEROS.

(Ed. Seuil. Paris 1990)

Toma el Número como realidad universal que da "forma" al SER, (y lo mide todo: estadísticas, construcciones, economia, física, etc.) sin la Verdad.

« EL NUMERO Y LOS NÚMEROS. »

" inclusión" = $(E' \subset E)$ = se funda sobre la "pertenencia" —

↑

" pertenencia" (membrecía?) = es el concepto básico : $(e \in E)$

contar - uno tras otro .... del primero .... al último .....

todo nuestro modo de investigar el número se desarrolla en el eje = "orden linear" —

..."sucesión"... "límite" → orden....

"operación" ......

1. La sucesión ... es la que genera la multiplicidad pura : orden de conteo ..
2. El límite = es lo que da Forma al Número.
3. Las operaciones = multiplican las "relaciones-numéricas" por la introducción de sistemas analógicos : sumar, restar, multiplicar, potenciar ....

El Número no-es un "Objeto"! sólo se "presenta" en "forma-linear" es la "multiplicidad.. pura"!

es un corte "formal", en la multiplicidad!

INDICE

==

En: la Parte-2a.analiza el número,en-el conjunto! = su concepto engañoso: E' E * e

El concepto de transitividad.Un conjunto "transitivo"incluye
{ pertenencia de un elemento $\{e \in E\}$ y la
{ inclusión de una parte. ($E' \subset E$)
Distinguir los dos aspectos!La "inclusión"se establece sobre la base de la "pertenencia".
Conclusión:El Número es una "Forma" del Ser. Igual podria decirse: el nombre es una forma del ser.
El número { no es un elemento conceptual,
ni una función operativa,
ni un dato empírico,
ni una sintáxis,
ni una categoría trascendental,o un juego del lenguaje,
o una abstracción.—
Los números que nosotros manipulamos no son más que una ínfima-porción de la prodigalidad infinita del Ser, en Número.
Nota:lo mismo podría decirse de los elementos estéticos (como-sistema)o de los signos (un sistema-musical)o como un "sistema-religioso".Cada sistema abre una infinita posibilidad de SERES.(que no son precisamente números!).

El orden-"linear" de nuestros números,como su álgebra,es nuestro modo de investigar su ser.Las categorías que utilizamos son:
{ 1. sucesión.
2. límite.
3. operación.
Las tres exhiben el número en un abanico de vínculos.!
Estas son consecuencias, de lo que es "legible"_del número, como "multiplicidad-pura".
Esas "depositan" el número en una "presentación"-"amarrada", que nos hace ver que los manipulamos como "objetos".Pero el Número no es un "objeto".
En la "eternidad" desvinculada de su ser;el número se abre al pensamiento como un "corte-formal",en lo MULTIPLE!

Nota:Me parece que todo lo que dice, constituye un buen análisis;pero no de un "ser-eterno",sino solo como de un "ser-mental" = un sistema mental que tiene que ver con el "sistema-real-de-seres",a la par de otros sistemas-mentales: como lo social,lo estético, lo [illegible]tético,lo psíquico,fundados en la

- experiencia.
Como para Heidegger, el "mundo" se funda en la "mundanidad",
el número se funda en la "numericidad" o ordinalidad,---
lo bello se funda en la belleza-"esteticidad,"----
lo armónico, en la "armoniosidad."----

— La matemática (p.262)" establece la ontologia como situación histórica del ser."
El "exceso" del número en su extensión {lo inmumerable del número} revela el exceso-del-Ser sobre el Saber.(Este es nuestro acceso al Número como tal).La Matemática nos permite diseñar este "exceso",permite "accederle" y con ello demuestra la vocación ontológica de esta disciplina.
El Número se da como recurso del ser en los límites de una situación,la situación ontológica o matemática.

Es necesario abandonar el camino seguido por Frege o Peano, y menos el de B. Russell y Wittgenstein.Es preciso radicalizar, desbordar,pensar, hasta el punto de disolución,la tarea de Dedekind y Cantor.No se da ninguna "deducción" del número;solo se trata de ser fiel a lo que,desde su exceso-inconsistente,se traza como "consistencia-histórica", en el movimiento interminable de los "recursos matemáticos".
La instancia moderna de este movimiento atestigua el vacío y el infinito como "materiales" del pensamiento del número.La "mundanización" contemporánea del número es exterior a todo pensamiento (el que persigue el número)----> El reino del número es "intransitivo" ante el pensamiento matemático del Número.Impone la falacia de un "nexo" entre la "numericidad" y el "valor",o "verdad."

PARTE TERCERA. Cap.12o. (p. 127)

El concepto de número.
— Parte de una definición de número, que solo se funda en el concepto de "ordinal".
Los atributos esenciales son:
1.el orden-total.
2.el proceso de corte.
3.la operación (en tercer lugar) de numerar? ordenar? ----
Las demás regiones numéricas como:enteros, racionales,reales,y los-ordenados,no son sino casos particulares del "concepto-general."
Los caracteres importantes de esta división:
1.Consideraciones acerca del orden y las operaciones.Qué es el Numero?R/:Una figura particular del "multiple-puro",que se deja pensar de modo estructural e inmanente.El número no es construído.Al contrario, "él hace posibles todas las construcciones."
2.Los ordinales constituyen el material-básico de la definición de número,su horizonte ontológico natural.Los números son unos derivados-elegidos (no naturales)sobre este material numérico (la "numericidad", diría Heidegger).
3. Hay una infinidad-innumerable de Números,que nosotros

nunca hemos pensado, ni utilizado. Los que usamos son solo "casos particulares."

DEFINICION

Se llama número un ordinal en conjunción con una parte de este = (N). es-N(F $\subset \omega$).
El Ordinal es la Materia del Numero.= [M(N)]
Un número M se constituye con ω (= un ordinal) y un sub-conjunto incluído en este: (F $\subset$ W). Forma incluida en Materia.
La parte del Ordinal se llama Forma = F(N), del número.
La parte del número que no se toma en la forma se llama (Déchet) = resta del Número.
D(N)= el "resto" es igual a la Materia menos la Forma:=
M(N)-F(N) = D.
Si se agrega la F al resto D. se obtiene "M. (materia) entera" =
{ F(N) + D = M(N) }
{ F(N) $\cup$ D = M(N) }

Análisis de la definición.

1.Como un Número queda completamente determinado por su (M =) materia(= un ordinal) y su F forma (=Una parte de ese); será mas cómodo escribir:[M(N),F(N)],
con la convención de que el ordinal (materia) se escribe a la izquierda y la forma a la derecha.
En la práctica hay que tener en cuenta eso.Ej. definir el No 1.
será:{ N = (1,0) [0 es signo de vacío = Λ .]
Número = M(N).
La fórmula no dice que se refiere a número, por que allí no se expresa la naturaleza "dual" de todo numero: (M y F).
Todo número implica dos notaciones: M y F; (1,0) = (M,F); (1 y 0, no son más que notaciones.)
Con estas "notaciones", no tenemos más que un "número-cualquiera"; (ninguno en particular), de acuerdo con lo establecido en una definición.

2.La Materia de un número es un "ordinal". La Forma (parte de este ordinal) es un conjunto "incluído" en ese ordinal. El concepto de parte (subconjunto) es indeterminado, y no se capta con la intuición.
Notar que: { 1.esta "parte" puede ser un cero (= vacío Λ)
2.o puede ser el Ordinal Todo-entero: (V).
Así, que si se toma como parte ω = el infinito, y como ordinal ω = el infinito, obtendremos una expresión: totalmente de acuerdo con la definición dada: N(ω,ω)
3.Esta parte no es "necesariamente" un solo conjunto, puede ser un "conjunto de conjuntos", dispersos, lacunosos, de elementos disparejos, etc. Ej.:3,587,1165.... Entonces:
N(ω,3,587,1165) = (la F. se integra con 3 elementos separados....)

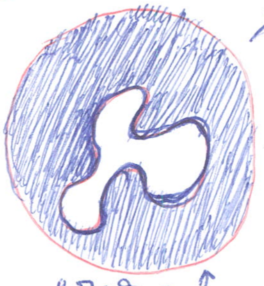
Cambiando el color M = obscuridad = Nada = posibilidad = dominio = ordinal

Las (F.) formas están en blanco = son SER = numero.

Mejor verlas en "negativo"!

MATERIA = Ordinal

A



≈ M

Forma = compacta

divergencia diferencia = D

"Resta"

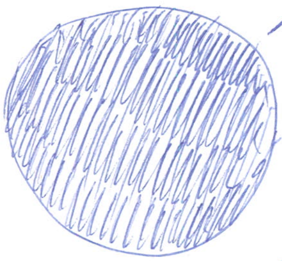
B

F = la forma = Dispersa!

divergencia diferencia = D.

Resta

C



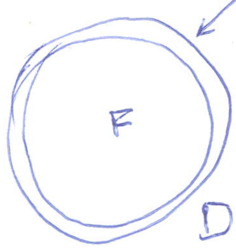
Materia = Ordinal

F = cero

Forma = Δ

"Resta" = Total = ΔV

M. = ordinal



Forma = V = Total

Toda la Materia

D = Resta = 0 = Δ = diferencia

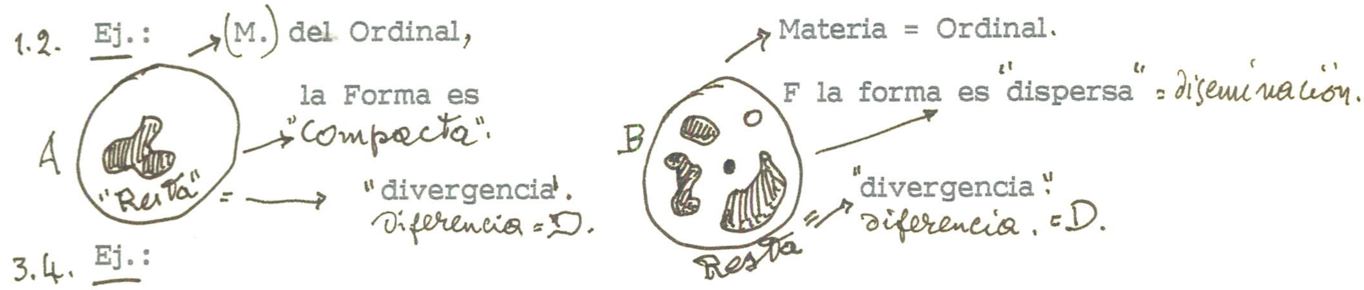
Tener en cuenta que la "ordinalidad" (= M.) no es un número = no tiene Forma

Solo el número tiene forma (= F.)

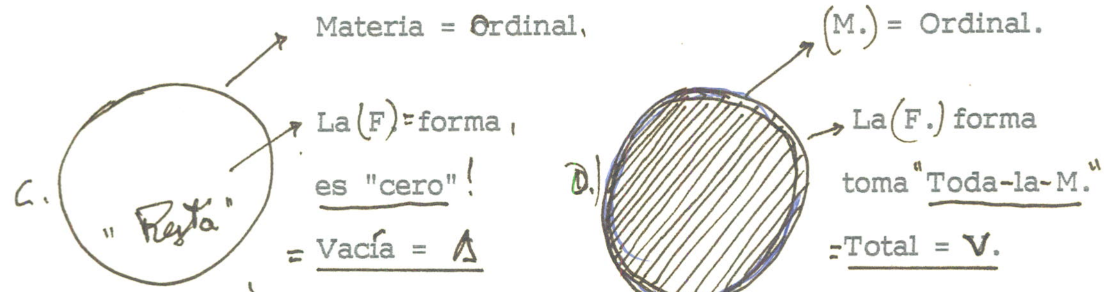
La M = no es un conjunto = solo es un Dominio, una posibilidad

REPRESENTACIÒN:

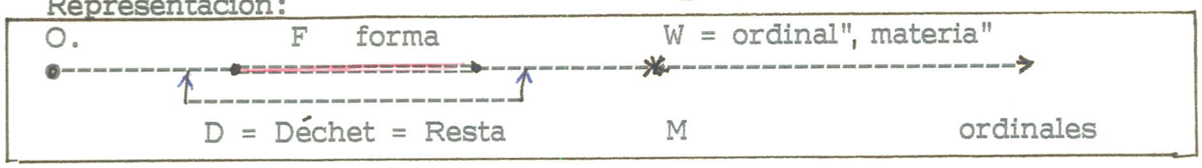
1.2. Ej.:



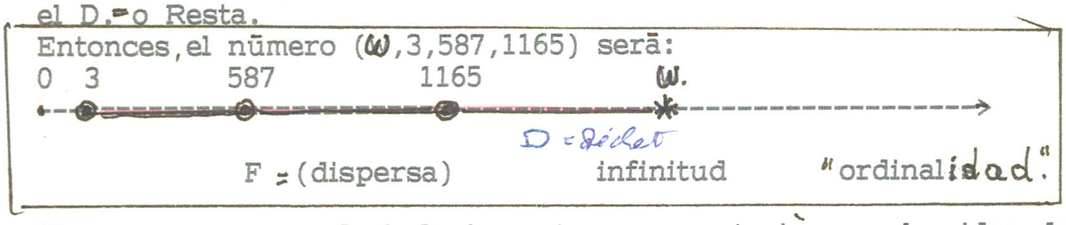
3.4. Ej.:



Representación:



3.La representación lineal se ve mas-simple.=la linearidad es el ordinal = serie universal.
Una semi-recta que parte de O = cero, representa el "eje" de ordinales; W es una materia particular de un Número. F.(=linea, gruesa) es la parte-del-mismo número. Lo remanente, no-grueso, es el D.= o Resta.



