INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA

3

En la película *Shrek Tercero*, producida en 2007, Shrek busca al legítimo heredero del trono del Reino de Muy, Muy Lejano; mientras tanto, el Príncipe Encantador planea usurpar el trono. El príncipe, sabiendo que la nariz de Pinocho crece si este miente, pregunta a Pinocho.

PRÍNCIPE ENCANTADOR: Dime, marioneta, ¿dónde está Shrek?
PINOCHO: Bueno, yo no sé dónde no está.
PRÍNCIPE ENCANTADOR: ¿Me estás diciendo que no sabes dónde está Shrek?
PINOCHO: No sería inexacto suponer que no podría dejar de decirte que es o no es casi parcialmente incorrecto.
PRÍNCIPE ENCANTADOR: ¡Entonces, sabes dónde está!
PINOCHO: Al contrario, definitivamente diría que rechazo la idea de que sea posible, con cierta falta de incertidumbre, que yo innegablemente sepa o no sepa dónde podría estar, y si en verdad no estuviera donde no está. Incluso si no estuviera donde yo no sabía que estaba, eso podría significar. . .

Sin poder contener su frustración por las respuestas enredadas de Pinocho, uno de los tres pequeños cerdos dejó escapar la información de que Shrek había ido a buscar al legítimo heredero. El cerdo no pudo seguir la lógica de Pinocho, o la falta de lógica. En este capítulo, examinaremos los fundamentos del estudio de la lógica.

3.1 ENUNCIADOS Y CUANTIFICADORES

Enunciados • Negaciones • Símbolos • Cuantificadores • Cuantificadores y conjuntos de números

Gottfried Leibniz (1646-1716) fue un filósofo con intereses muy diversos y un universalista que intentó arreglar los conflictos católico-protestantes. Promovió el intercambio cultural entre Europa y el Este. Los ideogramas chinos lo impulsaron a buscar un simbolismo universal. Fue de los primeros creadores de la **lógica simbólica.**

Enunciados

Esta sección nos introduce al estudio de la **lógica simbólica**, la cual utiliza letras para representar enunciados, y símbolos para palabras tales como *y*, *o*, *no*. La lógica se utiliza en el estudio de los **valores de verdad** (es decir, la verdad o falsedad) de enunciados con muchos componentes (premisas). El valor de verdad de estos enunciados depende de sus componentes.

En el lenguaje ordinario se presentan muchas clases de oraciones, incluyendo enunciados objetivos, opiniones, comandos y preguntas. La lógica simbólica solo analiza el tipo de oraciones que implican hechos. Por **enunciado** se entiende una oración declarativa que es falsa o verdadera, pero no ambas cosas a la vez.

El correo electrónico proporciona un medio de comunicación
$12 + 6 = 13$
} Enunciados
Cada uno de ellos es verdadero o falso.

Revise el archivo
¿Ganaron los Santos el Súper Bowl?
Tim Lincecum es mejor jugador de béisbol que Cliff Lee.
Esta oración es falsa
} No son enunciados
No se puede identificar alguno como verdadero o falso

De las oraciones que no son enunciados, la primera es un comando, y la segunda es una pregunta. La tercera es una opinión. "Esta oración es falsa" es una paradoja: si suponemos que es verdadera, entonces la oración es falsa, y si suponemos que es falsa, entonces es verdadera.

Es posible formar un **enunciado compuesto** combinando dos o más enunciados. Los enunciados que forman un enunciado compuesto se llaman **enunciados componentes**. Se pueden usar varios **conectores lógicos**, o simplemente **conectores**, como ***y***, ***o***, ***no*** y ***si… entonces*** para formar enunciados compuestos. (Aunque un enunciado como "hoy no es martes" no contiene dos enunciados componentes, por conveniencia se considera compuesto, porque su valor de verdad se determina observando el valor de verdad de un enunciado diferente: "hoy es martes").

EJEMPLO 1 Determine si un enunciado es compuesto o no

Determine si cada enunciado es compuesto. Si es así, identifique el conector.

***a*)** Lord Byron escribió sonetos, y el poema tiene pentámetro yámbico.

***b*)** Usted puede pagarme ahora o puede pagarme después.

***c*)** Si él lo dijo, entonces debe ser verdad.

***d*)** Mi pistola es de la marca Smith y Wesson.

SOLUCIÓN

***a*)** Este enunciado es compuesto porque está formado por dos enunciados componentes, "Lord Byron escribió sonetos" y "el poema tiene pentámetro yámbico". El conector es *y*.

***b*)** Aquí el conector es *o*. El enunciado es compuesto.

c) El conector aquí es *si. . . entonces*, que se analiza con más detalle en la **sección 3.3**. El enunciado es compuesto.

d) Aunque la palabra "y" se usa en este enunciado, no se utiliza como un conector *lógico*. Es parte del nombre del fabricante. El enunciado no es compuesto.