El error, que puede inducir esta representación, es la idea de "continuidad" y compacidad =; al contrario la $\boxed{F}$ es "general" y "dispersa."

CONSIDERACIONES ONTOLÓGICAS.

1 El uso de "N" mayúscula es un apoyo simbólico para entender el número. Los matemáticos llaman Números irracionales a ciertos (N) que son totalmente racionales.(p.133).
Esto influye en la diferencia entre:

{ Nominación =lo de "números-irracionales", es un puro-nombre.
{ Significación = es la que, con la lengua; distribuye la "situación".

La "nominación" sirve para fijar un "evento" (por falta de significación).
La "nominación" es un evento "poético", decide una "ocurrencia" en el momento del evento, que está a punto de desaparecer. La invención, = demora en el" Vacío de Significación."

2. Ciertos fenómenos (en Grecia): cuadrado de la diagonal y su relación con
el cuadrado de un lado y
el cuadrado de la hipotenusa ,
resultaron "innombrables" = álogos(= ἄλογος) y los matemàticos decidieron que : no tenian Ser. Una nominación sin significación = un nombre que no es nombre (= que no nombra!).
Este contraste, en la lengua, indica (p.134) "un evento fundante de verdad."

3. El pensamiento del número (por este hecho que se aplica a toda clase de números) por la diferencia (un "écart") entre:
la "traza" de una nominación y
un "sedimento" (resta) de significación,
indica que el pensamiento del número es un auténtico "sitio-eventual" = (del evento) y representa, en matemática, una zona de sensibilidad y de precariedad singular : "herida", "chocada", por un exceso de "evento" (que en la lengua se considera desprovisto de significación; y que solo se suple con una nominación-poética, "supranumeraria."

RAZÓN.
El Número, entre las "formas del Ser", es la que se abre a nuestro pensamiento, desde la fuerza de su organización. Así (en general) todo lo que el pensamiento encuentra (descubre) de exceso-al-nombre, todo lo que interpone el regimen de-su-ser, por una "cesura" (falla) eventual (= eveniencial, acontecimental) ---> produce tambien, en el pensamiento, efectos de desorganización!
Es un nuevo concepto de número. Fusiona lo "surreal" (comprensivo de los demás órdenes), en la mayúscula (N.).

Esto permite (p.135) "pensar el número como figura-unificada-del-ser-multiple----".

4. La nominación del número (N) (mayúscula) no solo indica el género (que comprende todas las especies); además indica el "plus" (écart) (la fisura) entre la nominación (= "este es Número")! y las diversas significaciones! que después de haber sido simples nominaciones, se han convertido en "Nombres" de Numeros!!

---" Un Número "es" (està constituido por) el dato "conjunto" de un Ordinal y de una parte de este ordinal" (como ya se ha definido).
Los Ordinales= son el "esquema ontológico del "multiple-natural."
B., a la teoria de Conjuntos, la llama : situación-ontológica!

5. Un Ordinal es una unidad natural (= el orden, el unir-uno-tras-otro, de unidades) consistente, que es contada por uno en la situación ontològica, (= en una teoría de conjuntos).
El material numérico (=M) es aquello en el cual hay un número (= la numericidad de Heidegger?). Un Número opera un corte, arranca una F = (Forma) a ese material natural-ordinal (parte, fragmento, de una unidad natural de material = ordinal).

6. Los (N) cardinales, por ser los más antiguos simples y universales, nos guían al (N). Pero solo aíslan, y arrancan de los

"numerable' pedazos → finitos. Los Ordinales son más sujerentes de la continuación hacia el infinito. Todos caben bajo este concepto de N. (en la definición). El corte (fisura) es una idea simple ontológica.
Este corte (coupé), rajar, aislar, arrancar: "indica la relación de devenir" entre : [posible//y//actual]; entre
{el Dominio (U) posible, y
{el conjunto (A) real, actual,
= "arrancado" ~~de~~ el Dominio de Individuos. (= reino de la posibilidad.)
Aqui B. maneja tres términos:
{1. conjunto y sub-conjunto; reales y actuales (= N).
{2. La relación entre ellos: (corte, arrancar, falla).
{3. Dominio (horizonte?), posibilidad de ser-número y de ser-conjunto. Con ello se generan las categorías básicas (p.138) de la Ontologia de "lo-multiple":

1 {Materia
2 {Découpé, Fisura falla, corte.
3 {Forma (puesta - en-forma) del material numérico = pluralidad natural.

7. El Número aparece como la "mediación" entre la infinita prodigalidad del Ser de la Naturaleza, y aquello que estamos en capacidad de medir (= cortar, ordenar). En este dominio restringido se ajusta (se hace concordar), nuestro pensar, a la medida del ser-en-cuanto-ser, del ser-natural: ------> física, economía, sociología, etc..

8. El uso aristótelico de "Materia y Forma" es el más apropiado para el número, y presenta la ventaja de instalarse en metáforas materialistas. El Ordinal siempre es aquello en que opera el corte (fisura, falla) del Número. Dado un Número, siempre habrá un ordinal, que es su Materia.
— "La Materia es el fondo del Numero sobre el cual se destaca la Forma". Un Ordinal es así aquello de lo cual se arranca un Numero (en cuanto principio de esta separacion).

— La ORDINALIDAD ES EL VERDADERO SER. —

— "El Número es primeramente un pensamiento sobre el fondo (ordinal) de la Naturaleza." (p.140).

==

RECURSIVIDAD

ANALISIS TRASCENDENTAL DE UNA ORACIÓN.

Reflexionando sobre el pensamiento de Alain Badiou(El Número y los números) intentemos aplicar algunos conceptos de este filósofo al análisis de la estructura de las "oraciones."

La "definición de Número, dada por Badiou, es una definición "recursiva".
-" Se llama Número, un Ordinal en conjunción con una parte de este." Es decir: Un Número: es un Número-Ordinal, en conjunción con una parte del mismo. Cuando se define algo, por si-mismo, y sus propiedades, la definición se llama "Recursiva."

Utilizando las fórmulas-recursivas, se supera la barrera de las simples categorías, para abrirse paso hacia el contenido-mismo, objetivo.

La "RECURSIVIDAD", es una "estructura", que posee "otras-estructuras," como sus componentes. En esta linea se desarrolla todo el razonamiento de Badiou acerca del Número.

La Definición-recursiva "posee" un carácter-"Heurístico"; se aproxima a su objeto, superando paulatinamente los géneros y las especies, para captarlo en su realidad.

Pongamos un ejemplo simple que Santo Tomas utiliza en su ensayo :"Del ente y la Esencia". (Losada B.Aires,1940). En la IVa sección, discute el valor de las "esencias:" géneros, especies, y diferencias; y se pregunta qué función ejercen en la oración, es decir: cómo se predican, las "esencias", de sujetos particulares.

Ej.: "Socrates es hombre."

--"no se puede decir que el concepto de género o especie convenga a la "esencia" en cuanto que es alguna cosa existente fuera de lo singular...no se puede decir que Socrates es "esto" que está separado de él; ni aquello separado, aprovecha al conocimiento de ese singular."-- (p 39).

En este caso Tomás no cuestiona el valor de lo "singular," sino parte de la predicación de un Sujeto, para explicar el valor de los conceptos que se le atribuyen.

Sin embargo en este análisis Tomás cae en la cuenta de que el sujeto singular en su realidad va mucho mas allà de una oración con la cual se le califica. Portanto --"Blanco o negro o cualquier otro (predicado) semejante, que no es del concepto de "humanidad," no-conviene al hombre en virtud de aquello, por lo cual es hombre"-- (p.40).

Indirectamente Tomás reconoce que la frase ": Socrates es hombre," no establece la igualdad de dos terminos: uno particular ,otro general.Y tampoco lo expresado en el predicado "hombre" no especifica todo lo que se contiene en el término Socrates.Eso significa que las definiciones escolásticas, mas que acercarnos a la verdad del sujeto individual que se pretende definir, nos conducen hacia los "conceptos", que por naturaleza son generales y abstractos.

--"Es falso pues, decir que la naturaleza del hombre en-cuanto-tal, tenga que ser en este individuo".- (p.41).Es propio del concepto universal la unidad y la comunidad...pero en Socrates no se encuentra "comunidad" alguna, sino lo que esta, en él, está individualizado.La naturaleza humana misma tiene un ser en el entendimiento, abstraído de todas las notas individualizantes, y por eso tiene un concepto uniforme, para todos los individuos.." (p.43).

Qué sucede entonces si buscamos una definición que se acerque lo mas posible a los individuos particulares?Intentemos una definición recursiva.

Ej: Sócrates-es=(hombre + Sócrates)
Sócrates-es=(hombre + ateniense + Sócrates)
Sócrates-es=(hombre + ateniense + filósofo +Sócrates)
Sócrates-es=(hombre + ateniense + filósofo +hermenéuta + Sócrates).---- etc...

==

Podriamos continuar especificando las cualidades de este personaje, sin llegar a un término.Pero nos acercaríamos cada vez mas a las características individuales del sujeto que intentamos definir.
Unicamente observemos nuestra fórmula.La parte que está fuera de paréntesis es el verbo o predicado:"Es-Socrates."
Lo que está entre paréntesis tiene dos partes:
a) los argumentos = cualidades genéricas, que atribuímos al sujeto.
b) la palabra "Sócrates", que en este caso funciona como una clase Vacía = Λ .Una clase posible de la cual podemos ir sacando cada vez nuevas determinaciones; pero como tal es un conjunto sin individuos=(un conjunto vacío) = un conjunto de puras posibilidades.

De este modo la definición se compone, como en el caso del Número de Badiou, de dos elementos. La Forma "F" que especifica las determinaciones.Y la Materia "M" que está Vacía, y debe ser determinada (la "ordinalidad", de la que se arranca el Número).
Por eso dice Badiou : es-N = (1,0).Es N[F$\subset\omega$]. En donde "cero" e "infinito" son iguales.

La recursividad permite crear objetos simples y o compuestos. [ ] = clase vacía
Ej: Sócrates(filósofo, ateniense, [ ]) =objeto-simple.
Sócrates (filósofo {antisofista, hermenéuta}, ateniense {conversador, educador, casado} , [ ]) = objeto-compuesto.
Cada uno de los argumentos que están entre paréntesis, pueden convertirse en "functores" es decir terminos que a su vez son

predicados, para otros-argumentos que entran en un nuevo paréntesis.

En general: (predicado (argumento, argumento, argumento, [ ])).
o bien: (predicado (argumento, functor (argumento, argumento), [ ])).

Tanto los argumentos como los functores pueden multiplicarse sin límites fijos. Siempre debe incluirse el componente del conjunto vacio Λ (= [ ] clase vacía.

USO DE LA DEFINICION RECURSIVA.
La utilidad de la definición recursiva se manifiesta:

a)Cuando las relaciones (entre los hechos) se describen mediante "las realciones mismas" como parte de un proceso,compuesto por un "hecho" y una "regla".
Por Ejemplo el cálculo factorial de 24! .El número factorial de 24 es :24 multiplicado 24 veces por si mismo,con tal que cada vez se le reste 1.= (24-1*24-2*24-3.....) = Para saber cuántas combinaciones posibles se dan entre 24 factores.

b)Cuando un "Objeto-compuesto es "declarado" por otro "objeto-compuesto" (son parte de otro) del cual "este" es una parte. (proceso de aproximación al individuo).

La "recursividad" dirige el control de la búsqueda = se usa para describir operaciones que "se-llaman- a-si-mismas".Una operación recursiva puede salirse-de-control,si admite un número demasiado grande de combinaciones (es decir:no debe manejar un número demasiado grande de factores.(= entonces se vuelve incontrolable).

Lo operación recursiva puede usarse para describir "objetos",cuando el número de sus componentes no es conocido.Por ejemplo para describir la lista de alumnos de una aula cuando el número no es conocido de antemano.

El problema se resuelve con una declaración de Dominios.
1.Se empieza por declarar la clase Vacia = Λ (lista = vacia.)
2.Después se formula la definición recursiva:lista-clase = clase (nombre,lista-clase).
3.Si la clase es de un solo alumno: [clase(pedro,X)] , donde X es una clase mas pequeña,con cero individuos (= Λ = vacia)
4.Si hay dos estudiantes,será: [clase(pedro,clase(juan,vacia))].
5. Si hay mas estudiantes: [clase(pedro,clase(juan,clase(luis,vacia)))].
Nota:clase (interno al parentesis, es un "Functor": =([clase(nombre,lista-clase); vacía).Así quedan definidas dos cosas: a)los individuos de le lista, b)la clase vacía.

Por esto, según Badiou, un número siempre incluye la clase vacía.y el Número siempre es un subconjunto de otro-subconjunto, y así en adelante.

Recursividad de Factoriales.

Cómo opera la recursividad en la fórmula de un número Factorial?

Y! se define como:

Y! = Y*(Y-1)! y a su vez:(Y-1) se define:

(Y-1)! = (Y-1)*((Y-1)-1)! que a su vez es todavia un factorial pero un poco más claro.Si se quiere la fórmula mas completa, serà:

Y! = Y*Y-1*Y-2*Y-3......*1. (que sería el final.)

El Y se multiplica por si mismo tantas veces como lo indica el mismo Y,teniendo en cuenta la formula. Recuerde:siempre se da: un hecho y una regla.

LA CLASE VACÍA ES PARTE DE TODO CONJUNTO.

Según Badiou el número Ordinal,en su forma recursiva,también implica la clase vacia.

Número = Número(cifra,clase vacia)

(es-N) = [{M(N)},{F(N)}]

La Materia del numero es igual a la Forma del Numero menos la diferencia (el Décet) . [M(N)] = F(N)+ D

= F(N)∪D

es-N = N(M(N),F(N).

Definir 1: N=(1,0) Número= M(N).

Definir cualquier Numero N = N(M(N),F(N), Λ).

Cuando F es cero = N(M(N), Λ).

En la definición la Materia del número es un ordinal M(N), y la forma es parte de este ordinal F(N) (=lo que se determine)(puede ser una F compacta, o diseminada).

M(N) =ordinal, es la posibilidad de un orden (uno tras-otro.. ....).Es como el Dominio U. en los conjuntos: ω = es una materia particular aunque sea infinita.

F(N) es parte de esta materia (=actualización de la materia ω)

El Número es una Materia con tal Forma.La Forma es un subconjunto de la materia.Todo sub-conjunto incluye la clase Λ vacía.

N =(F(N),Λ) . Es Socrates(si ateniense y Socrates)

N =(M(N),F(N), Λ) Es Socrates(si ateniense,filosofo y Socrates).

El conunto Λ es subconjunto de todos los conjuntos:(A) (Λ⊆A)

A = (A ∪ Λ)

==

6x

Anexo: a "Ver-de-Verbo"

Apendice al capitulo 8: "Un metacódigo - multiuso"

« COORDINACION LÓGICA Y VALOR CIENTÍFICO »

A. GALLO. A.

La razón-lógica, en cuanto autorizada a displazarse de una región a otra de las ciencias, sin disminución en su poder "fundacional" y "organizacional" y "coherencia", nos conduce a cuestionar la naturaleza de este mismo "poder de coherencia"; el cual da al cientifico cierto tipo de seguridad en las diferentes áreas y circunstancias de los discursos y de los razonamientos.

Entonces nos preguntamos si se trata realmente de un mismo-carácter-lógico que "emigra" de en universo del discurso a otro, de un dominio científico a otro; o más bien se trata de una compleja "estructura" de conocimientos de tipos diferentes, aunque relacionados, que a un observador superficial se dan como un todo-homogéneo?

Sin pretender llegar a una respuesta bien articulada y definitiva de este problema, pretendemos llamar la atención de los "usuarios", con el fin de evitar repentinas sorpresas, o dudas, acerca del valor unitario de nuestra mente.

Subrayamos algunas fracturas en el tejido de nuestras aplicaciones prácticas del proceso-lógico.

EL CONTEXTO VIVIENTE

Todo razonamiento, de un modo mas próximo o mas lejano, directo o indirecto, remite a la vida, es decir a una experiencia-viviente, a "lo dado." Con ello regresamos al planteamiento (de la unidad Uno de nuestro curso de Lógica: Ver de Verbo) acerca de la dispersión-material versus la unificación-lógica. Qué clase de operación lógica es esta: la de la "coalescencia-unitaria de lo multiple?"

Antes de acercarnos a la cuestión es necesario hacer una separación previa entre lo que es "la mera-experiencia" y el "pensar-esta-experiencia".

1. Lógica de la experiéncia.

El poder lógico, unificador, del pensar, hunde sus raíces en la experiencia. En este contacto viviente el ser humano se realiza, se expande, se encuetra con algo sólido; tiene acceso al ser. Esta no es una fórmula, ni una idea, ni una imagen, sino un proceso complejo que de ordinario sintetizamos con una palabra: la "evidencia."

A) Experimentar es ver, es estar allí frente a las cosas, dejarnos llevar, entrar al mundo. El resultado es formarnos una opinión de lo que esto significa, no adquirir evidencias teóricas, pero tener la evidencia-primera de que estamos ahí en la vida. La primera impresión es fruto de una ilusión óptica: todo lo enfocamos frente a nuestra vista, como se existiera en el mismo plano: el foco de nuestra visión. Viéndolo con mayor calma, percibimos que las cosas llegan a ser enfocadas poco a poco, progresivamente como se mueve el objetivo de una cámara: cambia la distancia focal, cambia la nitidez del plano, y aumenta o disminuye la profundidad de campo. Es un proceso que no puede ser reducido a la nitidez de una fórmula lógica, es unicamente una "aproximación".

B)La lógica de la experiencia no existe; o a lo sumo es muy borrosa y cambiante. Nos encontramos allí en el límite extremo de nuestra coherencia racional. La experiencia es vida, y como tal rezuma la dinámica, la eterogenidad, la plasticidad de la vida. La palabra evidencia, referida a la vida y a su experiencia abarca un campo de observaciones probabilísticas, impactantes pero indiscriminadas, que entrañan sujestiones y previsibilidades.

A este nivel es muy difícil, o mas bien rudimentario el captar la estructura de la naturaleza, el orden, su lógica o una forma cualquiera, mas allá del juego de los impulsos.

2. La lógica predicativa.

La experiencia humana empieza a tomar forma, a tener volumen y profundidad en el momento en que por nosotros mismos o con otros, nos dedicamos a "describir" esta experiencia. Le damos un nombre a cada cosa, separamos los objetos, distinguimos las distancias, intuimos las relaciones. Pero entonces ya no se trata de auténtica experiencia, sino de imágenes, figuras, objetos, que hemos ordenado, etiquetado, separado y cualificado. Es el momento en que la realidad experimental "pre-predicativa", entra al "predicado", se lingüistifica, adquiere un "estatus" literario.

Ya no se trata de impactos, o impulsos, sino de convenciones, reglas ligüísticas, nombres y verbos. La lengua pertenece a la sociedad en la que el individuo vive, y sus interpretaciones lingüísticas de la experiencia ocultan el control social de la comunidad, y las convenciones establecidas por el grupo. Entonces la opinión personal, se vuelve opinión corroborada por el ambiente cultural y social.

Lo que se ha experimentado es puesto a disposición del público, abandonado a la crítica y la confrontación. La lógica "predicativa" es lógica del lenguaje, con sus reglas y tradiciones, y portanto obedece a un marco-legal.

3. La lógica imaginativa.

Entre la experiencia viviente y la pura descripción objetiva, se establece un puente de doble via que, de algún modo, está bajo el control del sujeto individual. Veo la realidad, conozco las palabras con las que se define esta realidad. Las palabras, iluminan, dan forma, establecen nexos, plasman: pero la realidad sigue allí en la experiencia, acepta o rechaza los atributos lingüísticos, se resigna o protesta; apela a un juício interior, cuestiona la coherencia lógica de las palabras y de las oraciones; las discute y hasta puede llegar a inventar nuevas palabras que reflejen la experiencia con mayor verdad.

La lógica imaginativa actúa en una dimensión mucho más crítica que la lógica predicativa; obedece a una necesidad interior. Se da cuenta de que no existe lo blanco ni lo negro, sino el "ser" que exige una identificación, y que todas las palabras son insuficientes para evocar la vida. Podemos llamarla lógica? O bien es todavia una corriente vital que fluye y arrastra la embarcación, dejándole a la persona un exíguo espácio para dominar su destino? Està claro de que se trata de lógica; pero de una fuerza coercitiva,muy distante de los que es simplemente el lenguaje y sus signos.

4. La lógica conceptual.

Es cierto que en la experiencia directa captamos objetos y relaciones,mucho más cuando éstas han sido "tamizadas"por el filtro del lenguaje.Con su ayuda podemos ordenar,agrupar, categorizar, proporcionar,estructurar y abstraer de acuerdo a un sistema arrancado a la experiencia real.

Aplicamos un molde, una forma analizable, unitaria y múltiple que puede representar la figura tan simple como la de un "árbol",con su eje central y las bifurcaciones de las ramas,de series consecutivas.Lo interesante de un árbol son las relaciones entre sus elementos: desde un centro único,a las ramificaciones del tronco, hasta las subdivisiones menores de diferentes órdenes,y su multiplicación en las frondas extremas de la copa. En esto debemos observar que no hay relaciones sin términos relativos, ni hay reparticiones sin objetos a repartir.

En esta representación elemental del árbol, la estructura surje sobre la base de seres que hemos intuído y permanecen frente a nosotros en la experiencia;unificarlas y subordinarlas alrededor de un eje común, es producto de otro tipo de acción lógica, muy diversa de las anteriores.

Podríamos hablar de un sentido originario de las estructuras lógicas,de estructuras objetivas.Es el jercicio de una particular lógica de la vida corriente,que ejercemos al mismo nivel de cualquier ciudadano normal,espontáneo e ingénuo.No es fácil conservar separado este primer nivel de estructuras lógicas de las regiones mas elevadas.Sin embargo este es el nivel de la comunicación:de conceptos, ideas, razonamientos, de la vida comunitaria.

5.Lógica de las dimensiones.

Comparemos la lógica del árbol, o de cualquier otra estructura,derivada de la experiencia:de una serie linear,de un cuadrado, un círculo, una figura de círculos concéntricos, de formas elípticas o irregulares y los nexos a establecer entre dichas formas, con lo que depende de las medidas.
Decir que un monte es mas alto que otro,no es más que hacer referencia a sus medidas.La palabra dimensión es derivada de nuestra actitud a comparar la extensión de las cosas,de entrar en ellas,explorarlas, cualificarlas y cuantificarlas: tamaño, peso, presión,resistencia,duración, etc...

Llenar de agua un pozal, que luego se vierte en otro, para comprobar si le falta o le sobra;controlar con el reloj los segundos que se necesitan para correr los cien metros;subir a la báscula para averiguar si el individuo ha engordado o enflaquecido, no son mas que actividades que comparan una medida con otra medida.Utilizar la mano para vender cinco bananos,el pie para reservar suficiente espacio a la librera,la pulgada para conocer el tamano del papel,es tomar medidas sin aparentemente hacer referencias al número.Es actuar logicamente,utilizando los instrumentos que tenemos a la mano,con un concepto lógico de medida, muy difícil de determinar.Sin embargo estas medidas elementales son las que nos sirven de fundamento para medir otras entidades mas etéreas e impalpables como:la libertad, la dignidad,la generosidad, el atrevimiento,o la brutalidad,la capacidad de comprensión, etc;.. que son clases de entidades muy alejadas de la simple materialidad.En general la lógica de la "medida" se nos presenta como un nuevo tipo de coherencia lógica,distinta de la simple experiencia, del arbol y de los conceptos.

6.La lógica de los signos.

Solo hay un paso entre las cosas y los signos; pero es un paso atrevido y decisivo,que divide lo humano de lo infrahumano.Las cosas pertenecen a la experiencia, los signos a la designación. Cualquier objeto puede ser transformado en "signo" de otra cosa: el color de un tejido, la horma de un zapato,el gesto de una mano,el guiño de un ojo,el golpeteo de la puerta,son signos que utilizamos en cualquier momento del dia.En este campo también opera nuestro poder sistematizador,para descubrir los valores de los signos. Podemos ordenar signos, catalogarlos ,agruparlos, jerarquizarlos. Un conjunto sistemático de signos constituye un "código".Hay códigos sociales, códigos económicos, religiosos, estéticos, éticos, pragmáticos,etc...

Podríamos afirmar que el poder lógico de la codificación de los sistemas sígnicos es precisamente la operación que da unidad a las cosas? Seguramente no.Qué poder pueden tener los signos sobre las cosas;? o no son las cosas las que comandan a los signos?No es este el momento de dirimir esta cuestión,debemos unicamente observar el aspecto lógico de esta actividad,dedicar una especial atención para enfocar todo el proceso de esta actividad lógica:relacion entre signos, implicación, oposición,unificación y separación,y sobre todo el poder de realizar "discursos" sobre cada "sistema" de signos, y sus significados.

Se trata seguramente de un departamento diacrítico,de nuestra potencialidad lógica.Podemos operar con signos, analizar signos,construir signos,trasladarnos de un sistema de signos a otro.La lógica de los signos ocupa el nivel mas alto de todo los departamentos lógicos que hemos analizado hasta el momento.Sus operaciones adquieren una transparencia y un rigor sutil y no comparable con los anteriores,precisamente por su caracter puramente formal,libre de las limitaciones de las "cosas" y su materialidad.

7)La lógica (de la matemática y de la lógica.)