Negaciones

La oración "Antonio Mansella tiene un camión rojo" es un enunciado. La **negación** de este enunciado es "Antonio Mansella no tiene un camión rojo". ***La negación de un enunciado verdadero lo vuelve falso, y la negación de un enunciado falso lo vuelve verdadero.***

EJEMPLO 2 Formación de negaciones

Realice la negación de cada enunciado.

a) Esa ciudad tiene un alcalde. *b*) La Luna no es un planeta.

SOLUCIÓN

a) Para negar este enunciado, introducimos *no* en la oración: "Esa ciudad no tiene un alcalde".

b) La negación es: "La Luna es un planeta".

Una manera de identificar negaciones incorrectas es revisar los valores de verdad. ***Una negación debe tener el valor de verdad opuesto al del enunciado original.***

El siguiente ejemplo usa algunos símbolos de desigualdad en la **tabla 1**. En el caso de una desigualdad que implica una variable, la negación debe tener el valor de verdad opuesto de *cualquier* sustitución de la variable.

TEST LOGIC
1: =
2: ≠
3: >
4: ≥
5: <
6: ≤

El menú TEST de la calculadora TI-83/84 Plus permite al usuario someter a prueba la falsedad o verdad de enunciados que implican los símbolos $=, \neq, >, \geq, <$ y $\leq$. Si un enunciado es verdadero, despliega un 1. Si es falso, un 0.

Tabla 1

Simbolismo	Significado	Ejemplos	
$a < b$	*a* es menor que *b*	$4 < 9$	$\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$
$a > b$	*a* es mayor que *b*	$6 > 2$	$-5 > -11$
$a \leq b$	*a* es menor que o igual a *b*	$8 \leq 10$	$3 \leq 3$
$a \geq b$	*a* es mayor que o igual a *b*	$-2 \geq -3$	$-5 \geq -5$

EJEMPLO 3 Negación de desigualdades

4<9
1
4>9
0

$4 < 9$ es verdad, como lo indica el 1.
$4 > 9$ es falso, como lo indica el 0.

Obtenga la negación de cada desigualdad. *No* use el símbolo con la diagonal.

a) $x < 9$ *b*) $7x + 11y \geq 77$

SOLUCIÓN

a) La negación de "*x* es menor que 9" es "*x no* es menor que 9". Como no podemos usar "no", lo cual requeriría que escribiéramos $x \not< 9$, la oración de negación queda como "*x* es mayor que o igual a 9", es decir,

$$x \geq 9.$$

b) La negación, sin usar el símbolo con la diagonal, es:

$$7x + 11y < 77.$$

```
TEST  LOGIC
1: and
2: or
3: xor
4: not(
```

El menú LOGIC de la calculadora TI-83/84 Plus permite al usuario probar la falsedad o verdad de enunciados que implican *y, o, o exclusivo* (véase el **ejercicio 77** de la **sección 3.2**) y *no.*

Símbolos

En el estudio de la lógica se usan símbolos. Los enunciados se representan con letras, como p, q o r. En la **tabla 2** se muestran varios símbolos conectores.

Tabla 2

Conector	Símbolo	Tipo de enunciado
y	$\wedge$	Conjunción
o	$\vee$	Disyunción
no	$\sim$	Negación

El símbolo $\sim$ representa el conector *no*. Si p representa el enunciado "Barack Obama fue presidente en 2009" entonces $\sim p$ representa "Barack Obama no fue presidente en 2009".

EJEMPLO 4 Conversión de símbolos a palabras

Considere que p representa "hoy estamos a 70º F", y q representa "hoy es martes". Escriba los siguientes enunciados simbólicos con palabras.

a) $p \vee q$ ***b)*** $\sim p \wedge q$ ***c)*** $\sim(p \vee q)$ ***d)*** $\sim(p \wedge q)$

SOLUCIÓN

a) De acuerdo con la tabla, $\vee$ simboliza *o*. Por lo tanto, $p \vee q$ representa

Hoy estamos a 70º F o es martes.

b) Hoy no estamos a 70º F y es martes.

c) No es el caso que hoy estamos a 70º F o es martes.

d) No es el caso que hoy estamos a 70º F y es martes.

El enunciado del **ejemplo 4*c*)** generalmente se expresa como "**Ni *p* ni *q***".

Aristóteles, el primero en sistematizar la lógica que usamos en la vida diaria, aparece aquí en un detalle de la pintura *La escuela de Atenas*, de Rafael. En la escena, debate un asunto con su maestro **Platón**.

Cuantificadores

Los cuantificadores se usan para indicar *cuántos* casos existen de una situación particular. Las palabras ***todo, toda, todos, todas, cada*** y ***ninguno*** se llaman **cuantificadores universales**, en tanto que palabras y oraciones como ***algunos, existen*** y ***al menos uno*** son cuantificadores existenciales. ***Hay que tener cuidado al formar una negación que implica cuantificadores.***

La negación de un enunciado debe ser falsa si el enunciado es verdadero, y debe ser verdadera si el enunciado es falso, en todos los casos posibles. Considere el siguiente enunciado:

Todas las mujeres en el grupo se llaman Mary.