Parece un juego de palabras hablar de la lógica de-la-lógica,es mas fácil referirse a la lógica de la matemática.
En ambos casos no se trata de otra cosa que de un caso particular de la lógica de los signos: números y símbolos lógicos, no son más que signos; por supuesto, los signos de orden mas escueto , nítido,destacado,y autosuficiente que se conozcan.La matemática

se justifica con la logica, y la logica se justifica a si misma. A ciertos noveles de abstracciones del calculo es casi imposible distinguir la fuerza del argumento logico, de la coherencia de las grandezas numericas Las dimensiones remiten de inmediato al numero sin embargo la logica del numero no es la misma que la logica de las dimensiones. La dimensiones son reales y la coherencia logica entre dimensiones esta condicionada por esta realidad y debe responder de la misma. El numero al contrario es una construccion conceptual y las relaciones logicas numericas prescinden de los contenidos reales, aunque en ultimo termino su significacion alcance la ralidad y responda a desafios reales.

Siendo una simple entidad mental el numero debera establecer relaciones que pertenezcan al mismo campo mental, establecer un codigo para las distancias las duraciones y en general por todas las dimensiones. Se trata pues de relaciones entre signos y categorias de codigos.

Pero el afan por encontrar categorias de sentido univoco ha llevado los cientificos a la busqueda de relaciones exactas, discretas, y hasta a considerar el numero como una realidad independiente en si misma.
La logica del numero se aleja de la logica de las dimensiones, cuando la matematica plantea el problema de las diversas clases de numeros, de los conjuntos de conjuntos, de los sistemas de sistemas; no se trata entonces de grandezas sino se sinples unidades conceptuales.

Resulta claro que a este nivel entramos al mundo de la pura especulacion y la coherencia entre tales "objetos" deja de ser separable: entre coherencia-matematica y coherencia-logica. Los matematicos del siglo pasado :Cantor, Dedekind, Frege, y los de comienzos de este, Russell, Peano, Carnap, etc.. quisieron separar los campos de ambas actividades especulativas, terminando en famosas aporias.

LA DISTRIBUCION DEL PODER

Recapitulando los terminos de este análisis, es preciso regresar a la mente humana como el único-sujeto conciente. Es conciente de sí-misma através de los diferentes grados en que se despliega su poder. La virtud logica de la mente se manifiesta como una unidad conpleja y gradual. El mismo yo se sumerge en la urgencia inmediata de la experiencia, con la misma facilidad con que se expresa en el lenguaje y abstrae las figuras de las cosas. Pero cada operacion desarrolla una energia especifica y se funda en su particular exigencia logica.

El yo pensante establece sus propios parametros de correccion, para razonar, deducir o inferir cuaquier clase de consecuencias. Su poder de coherencia deductiva o inferencial explota otra fuente de energias .

La pura especulacion logica y matematica no se separa de su plataforma basica; es el mismo yo, la misma mente; pero la dimension de su alcance va mas alla de los numeros y de los signos. Que clase de poder es este del hombre? Que clase de complejidad es la de un sujeto racional? No podemos contestar a estas preguntas mas que viendolo en la realidad ,en accion.

TALLER DE LOGICA

La Prueba en Matemàtica

J. Rodríguez M.

Guatemala, noviembre de 1995

La Prueba en Matemàtica

Introducciòn:

Una teorÍa cientÍfica no es un simple catàlogo o lista de proposiciones. El conocimiento cientÍfico se alcanza sòlo cuando nuestras proposiciones **se estructuran** de modo sistemàtico, de tal manera que podamos advertir sus mutuas relaciones.

La matemàtica es una ciencia deductiva por excelencia. Està apoyada principalmente en el razonamiento deductivo. Cada rama de la matemàtica, como la aritmética, el àlgebra y la geometrÍa, ha sido desarrollada y organizada de acuerdo con la lògica. A cualquier rama asÍ construida se le llama **estructura** o **sistema lògico**, y puede decirse también que, como las demostraciones en la matemàtica estàn basadas en la deducciòn, es un **sistema deductivo.**

Objetivo:

El objetivo del tema a tratar consiste en fijar el marco de referencia en el cual es posible la prueba matemàtica y luego examinar los distintos tipos de prueba que son comunes a todas las ramas de la matemàtica.

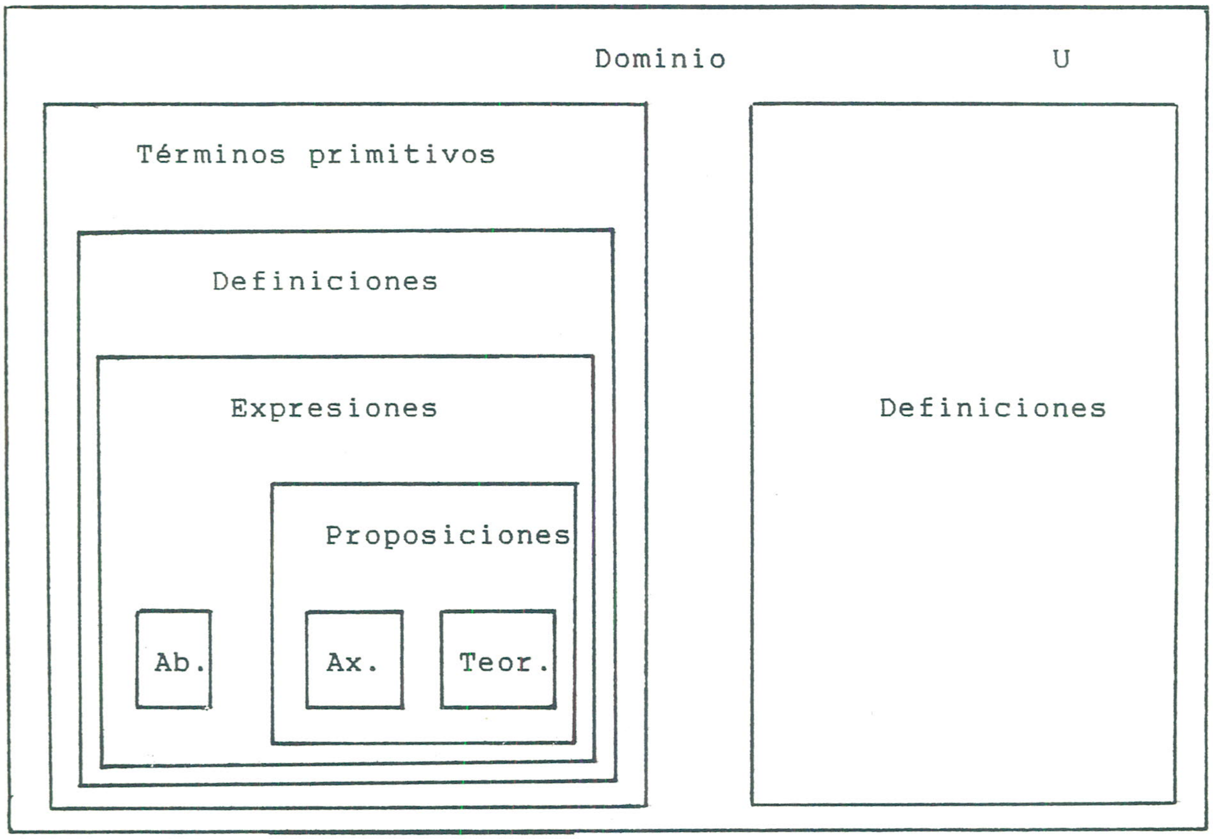
Ingredientes para la prueba:

Un sistema matemàtico, que consta de un conjunto de elementos, una o màs relaciones que establecen comparaciòn entre los elementos del conjunto, una o màs operaciones sobre dicho conjunto y reglas bàsicas (axiomas), debe empezar en alguna parte.

PodrÍamos pensar que nuestro punto de partida es una colecciòn de definiciones, sin embargo, al escribir una definiciòn involucrarÍamos varios términos utilizando palabras, las cuales a su vez requieren definiciòn a no ser que ya se hayan supuesto. Tarde o temprano, nos hallaremos en una situaciòn circular. De modo que parece que antes de producir definiciones, necesitamos presumir ciertos términos, tales términos supuestos se llaman "términos primitivos" y sin ellos no hay punto del cual podamos partir. Como ejemplos de términos primitivos estàn punto y recta en geometrÍa plana y nùmero natural en el caso de conjuntos numéricos.

Necesitamos estar seguros de lo que estamos aceptando como términos primitivos para no salirnos de este marco de referencia al formular nuestras definiciones. Habiendo decidido sobre los términos primitivos y definiciones, necesitamos luego un conjunto de axiomas para deducir teoremas utilizando reglas de inferencia.

Si denominamos "universo del discurso" o "conjunto universal" al conjunto de todas las palabras y símbolos aceptados para usarlos en un determinado razonamiento podemos resumir los principales ingredientes de una prueba como sigue:



Podemos construir una analogía con el juego de ajedrez. Las piezas tienen que partir de un arreglo dado sobre el tablero y se mueven después de acuerdo con un conjunto de reglas prescritas. Estas reglas no solamente establecen, por ejemplo, que la pieza llamada torre se puede mover sólo paralelamente a los lados del tablero, sino que también incluyen otros enunciado básicos tales como "ningún cuadro puede ser ocupado por más de una pieza a la vez".

La analogía es:

32 cuadros blancos
32 cuadros negros
16 piezas blancas
16 piezas negras

Universo del Discurso

Disposición de los cuadros
Posiciones permitidas para las piezas — Axiomas
Posiciones iniciales

Reglas para mover las piezas — Reglas de Inferencia

Posiciones subsiguientes de las piezas — Teoremas

Debe tenerse sumo cuidado con lo que una definición o un teorema "no dicen" y de esa forma, evitar darles una extensión o una limitación injustificadas. Por eso es muy importante distinguir entre condición necesaria y condición suficiente, así como considerar las variantes del condicional, ya que la mayoría de los teoremas en matemática se presentan en la forma p --> q. (p es suficiente para q, q es necesario para p)

Si p --> q representa el condicional, sus variantes son:

1) q --> p (recíproca o conversa)

2) -p --> -q (inversa)

3) -q --> -p (contrarrecíproca o contrapositiva)

Ejercicios:

1) Reordene lo siguiente como un árbol lógico.

   definición
   teorema
   axioma
   término primitivo

2) Formule ejemplos de sistemas matemáticos.

3) Establezca la recíproca, la inversa y la contrapositiva de las proposiciones dadas y exprese su valor de verdad:

   a) Si una figura plana es un cuadrado, entonces es un paralelogramo.

   b) Si un número entero es par, entonces es divisible por 2.

   c) Si un número real es entero, entonces es racional.

Métodos de Demostración

Una demostración matemática consiste en que a partir de una proposición verdadera R y empleando tautologías, se demuestra que una proposición S es verdadera.

La demostración de un teorema consiste en mostrar una argumentación convincente de que el teorema es consecuencia lógica de las hipótesis y teoremas ya demostrados. Son precisamente las tautologías las que determinan las reglas de inferencia lógica que se emplean para deducir un teorema a partir de proposiciones conocidas.

Este proceso de inferir una proposición q de las proposiciones dadas p1, p2, ..., pn, se llama razonamiento y se representa de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c} p1 \\ p2 \\ \vdots \\ pn \\ \hline \therefore \quad q \end{array}$$

Esto quiere decir que, como las proposiciones p1, p2, ..., pn, son verdaderas, por tanto, q es verdadera. A las proposiciones p1, p2, ..., pn, se les llama premisas del razonamiento y a q, conclusión. Se dice que tal razonamiento es válido si, y solamente sí, la proposición

$$(p1 \wedge p2 \wedge \ldots \wedge pn) \dashrightarrow q \text{ es una tautología.}$$

Para demostrar un teorema de la forma p --> q, comúnmente se empieza suponiendo que p es dado; después se construye una cadena de proposiciones de la forma p --> p1, p1 --> p2, ..., pn --> q, cada una de las cuales es una hipótesis dada de antemano o un teorema ya demostrado. Tan pronto se llega a la proposición pn --> q, de ello se concluye q.

Los métodos para demostración màs usados son los siguientes:

1) Demostración directa o por implicación.

Consiste en la aplicación del modus ponens, es decir, si la proposición p es verdadera y la implicación $p \to q$ es verdadera, entonces q es verdadera.

2) Demostración indirecta.

El primer tipo de demostración indirecta se llama demostración por contraposición. Como el nombre lo indica, consiste en que para demostrar un teorema de la forma $p \to q$, se prueba la contrarrecíproca $-q \to -p$. Esto es verdadero puesto que $-q \to -p$ es equivalente a $p \to q$.

El segundo tipo o variante de demostración indirecta de un teorema T consiste en establecer la verdad de T, probando la falsedad de su negación. Se muestra que la negación de T, conduce a una contradicción. Este método se llama demostración por contradicción o por reducción al absurdo.

3) Demostración por disyunción de casos.

Si las implicaciones $p \to q$ y $-p \to q$ son verdaderas, entonces q es verdadera por la tautología

$$[\,(p \to q) \wedge (-p \to q)\,] \to q$$

4) Demostración por contraejemplo.

Para demostrar la negación de una implicación $p \not\to q$ se debe presentar un contraejemplo, es decir, un ejemplo en el cual p y $-q$ son simultàneamnete verdaderas.

5) Demostración por inducción matemàtica.

El razonamiento se puede utilizar para demostrar que, cualquiera que sea el entero natural n, una proposición en la cual intervenga n es verdadera. Para eso es suficiente establecer que la afirmación es verdadera para el entero cero y que si es verdadera para el entero n, entonces es verdadera para el siguiente (sucesor) de n.

Nota: Para demostrar una proposición del tipo $p \leftrightarrow q$, se procede a probar primero $p \to q$ (suficiencia) y luego $q \to p$ (necesidad). Debe recordarse que:

$$p \leftrightarrow q \text{ es equivalente a } (p \to q) \wedge (q \to p).$$

Ilustración de los Métodos de Demostración

Método Directo

Considere la demostración del siguiente teorema:

Si a y b son números pares, entonces a + b es un número par.

Dem.:

Suponga que a y b son números pares	p
Entonces, según la definición de número par, $2 \mid a$ y $2 \mid b$.	$p \rightarrow p1$
Esto significa que $a = 2m$ y $b = 2n$ para dos enteros m y n, según la definición de lo que significa un número entero divide a otro.	$p1 \rightarrow p2$
Pero, si $a = 2m$ y $b = 2n$, entonces $a + b = 2m + 2n = 2(m + n)$, por la propiedad distributiva	$p2 \rightarrow p3$
Como $a + b = 2(m + n)$ y m, n son enteros, $2 \mid (a + b)$	$p3 \rightarrow p4$
Si a + b es divisible por 2, a + b es par, según la definición de número par.	$p4 \rightarrow q$
Por tanto, a + b es un número par	$\therefore q$

Método Indirecto

a) Por contraposición

Probar que si el cuadrado de un número entero "a" es par, el entero considerado es par.

Contrapositiva: Si a es un número entero impar, entonces a^2 es un número entero impar.

Dem.:

a es un entero impar	Hipótesis
$a = 2n + 1$, n entero	Definición
$a^2 = (2n + 1)^2$	Propiedad mult. de la igualdad
$a^2 = 4n^2 + 4n + 1$	Des. de un binomio
$a^2 = 2(2n^2 + 2n) + 1$	Prop. asoc. y dist.
$2n^2 + 2n = e$, e entero	Prop. de cerradura
a^2 es un entero impar	Definición

b) Por reducción al absurdo (o por contradicción)

Probar que x es impar $\rightarrow$ x^2 es impar (x es entero)

Dem.:

Supongamos que x es impar y x^2 es par

Si x es impar, entonces $x = 2k + 1$ (k entero)

$$x^2 = (2k + 1)^2$$
$$= 4k^2 + 4k + 1$$
$$= 2(2k^2 + 2k) + 1$$

x^2 es impar

x^2 es par y x^2 es impar (Contradicción)

Por contraejemplo

Sean p: n es un entero divisible por 6 y por 4

q: n es divisible por 24

Es verdad que $p \rightarrow q$?. No, porque, por ejemplo, $n = 12$ hace que p y $\neg q$ sean simultàneamente verdaderas.

Por lo tanto $p \not\rightarrow q$.

Previo a la ilustraciòn del método por inducciòn matemàtica se hace necesario algùn conocimiento sobre los nùmeros naturales.

Aquellos nùmeros que empleamos para contar se denominan nùmeros naturales, esto es, 0, 1, 2, 3, ... y poseemos un conocimiento intuitivo de ellos y de sus propiedades.

Para un estudio riguroso de los nùmeros naturales, han sido utilizados con màs frecuencia dos enfoques:

1) Definirlos a partir de la Teoría de Conjuntos.

2) Considerar nùmero natural como un término primitivo y establecer axiomas a partir de los cuales se pueda deducir sus propiedades.

Es preciso considerar estos nùmeros ordenados en una sucesiòn 0, 1, 2, 3, ..., en la cual podemos señalar de manera informal e intuitiva las siguientes características:

a) Se parte de un elemento especial, 0.

b) La sucesiòn no termina nunca ni se ramifica.

c) Tampoco se cierra sobre sí misma (como ocurre, por ejemplo, con los nùmeros en un reloj, en los cuales a 12 sigue el nùmero 1 de partida).

d) La sucesiòn no tiene "puntos de confluencia", es decir, ningùn elemento sigue inmediatamente a dos distintos.

e) No hay nùmeros naturales "intercalados entre" los de la sucesiòn, ni excluidos de ella: partiendo de 0 y pasando reiteradamente al siguiente elemento, se obtienen "todos" los nùmeros naturales.

Precisamente estas características condujeron a R. Dedekind y a G. Peano a fundamentar el concepto de número natural en cinco axiomas, a partir de los cuales se estudian sus propiedades, operaciones, etc.

Los axiomas de Peano son los siguientes:

I. 0 es un número natural
II. A cada número natural corresponde otro número natural llamado sucesor de él, unívocamente determinado.
III. 0 no es sucesor de ningún número.
IV. Un número natural no puede ser sucesor de dos distintos.
V. Si C es un subconjunto de los naturales que verifica:

i) 0 pertenece a C

ii) Si un número natural pertenece a C, también su sucesor pertenece a C

entonces, TODOS los números naturales pertenecen a C.

El axioma V, asimismo llamado axioma de recurrencia o de inducción, puede enunciarse también así:

"Un conjunto de números naturales al que pertenezcan 0 y el número siguiente de cada uno de sus elementos, es la totalidad de ellos".

En este axioma se basa el principio de inducción, que se aplica como método de definición (por recurrencia) y de demostración.

Teorema: Sea Pn una proposición que depende de un número natural n. Si

i) p(0) es verdadera

ii) Para todo k natural, p(k) --> p(k + 1)

entonces la proposición p(n) vale para todo número natural n.

Dem.: Sea C el conjunto de los números naturales k para los cuales p(k) es verdadera. En virtud de las hipótesis i) y ii), C, como subconjunto de los naturales, N, cumple las condiciones i) y ii) del axioma V, y por tanto C = N. O sea, P(n) es verdadera para todo n en N.

Nota: Simbólicamente se tiene que

$$p(0) \wedge \forall k\ [\ p(k) \rightarrow p(k+1)\ ] \rightarrow \forall n\ p(n)$$

Al probar $p(0) \wedge \forall k\ [\ p(k) \rightarrow p(k+1)\ ]$, por modus ponens se deduce $\forall n\ P(n)$.

Para probar $\forall n\ p(n)$, existen dos pasos:

1) Paso bàsico, probar $p(0)$

2) Paso inductivo, probar $\forall k\ [\ p(k) \rightarrow p(k+1)\ ]$

Para explicar intuitivamente el proceso, imaginemos una interminable fila de soldaditos de metal (o piezas de dominó) que comienza en algún punto y continúa sin término.
Si cualquiera cae golpea automàticamente al siguiente y previsto que se golpee al primero para hacerlo caer, entonces todos los soldados caeràn.

Inducción matemàtica

Probar: Para todo n, 2^n < 2^(n + 1)

Dem.:

p(n): 2^n < 2^(n + 1)

p(0): 2^0 < 2^1 (paso bàsico)

Supongamos que p(k): 2^k < 2^(k + 1) es verdadera

2 (2^k) < 2 (2^(k + 1)) , o sea, 2^(k + 1) < 2^(k + 2)

Es decir, p(k + 1) es verdadera (paso inductivo)

Ejercicios: Considere las expresiones Pn, Qn y Rn:

Pn: 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = n(n + 1)/2

Qn: 2^n > n + 20

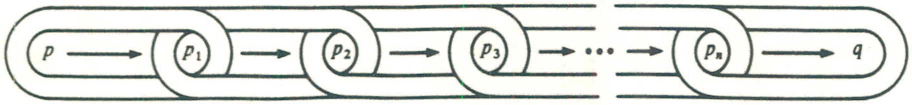
Rn: n^2 - n + 41 es primo

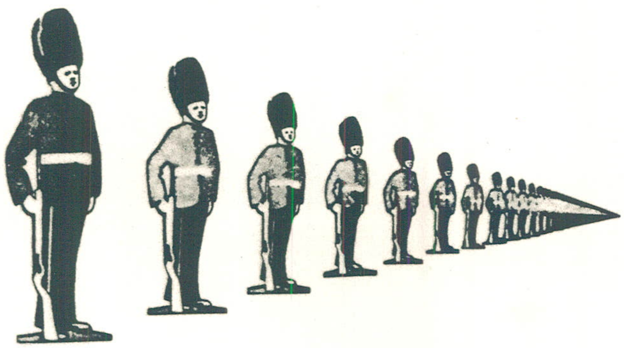
a) Para qué valores de n son ciertas dichas expresiones?

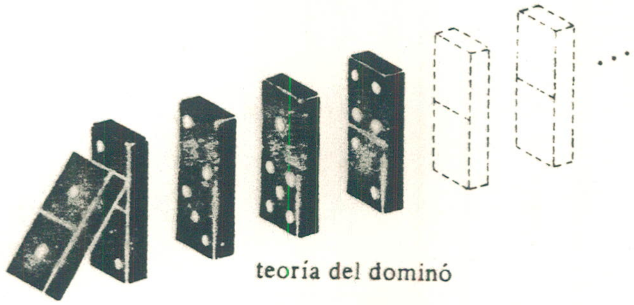
b) Utilice el proceso de inducción matemàtica en su demostración.

GLOSARIO

Axioma	Un axioma es un enunciado acerca de objetos definidos, el cual se supone verdadero.
Axioma de inducción matemática	El axioma de inducción matemática es la afirmación de que si en un subconjunto S de los naturales, N, están 0 y k + 1 para todo k en S, entonces S = N.
Condición necesaria	Una condición necesaria es una condición que debe valer para que una proposición dada sea verdadera, pero que no garantiza la verdad de la proposición.
Condición suficiente	Una condición suficiente es una condición que garantiza la verdad de una proposición dada.
Contraejemplo	Un contraejemplo es un caso que refuta una conjetura cuantificada universalmente.
Cuantificador existencial	El cuantificador existencial es el prefijo "existe un x tal que" que se aplica a frases abiertas que contienen la variable x.
Cuantificador universal	El cuantificador universal es el prefijo "para todo x" que se aplica a frases abiertas que contienen la variable x.
Hipótesis	Una hipótesis es una proposición que se toma como punto de partida de una prueba.
Prueba directa	Una prueba directa es un argumento que conduce paso a paso de lo que se da o supone a lo que se va a probar.
Prueba indirecta	Una prueba indirecta es una prueba de algo que es equivalente a lo que se va a probar.
Prueba por contradicción	Una prueba por contradicción es una prueba de que una proposición, contradictoria a lo que queremos probar, es falsa.
Prueba por inducción matemática	Una prueba por inducción matemática es una en la cual se muestra que si una proposición es cierta para algún natural n, entonces también es cierta para n + 1 y que es cierta para un número natural específico.
Teorema	Un teorema es una deducción válida de un conjunto de axiomas y definiciones.
Teorema de existencia	Un teorema de existencia es una proposición existencialmente cuantificada que es verdadera.







teoría del dominó

Ilustración de los Métodos de Demostración

Método Directo

Considere la demostración del siguiente teorema:

Si a y b son números pares, entonces a + b es un número par.

Dem.:

Suponga que a y b son números pares	p
Entonces, según la definición de número par, $2 \mid a$ y $2 \mid b$.	$p \to s1$
Esto significa que $a = 2m$ y $b = 2n$ para dos enteros m y n, según la definición de lo que significa un número entero divide a otro.	$s1 \to s2$
Pero, si $a = 2m$ y $b = 2n$, entonces $a + b = 2m + 2n = 2(m + n)$, por la propiedad distributiva	$s2 \to s3$
Como $a + b = 2(m + n)$ y m, n son enteros, $2 \mid (a + b)$	$s3 \to s4$
Si a + b es divisible por 2, a + b es par, según la definición de número par.	$s4 \to q$
Por tanto, a + b es un número par	$\therefore\ q$

Nota: $p = s1 \wedge s2 \wedge s3 \wedge \ldots \wedge sn$

$\Downarrow$ = relación de implicación

q

Método Indirecto

a) Por contraposición

Probar que si el cuadrado de un número entero "a" es par, el entero considerado es par.

Contrapositiva: Si a es un número entero impar, entonces a^2 es un número entero impar.

Dem.:

a es un entero impar	Hipótesis
$a = 2n + 1$, n entero	Definición
$a^2 = (2n + 1)^2$	Propiedad mult. de la igualdad
$a^2 = 4n^2 + 4n + 1$	Des. de un binomio
$a^2 = 2(2n^2 + 2n) + 1$	Prop. asoc. y dist.
$2n^2 + 2n = e$, e entero	Prop. de cerradura
a^2 es un entero impar	Definición

b) Por reducción al absurdo (o por contradicción)

Probar que x es impar --> x^2 es impar (x es entero)

Dem.:

Supongamos que x es impar y x^2 es par

Si x es impar, entonces $x = 2k + 1$ (k entero)

$$x^2 = (2k + 1)^2$$

$$= 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 2(2k^2 + 2k) + 1$$

x^2 es impar

x^2 es par y x^2 es impar (Contradicción)

Por contraejemplo

Sean p: n es un entero divisible por 6 y por 4

q: n es divisible por 24

Es verdad que p --> q ?. No, porque, por ejemplo, n = 12 hace que p y -q sean simultàneamente verdaderas.

Por lo tanto p -/-> q.

Previo a la ilustración del método por inducción matemàtica se hace necesario algún conocimiento sobre los números naturales.

Aquellos números que empleamos para contar se denominan números naturales, esto es, 0, 1, 2, 3, ... y poseemos un conocimiento intuitivo de ellos y de sus propiedades.

Para un estudio riguroso de los números naturales, han sido utilizados con màs frecuencia dos enfoques:

1) Definirlos a partir de la Teoría de Conjuntos.

2) Considerar número natural como un término primitivo y establecer axiomas a partir de los cuales se pueda deducir sus propiedades.

Es preciso considerar estos números ordenados en una sucesión 0, 1, 2, 3, ..., en la cual podemos señalar de manera informal e intuitiva las siguientes características:

a) Se parte de un elemento especial, 0.

b) La sucesión no termina nunca ni se ramifica.

c) Tampoco se cierra sobre sí misma (como ocurre, por ejemplo, con los números en un reloj, en los cuales a 12 sigue el número 1 de partida).

d) La sucesión no tiene "puntos de confluencia", es decir, ningún elemento sigue inmediatamente a dos distintos.

e) No hay números naturales "intercalados entre" los de la sucesión, ni excluidos de ella: partiendo de 0 y pasando reiteradamente al siguiente elemento, se obtienen "todos" los números naturales.

Precisamente estas características condujeron a R. Dedekind y a G. Peano a fundamentar el concepto de número natural en cinco axiomas, a partir de los cuales se estudian sus propiedades, operaciones, etc.

Los axiomas de Peano son los siguientes:

I. 0 es un número natural
II. A cada número natural corresponde otro número natural llamado sucesor de él, unívocamente determinado.
III. 0 no es sucesor de ningún número.
IV. Un número natural no puede ser sucesor de dos distintos.
V. Si C es un subconjunto de los naturales que verifica:

i) 0 pertenece a C

ii) Si un número natural pertenece a C, también su sucesor pertenece a C

entonces, TODOS los números naturales pertenecen a C.

El axioma V, asimismo llamado axioma de recurrencia o de inducción, puede enunciarse también así:

"Un conjunto de números naturales al que pertenezcan 0 y el número siguiente de cada uno de sus elementos, es la totalidad de ellos".

En este axioma se basa el principio de inducción, que se aplica como método de definición (por recurrencia) y de demostración.

Teorema: Sea Pn una proposición que depende de un número natural n. Si

i) $p(0)$ es verdadera

ii) Para todo k natural, $p(k) \dashrightarrow p(k + 1)$

entonces la proposición $p(n)$ vale para todo número natural n.

Dem.: Sea C el conjunto de los números naturales k para los cuales $p(k)$ es verdadera. En virtud de las hipótesis i) y ii), C, como subconjunto de los naturales, N, cumple las condiciones i) y ii) del axioma V, y por tanto C = N. O sea, $P(n)$ es verdadera para todo n en N.

Nota: Simbòlicamente se tiene que

$p(0) \wedge \forall k\ [\ p(k) \dashrightarrow p(k + 1)\ ] \dashrightarrow \forall n\ p(n)$

Al probar $p(0) \wedge \forall k\ [\ p(k) \dashrightarrow p(k + 1)\ ]$, por modus ponens se deduce $\forall n\ P(n)$.

Para probar $\forall n\ p(n)$, existen dos pasos:

1) Paso bàsico, probar $p(0)$

2) Paso inductivo, probar $\forall k\ [\ p(k) \dashrightarrow p(k + 1)\ ]$

Para explicar intuitivamente el proceso, imaginemos una interminable fila de soldaditos de metal (o piezas de dominò) que comienza en algùn punto y continùa sin tèrmino.
Si cualquiera cae golpea automàticamente al siguiente y previsto que se golpee al primero para hacerlo caer, entonces todos los soldados caeràn.

Inducciòn matemàtica

Probar: Para todo n, 2^n < 2^(n + 1)

Dem.:

p(n): 2^n < 2^(n + 1)

p(0): 2^0 < 2^1 (paso bàsico)

Supongamos que p(k): 2^k < 2^(k + 1) es verdadera

2 (2^k) < 2 (2^(k + 1)) , o sea, 2^(k + 1) < 2^(k + 2)

Es decir, p(k + 1) es verdadera (paso inductivo)

Ejercicios: Considere las expresiones Pn, Qn y Rn:

Pn: 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = n(n + 1)/2

Qn: 2^n > n + 20

Rn: n^2 - n + 41 es primo

a) Para què valores de n son ciertas?

b) Utilice el proceso de inducciòn matemàtica en su demostraciòn.

TALLER DE LOGICA

La Prueba en Matemàtica

J. Rodríguez M.

Guatemala, noviembre de 1995

La Prueba en Matemàtica

Introducción:

Una teoría científica no es un simple catàlogo o lista de proposiciones. El conocimiento científico se alcanza sólo cuando nuestras proposiciones **se estructuran** de modo sistemàtico, de tal manera que podamos advertir sus mutuas relaciones.

La matemàtica es una ciencia deductiva por excelencia. Està apoyada principalmente en el razonamiento deductivo. Cada rama de la matemàtica, como la aritmética, el àlgebra y la geometría, ha sido desarrollada y organizada de acuerdo con la lógica. A cualquier rama así construida se le llama **estructura o sistema lógico**, y puede decirse también que, como las demostraciones en la matemàtica estàn basadas en la deducción, es un **sistema deductivo**.

Objetivo:

El objetivo del tema a tratar consiste en fijar el marco de referencia en el cual es posible la prueba matemàtica y luego examinar los distintos tipos de prueba que son comunes a todas las ramas de la matemàtica.

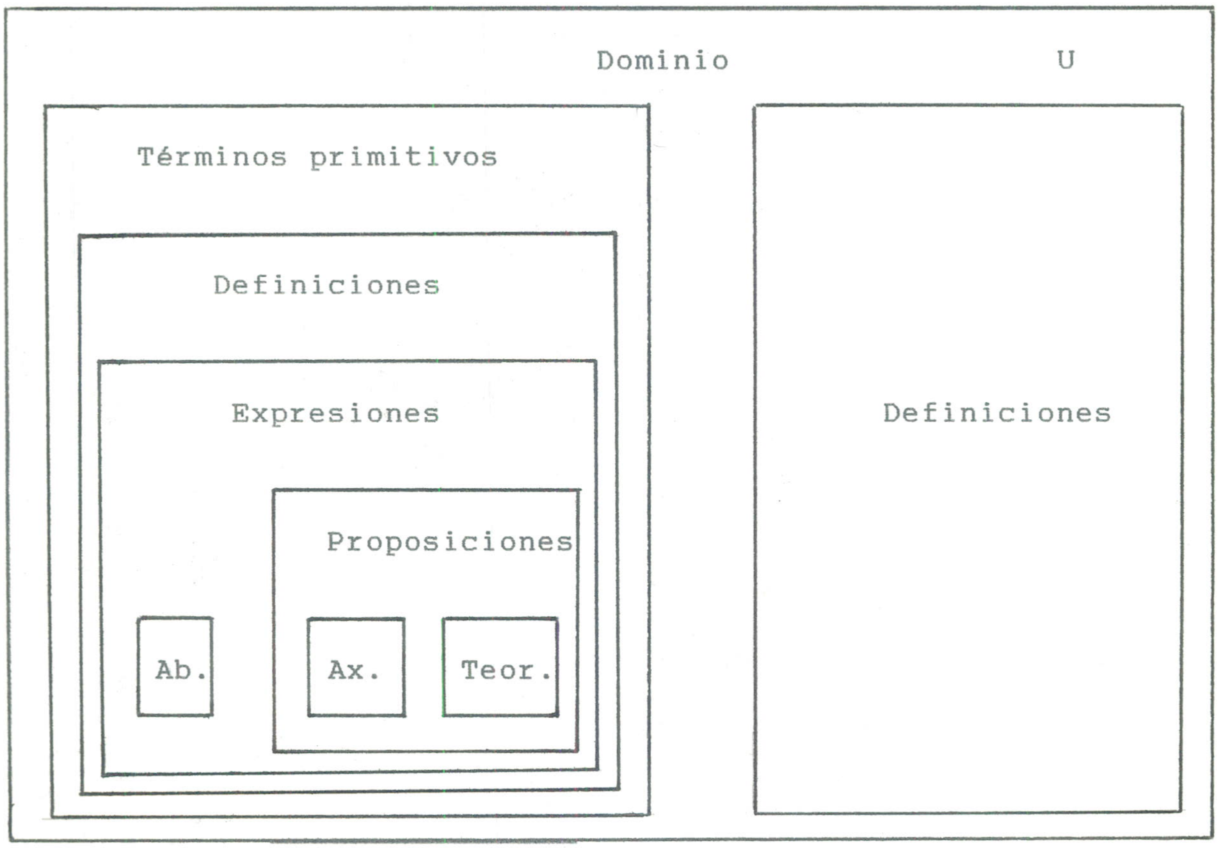
Ingredientes para la prueba:

Un sistema matemàtico, que consta de un conjunto de elementos, una o màs relaciones que establecen comparación entre los elementos del conjunto, una o màs operaciones sobre dicho conjunto y reglas bàsicas (axiomas), debe empezar en alguna parte.

Podríamos pensar que nuestro punto de partida es una colección de definiciones, sin embargo, al escribir una definición involucraríamos varios términos utilizando palabras, las cuales a su vez requieren definición a no ser que ya se hayan supuesto. Tarde o temprano, nos hallaremos en una situación circular. De modo que parece que antes de producir definiciones, necesitamos presumir ciertos términos, tales términos supuestos se llaman "términos primitivos" y sin ellos no hay punto del cual podamos partir. Como ejemplos de términos primitivos estàn punto y recta en geometría plana y número natural en el caso de conjuntos numéricos.

Necesitamos estar seguros de lo que estamos aceptando como términos primitivos para no salirnos de este marco de referencia al formular nuestras definiciones. Habiendo decidido sobre los términos primitivos y definiciones, necesitamos luego un conjunto de axiomas para deducir teoremas utilizando reglas de inferencia.

Si denominamos "universo del discurso" o "conjunto universal" al conjunto de todas las palabras y símbolos aceptados para usarlos en un determinado razonamiento podemos resumir los principales ingredientes de una prueba como sigue:



Podemos construir una analogía con el juego de ajedrez. Las piezas tienen que partir de un arreglo dado sobre el tablero y se mueven después de acuerdo con un conjunto de reglas prescritas. Estas reglas no solamente establecen, por ejemplo, que la pieza llamada torre se puede mover sòlo paralelamente a los lados del tablero, sino que también incluyen otros enunciado bàsicos tales como "ningùn cuadro puede ser ocupado por màs de una pieza a la vez".

La analogía es:

32 cuadros blancos 32 cuadros negros 16 piezas blancas 16 piezas negras	Universo del Discurso
Disposición de los cuadros Posiciones permitidas para las piezas Posiciones iniciales	Axiomas
Reglas para mover las piezas	Reglas de Inferencia
Posiciones subsiguientes de las piezas	Teoremas

Debe tenerse sumo cuidado con lo que una definición o un teorema "no dicen" y de esa forma, evitar darles una extensión o una limitación injustificadas. Por eso es muy importante distinguir entre condición necesaria y condición suficiente, así como considerar las variantes del condicional, ya que la mayoría de los teoremas en matemàtica se presentan en la forma p --> q. (p es suficiente para q, q es necesario para p)

Si p --> q representa el condicional, sus variantes son:

1) q --> p (recíproca o conversa)

2) -p --> -q (inversa)

3) -q --> -p (contrarrecíproca o contrapositiva)

Ejercicios:

1) Reordene lo siguiente como un àrbol lògico.

   definición
   teorema
   axioma
   término primitivo

2) Formule ejemplos de sistemas matemàticos.

3) Establezca la recíproca, la inversa y la contrapositiva de las proposiciones dadas y exprese su valor de verdad:

   a) Si una figura plana es un cuadrado, entonces es un paralelogramo.

   b) Si un nùmero entero es par, entonces es divisible por 2.

   c) Si un nùmero real es entero, entonces es racional.

Métodos de Demostración

Una demostración matemàtica consiste en que a partir de una proposición verdadera R y empleando tautologías, se demuestra que una proposición S es verdadera.

La demostración de un teorema consiste en mostrar una argumentación convincente de que el teorema es consecuencia lógica de las hipótesis y teoremas ya demostrados. Son precisamente las tautologías las que determinan las reglas de inferencia lógica que se emplean para deducir un teorema a partir de proposiciones conocidas.

Este proceso de inferir una proposición q de las proposiciones dadas p1, p2, ..., pn, se llama razonamiento y se representa de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c} p1 \\ p2 \\ \vdots \\ pn \\ \hline \therefore \quad q \end{array}$$

Esto quiere decir que, como las proposiciones p1, p2, ..., pn, son verdaderas, por tanto, q es verdadera. A las proposiciones p1, p2, ..., pn, se les llama premisas del razonamiento y a q, conclusión. Se dice que tal razonamiento es vàlido si, y solamente sí, la proposición

$(p1 \wedge p2 \wedge \ldots \wedge pn) \rightarrow q$ es una tautología.

Para demostrar un teorema de la forma p --> q, comúnmente se empieza suponiendo que p es dado; después se construye una cadena de proposiciones de la forma p --> p1, p1 --> p2, ..., pn --> q, cada una de las cuales es una hipótesis dada de antemano o un teorema ya demostrado. Tan pronto se llega a la proposición pn --> q, de ello se concluye q.

GLOSARIO

Axioma — Un axioma es un enunciado acerca de objetos definidos, el cual se supone verdadero.

Axioma de inducción matemática — El axioma de inducción matemática es la afirmación de que si en un subconjunto S de los naturales, N, están 0 y k + 1 para todo k en S, entonces S = N.

Condición necesaria — Una condición necesaria es una condición que debe valer para que una proposición dada sea verdadera, pero que no garantiza la verdad de la proposición.

Condición suficiente — Una condición suficiente es una condición que garantiza la verdad de una proposición dada.

Contraejemplo — Un contraejemplo es un caso que refuta una conjetura cuantificada universalmente.

Cuantificador existencial — El cuantificador existencial es el prefijo "existe un x tal que" que se aplica a frases abiertas que contienen la variable x.

Cuantificador universal — El cuantificador universal es el prefijo "para todo x" que se aplica a frases abiertas que contienen la variable x.

Hipótesis — Una hipótesis es una proposición que se toma como punto de partida de una prueba.

Prueba directa — Una prueba directa es un argumento que conduce paso a paso de lo que se da o supone a lo que se va a probar.

Prueba indirecta — Una prueba indirecta es una prueba de algo que es equivalente a lo que se va a probar.

Prueba por contradicción — Una prueba por contradicción es una prueba de que una proposición, contradictoria a lo que queremos probar, es falsa.

Prueba por inducción matemática — Una prueba por inducción matemática es una en la cual se muestra que si una proposición es cierta para algún natural n, entonces también es cierta para n + 1 y que es cierta para un número natural específico.

Teorema — Un teorema es una deducción válida de un conjunto de axiomas y definiciones.

Teorema de existencia — Un teorema de existencia es una proposición existencialmente cuantificada que es verdadera.

Los métodos para demostración màs usados son los siguientes:

1) Demostración directa o por implicación.

Consiste en la aplicación del modus ponens, es decir, si la proposición p es verdadera y la implicación p --> q es verdadera, entonces q es verdadera.

2) Demostración indirecta.

El primer tipo de demostración indirecta se llama demostración por contraposición. Como el nombre lo indica, consiste en que para demostrar un teorema de la forma p --> q, se prueba la contrarrecíproca -q --> -p. Esto es verdadero puesto que -q --> -p es equivalente a p --> q.

El segundo tipo o variante de demostración indirecta de un teorema T consiste en establecer la verdad de T, probando la falsedad de su negación. Se muestra que la negación de T, conduce a una contradicción. Este método se llama demostración por contradicción o por reducción al absurdo.

3) Demostración por disyunción de casos.

Si las implicaciones p --> q y -p --> q son verdaderas, entonces q es verdadera por la tautología

$$[(p \dashrightarrow q) \wedge (-p \dashrightarrow q)] \dashrightarrow q$$

4) Demostración por contraejemplo.

Para demostrar la negación de una implicación p -/-> q se debe presentar un contraejemplo, es decir, un ejemplo en el cual p y -q son simultàneamnete verdaderas.

5) Demostración por inducción matemàtica.

El razonamiento se puede utilizar para demostrar que, cualquiera que sea el entero natural n, una proposición en la cual intervenga n es verdadera. Para eso es suficiente establecer que la afirmación es verdadera para el entero cero y que si es verdadera para el entero n, entonces es verdadera para el siguiente (sucesor) de n.

Nota: Para demostrar una proposición del tipo p <--> q , se procede a probar primero p --> q (suficiencia) y luego q --> p (necesidad). Debe recordarse que:

$$p \leftarrow\!\!\dashrightarrow q \text{ es equivalente a } (p \dashrightarrow q) \wedge (q \dashrightarrow p).$$

Ilustración de los Métodos de Demostración

Método Directo

Considere la demostración del siguiente teorema:

Si a y b son números pares, entonces a + b es un número par.

Dem.:

Suponga que a y b son números pares	p
Entonces, según la definición de número par, $2 \mid a$ y $2 \mid b$.	$p \rightarrow p1$
Esto significa que $a = 2m$ y $b = 2n$ para dos enteros m y n, según la definición de lo que significa un número entero divide a otro.	$p1 \rightarrow p2$
Pero, si $a = 2m$ y $b = 2n$, entonces $a + b = 2m + 2n = 2(m + n)$, por la propiedad distributiva	$p2 \rightarrow p3$
Como $a + b = 2(m + n)$ y m, n son enteros, $2 \mid (a + b)$	$p3 \rightarrow p4$
Si a + b es divisible por 2, a + b es par, según la definición de número par.	$p4 \rightarrow q$
Por tanto, a + b es un número par	$\therefore\ q$

Método Indirecto

a) Por contraposición

Probar que si el cuadrado de un número entero "a" es par, el entero considerado es par.

Contrapositiva: Si a es un número entero impar, entonces a^2 es un número entero impar.

Dem.:

a es un entero impar	Hipótesis
$a = 2n + 1$, n entero	Definición
$a^2 = (2n + 1)^2$	Propiedad mult. de la igualdad
$a^2 = 4n^2 + 4n + 1$	Des. de un binomio
$a^2 = 2(2n^2 + 2n) + 1$	Prop. asoc. y dist.
$2n^2 + 2n = e$, e entero	Prop. de cerradura
a^2 es un entero impar	Definición

b) Por reducción al absurdo (o por contradicción)

Probar que x es impar $\rightarrow$ x^2 es impar (x es entero)

Dem.:

Supongamos que x es impar y x^2 es par

Si x es impar, entonces $x = 2k + 1$ (k entero)

$$x^2 = (2k + 1)^2$$

$$= 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 2(2k^2 + 2k) + 1$$

x^2 es impar

x^2 es par y x^2 es impar (Contradicción)

Por contraejemplo

Sean p: n es un entero divisible por 6 y por 4

q: n es divisible por 24

Es verdad que p --> q ?. No, porque, por ejemplo, n = 12 hace que p y -q sean simultàneamente verdaderas.

Por lo tanto p -/-> q.

Previo a la ilustraciòn del método por inducciòn matemàtica se hace necesario algùn conocimiento sobre los nùmeros naturales.

Aquellos nùmeros que empleamos para contar se denominan nùmeros naturales, esto es, 0, 1, 2, 3, ... y poseemos un conocimiento intuitivo de ellos y de sus propiedades.

Para un estudio riguroso de los nùmeros naturales, han sido utilizados con màs frecuencia dos enfoques:

1) Definirlos a partir de la Teoría de Conjuntos.

2) Considerar nùmero natural como un término primitivo y establecer axiomas a partir de los cuales se pueda deducir sus propiedades.

Es preciso considerar estos nùmeros ordenados en una sucesiòn 0, 1, 2, 3, ..., en la cual podemos señalar de manera informal e intuitiva las siguientes características:

a) Se parte de un elemento especial, 0.

b) La sucesiòn no termina nunca ni se ramifica.

c) Tampoco se cierra sobre sí misma (como ocurre, por ejemplo, con los nùmeros en un reloj, en los cuales a 12 sigue el nùmero 1 de partida).

d) La sucesiòn no tiene "puntos de confluencia", es decir, ningùn elemento sigue inmediatamente a dos distintos.

e) No hay nùmeros naturales "intercalados entre" los de la sucesiòn, ni excluidos de ella: partiendo de 0 y pasando reiteradamente al siguiente elemento, se obtienen "todos" los nùmeros naturales.

Precisamente estas características condujeron a R. Dedekind y a G. Peano a fundamentar el concepto de número natural en cinco axiomas, a partir de los cuales se estudian sus propiedades, operaciones, etc.

Los axiomas de Peano son los siguientes:

I. 0 es un número natural
II. A cada número natural corresponde otro número natural llamado sucesor de él, unívocamente determinado.
III. 0 no es sucesor de ningún número.
IV. Un número natural no puede ser sucesor de dos distintos.
V. Si C es un subconjunto de los naturales que verifica:

i) 0 pertenece a C

ii) Si un número natural pertenece a C, también su sucesor pertenece a C

entonces, TODOS los números naturales pertenecen a C.

El axioma V, asimismo llamado axioma de recurrencia o de inducción, puede enunciarse también así:

"Un conjunto de números naturales al que pertenezcan 0 y el número siguiente de cada uno de sus elementos, es la totalidad de ellos".

En este axioma se basa el principio de inducción, que se aplica como método de definición (por recurrencia) y de demostración.

Teorema: Sea Pn una proposición que depende de un número natural n. Si

i) $p(0)$ es verdadera

ii) Para todo k natural, $p(k) \dashrightarrow p(k + 1)$

entonces la proposición $p(n)$ vale para todo número natural n.

Dem.: Sea C el conjunto de los números naturales k para los cuales $p(k)$ es verdadera. En virtud de las hipótesis i) y ii), C, como subconjunto de los naturales, N, cumple las condiciones i) y ii) del axioma V, y por tanto C = N. O sea, $P(n)$ es verdadera para todo n en N.

Nota: Simbólicamente se tiene que

$p(0) \wedge \forall k\ [\ p(k) \rightarrow p(k + 1)\ ] \rightarrow \forall n\ p(n)$

Al probar $p(0) \wedge \forall k\ [\ p(k) \rightarrow p(k + 1)\ ]$, por modus ponens se deduce $\forall n\ P(n)$.

Para probar $\forall n\ p(n)$, existen dos pasos:

1) Paso bàsico, probar $p(0)$

2) Paso inductivo, probar $\forall k\ [\ p(k) \rightarrow p(k + 1)\ ]$

Para explicar intuitivamente el proceso, imaginemos una interminable fila de soldaditos de metal (o piezas de dominó) que comienza en algún punto y continúa sin término.
Si cualquiera cae golpea automàticamente al siguiente y previsto que se golpee al primero para hacerlo caer, entonces todos los soldados caeràn.

Inducción matemàtica

Probar: Para todo n, $2^n < 2^{(n + 1)}$

Dem.:

$p(n): 2^n < 2^{(n + 1)}$

$p(0): 2^0 < 2^1$ (paso bàsico)

Supongamos que $p(k): 2^k < 2^{(k + 1)}$ es verdadera

$2\,(2^k) < 2\,(2^{(k + 1)})$, o sea, $2^{(k + 1)} < 2^{(k + 2)}$

Es decir, $p(k + 1)$ es verdadera (paso inductivo)

Ejercicios: Considere las expresiones Pn, Qn y Rn:

Pn: $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + n = n(n + 1)/2$

Qn: $2^n > n + 20$

Rn: $n^2 - n + 41$ es primo

a) Para qué valores de n son ciertas dichas expresiones?

b) Utilice el proceso de inducción matemàtica en su demostración.

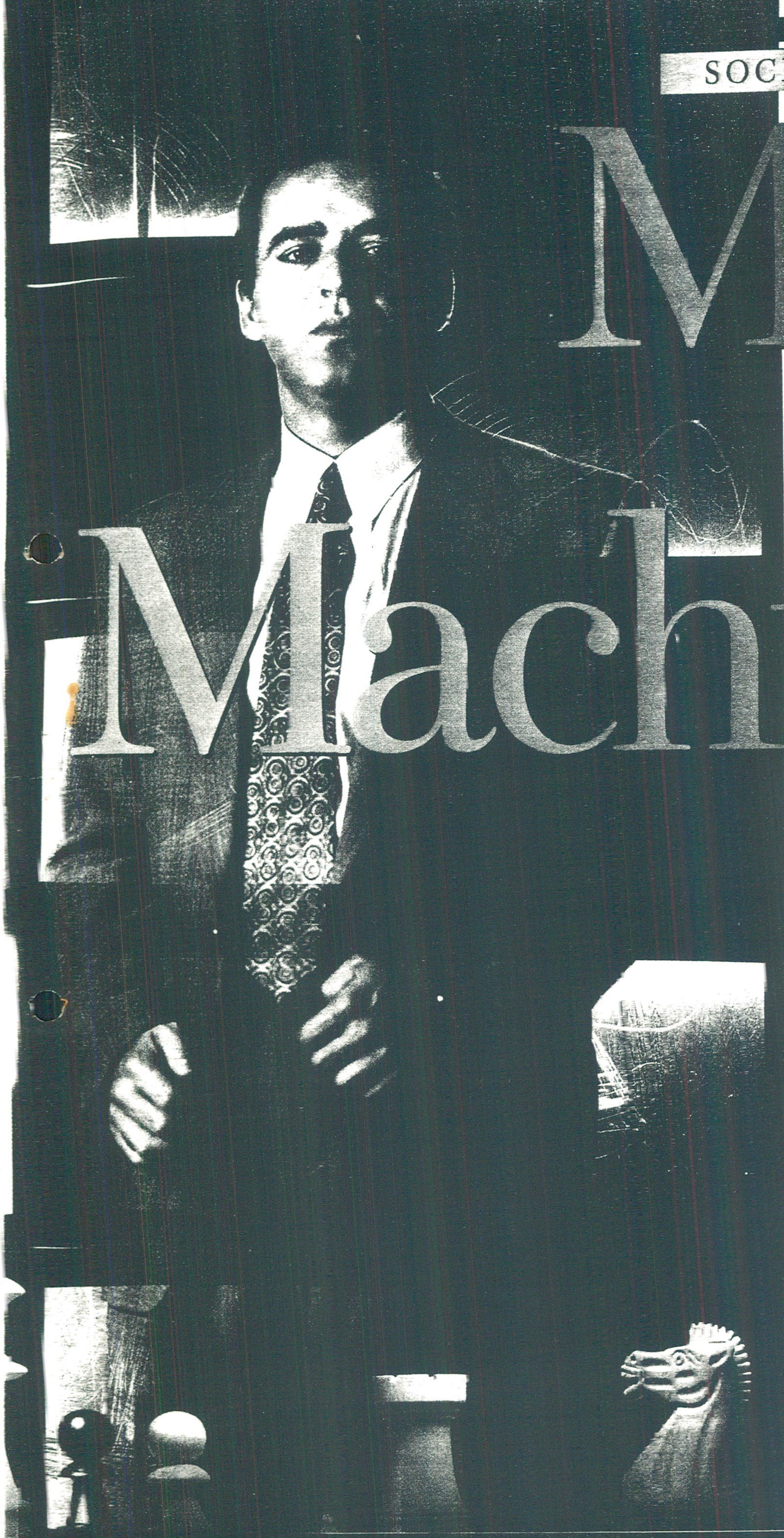


PHOTO ILLUSTRATION BY SANJAY KOTHARI. IBM TEAM BY NICK CARDILLICHIO. KASPAROV FROM OUTLINE.

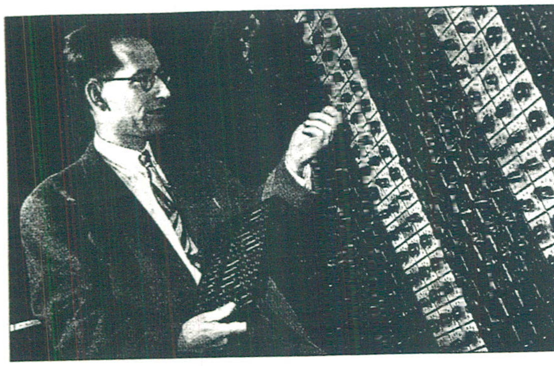
Man vs. Machine

As Garry Kasparov takes on Deep Blue, he's fighting for all of us. Whose side are you on?

BY STEVEN LEVY

THE HOPE OF HUMANITY IS IN a good mood. On a bitterly cold Sunday in late April in Moscow, less than a week before embarking for New York City to represent our species in a battle that may one day become the prime landmark in technology's ineluctable march to surpass its makers, Garry Kasparov is padding around his mother's roomy apartment in slippers, a knit vest and khakis. He is happy to chat with visitors about how he is training for his encounter with a sophisticated silicon beast, a supercomputer especially outfitted to whack the human race down a notch—specifically by humiliating Kasparov himself.

The nine-day showdown, a rematch of a battle won by Kasparov last year, began last Saturday at the Equitable Center in



SMARTER & SMARTER

In the space of 50 years, computers have gone from simply crunching numbers to challenging humans at their own games. A brief history:

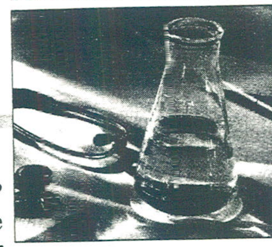
ENIAC: The beginning

1946 ENIAC The first fully electronic computer, it weighed 30 tons and contained 18,000 vacuum tubes.

1959 Geometry Theorem Prover An early artificial-intelligence program, GTP solved geometry problems more quickly by eliminating answers that were obviously wrong.

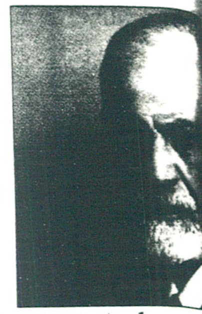
1965 DENDRAL Programmed with rules of chemistry, it combined them with logic to figure the molecular structure of chemicals much faster than humans.

DENDRAL: Chem whiz



1966 ELIZA By simply restructuring the user's sentences and spitting them back out, this program mimicked a psychotherapy session.

- prolog -



ELIZA: And your fat

1967 Mac Hack The program became the first meaningful chess oppo-

Then Garry Kasparov lost the first game.

It was perhaps the most shocking single-game defeat in a thousand years of pushing wood. "We were completely devastated," says his technical adviser Frederic Friedel. "There was a theoretical possibility that this machine plays better than God!"

But as Kasparov and his coaches analyzed all of Deep Blue's game, they discovered it had played some moves that God nor grandmaster would never have chosen. Kasparov set out to isolate and exploit Deep Blue's Achilles' heel. The next game, he says, "revealed fundamental weaknesses that could not be repaired during the match." And the match was even. But the champion had to fight to draw the next two games.

The fifth game proved decisive. After 23 moves, Kasparov offered a draw. The Deep Blue team huddled to determine whether to accept. Even though the machine's own ratings had it slightly behind, they decided to play on. Bad move. Almost immediately, Deep Blue made some tactical errors, and Kasparov convincingly turned the game around for a victory that clinched at least a tie.

By the final game, "I knew enough to put the computer in misery," boasts Kasparov, who did just that, vanquishing the computer and pocketing his $400,000 winner's share. But cognizant of his initial setback, he acknowledged that the IBM team had advanced computer intelligence to an alarming state. "I don't know if you can find a second player in the world who could recover on the second day after a painful defeat in front of the entire planet," Kasparov says. "But I'm a survivor. I had to go and win the next game. And that's what I did."

Can he do it again? Not if the Deep Blue team can help it. For the last 15 months, five computer scientists—two of whom have been on the project since its origin at Carnegie-Mellon in the mid-1980s—have been working overtime at the Thomas J. Watson Research center in Yorktown Heights, N.Y., remaking Deep Blue into a chess entity unlike any the world has ever seen. This time, they smell success.

"I truly think we have a system which is far superior to what we had last year," says C. J. Tan, who leads the Deep Blue team. "I anticipate that we will win this match, overwhelmingly. If Kasparov plays at the same level as he was last year, we will crush him."

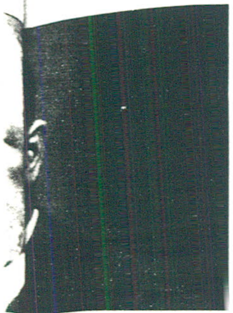
Why so confident they can win in 1997 when they could not in 1996? Because they have virtually remade their machine into a much better chess player: "It's inside-out, upside-down new," says research scientist Joe Hoane.

Deep Blue is smarter. The version of Deep Blue beaten by Kasparov was "a baby, and it didn't know too much about chess," says Feng-HsiungHsu, Deep Blue's original creator; Kasparov too easily exposed those flaws. So for more than a year now, IBM has run a "chess school" for its silicon prodigy. Grandmaster Joel Ben-

Deep thought: *Kasparov recovered from a first-game loss in 1996*

TED KOSTANS—SIPA

TOP, LEFT TO RIGHT: UPI—CORBIS-BETTMANN, PETE SALOUTAS—STOCK MARKET, AP, TOM MARESCHAL—IMAGE BANK, BECKY COHEN

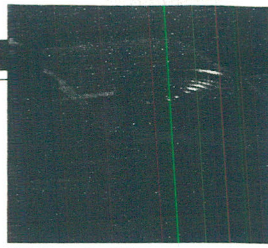


father's reaction?

nent to human players, competing against them in a tournament.

1975 SAM The Script Applier Mechanism could "read" and paraphrase newspaper stories and answer simple questions about their contents.

1970s AARON The result of more than 20 years of work by its artist creator, the world's first "nonhuman artist" creates its own paintings without human help. Its works have sold for $2,000.



Chinook: King me

1990 Tierra The program generates evolution in a machine by creating digital creatures and placing them in an electronic environment. Their world, complete with birth, death and mutation, is a virtual mirror of our own.

1994 Chinook A checkers program, it battled the then checkers champ, Florida A&M math professor Marion Tinsley, to a draw in six consecutive matches. He had lost only nine games since 1955.

1997 The Mars Rover On July 4, NASA's Mars probe will touch down and release it. It will explore the planet on its own and report back. ?

AARON: Coming soon to a gallery near you

jamin, working full time as a team member, would play the machine, find a weak evaluation in a certain kind of position and work with the programmers to deepen its understanding of that situation. As a result, the new version of Deep Blue software can consistently whip the 1996 model.

Deep Blue is more powerful. In early April, a newer, faster RS/6000 SP was delivered to the Watson Research Center. It essentially doubles Deep Blue's strongest weapon: the ability to search through millions of possibilities for the strongest move. Last year it could scan 100 million positions per second. The new machine, says Tan, can do 200 million a second. "Sometimes, 300 million," he says.

Deep Blue is more nimble. The programmers have been working on tools to allow them to make more significant adjustments between games. In 1996, they would notice some problems—for instance, a misevaluation of how a bishop worked in a certain position—but were afraid to make changes because they couldn't easily gauge how that change might affect other parts of the system. New software will allow them to make that sort of adjustment with confidence. "We'll never be as flexible as a human being," says Deep Blue scientist Murray Campbell. "But we'll be more flexible than last time."

You can't dismiss these computer scientists as nerds—the competitive juices are running at a near boil. Grandmaster Benjamin, in fact, sees a lot of similarities between chess masters and master programmers. Both are brilliant and obsessive, though "I think chess players like to drink more," he says.

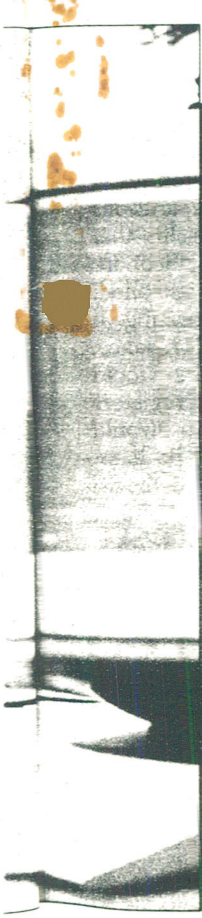
Still, at every turn the IBM team will tell you that the Deep Blue effort is not so much an attempt to wrest a part of humanity away from our species as it is a scientific experiment. (It's also great publicity for IBM's supercomputers, which are sold to companies involved in data-mining, molecular analysis and routing airplanes—in fact, the actual Deep Blue computer that will play next week has already been sold to an unidentified corporate customer.) "We're in this era right now, in 1997, where computers can help us solve problems better than we've ever solved problems before," says Campbell. "If the problem is playing chess better than the world champion, all of a sudden, today or this year or next year, we can do that. The important thing is whether we can then also solve other problems that people can't solve—problems that are really important."

If so, perhaps the lasting lesson of Deep Blue's extraordinary skill is that problems that seem to belong to the realm of human intelligence are potential sitting ducks for massive computational power. Even Kasparov, who half-jokingly vows to "defend the integrity of chess against this scientific idea to split everything into pure numbers," agrees that this is the way of the future.

"I have feelings that almost everything created by nature could be explained in pure numbers," he says. "The numbers can be huge, but theoretically, I think it's doable." In saying this, he is echoing the predictions of scientists who believe that we may ultimately discover rules by which complex systems operate and computers will be able to more accurately simulate everything from the weather to the bouncings of a roulette wheel. Already we use computers to try to figure out the palpitations of the body and the intricacies of international relations. In comparison, chess is a simple matter. All that stands in the way is Garry Kasparov.

Ultimately, this match will come down to a different kind of chess. Kasparov 's trademark is tossing lightning bolts at the board—making bold, unconventional moves that throw opponents off their game plan. But Deep Blue doesn't flinch at that stuff: it simply keeps calculating. Taking risks plays right into its hands. "At every move, you're on the edge," says Kasparov's adviser Freidel. "You make one mistake, and it's over."

On the other hand, all computer chess programs to date suffer from a generic flaw: a vacuum when it comes to long-term strategizing. When there's nothing really happening in the game, it flounders.



THE BRAIN

Kasparov will play differently against the computer than he would a human, minimizing his usual risky flourishes. He'll spend the early games identifying Deep Blue's weaknesses. He thinks his main disadvantage is his inability to study the computer's previous efforts; but he's confident that in the end he will have diagnosed the machine's flaws—and exploited them.