Mucha gente escribiría la negación de este enunciado como "En el grupo no hay mujeres llamadas Mary" o "Todas las mujeres en el grupo no se llaman Mary". Pero ninguno de estos enunciados es correcto. Para ver por qué, observe los tres grupos siguientes.

Grupo I: Mary Jane Payne, Mary Meyer, Mary O'Hara
Grupo II: Mary Johnson, Lisa Pollak, Margaret Watson
Grupo III: Donna Garbarino, Paula Story, Rhonda Alessi, Kim Falgout

Estos grupos contienen todas las posibilidades que se deben considerar. En el grupo I, *todas* las mujeres se llaman Mary. En el grupo II, *algunas* mujeres se llaman Mary. En el grupo III, *ninguna* mujer se llama Mary. Observe los valores de verdad en la **tabla 3** de la página siguiente, y tenga en mente que "alguno" significa "al menos uno (y posiblemente todos)".

Tabla 3 Valores de verdad aplicados a:

	Grupo I	Grupo II	Grupo III	
(1) Todas las mujeres en el grupo se llaman Mary. **(Enunciado inicial)**	V	F	F	
(2) En el grupo no hay mujeres llamadas Mary. **(Posible negación)**	F	F	V	Negación
(3) Todas las mujeres en el grupo no se llaman Mary. **(Posible negación)**	F	F	V	
(4) Algunas mujeres en el grupo no se llaman Mary. **(Posible negación)**	F	V	V	

La negación del enunciado inicial (1) debe tener valores de verdad opuestos en *todos* los casos. Se puede ver que los enunciados (2) y (3) no satisfacen esta condición (para el grupo II), pero sí el enunciado (4). Se puede concluir que la negación correcta para: "Todas las mujeres en el grupo se llaman Mary" es: "Algunas mujeres en el grupo no se llaman Mary". Otras maneras de establecer la negación incluyen lo siguiente.

No todas las mujeres en el grupo se llaman Mary.

No es el caso que todas las mujeres en el grupo se llaman Mary.

Al menos una mujer en el grupo no se llama Mary.

La **tabla 4** muestra cómo obtener la negación de un enunciado que implica cuantificadores.

Tabla 4 Negaciones de enunciados con cuantificadores

Enunciado	Negación
Todos lo hacen.	Alguno no lo hace. (Equivalente: No todos lo hacen).
Alguno lo hace.	Ninguno lo hace. (Equivalente: Todos no lo hacen).

La negación de la negación de un enunciado es simplemente el enunciado mismo. Por ejemplo, las negaciones de los enunciados en la columna Negación son simplemente los enunciados originales de la columna Enunciado. Por ejemplo, la negación de "alguno no lo hace" es "todos lo hacen".

EJEMPLO 5 Formación de negaciones de enunciados cuantificados

Obtenga la negación de cada enunciado.

a) Algunos gatos tienen pulgas. ***b)*** Algunos gatos no tienen pulgas.

c) Ningún gato tiene pulgas.

SOLUCIÓN

a) Como *algunos* significa "al menos uno", el enunciado "Algunos gatos tienen pulgas" es realmente lo mismo que "Al menos un gato tiene pulgas". La negación de esto es

"Ningún gato tiene pulgas".

b) El enunciado "Algunos gatos no tienen pulgas" dice que al menos un gato, en algún sitio, no tiene pulgas. La negación de esto es

"Todos los gatos tienen pulgas".

c) La negación es "Algunos gatos tienen pulgas".

Evite la respuesta incorrecta "Todos los gatos tienen pulgas". ▮▮▮

Cuantificadores y conjuntos de números

Con anterioridad se presentaron los conjuntos de números.

Conjuntos de números

Números naturales o cardinales $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Números enteros no negativos $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Enteros $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Números racionales $\left\{\frac{p}{q} \,\middle|\, p \text{ y } q \text{ son enteros y } q \neq 0\right\}$

(*Ejemplos*: $\frac{3}{5}$, $-\frac{7}{9}$, 5, 0. Cualquier número racional se puede expresar como un número con terminación decimal exacta, como 0.25, o como un número decimal periódico, como 0.666 . . .)

Números reales $\{x \mid x$ es un número que se puede expresar como un decimal$\}$

Números irracionales $\{x \mid x$ es un número real y no se puede expresar como un cociente de números enteros$\}$

(*Ejemplos*: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, π. Las representaciones decimales de los números irracionales no tienen terminaciones decimales exactas ni periódicas).

EJEMPLO 6 Determine si los enunciados con cuantificadores son verdaderos o falsos

Determine si cada enunciado que implica un cuantificador es *verdadero* o *falso*.

a) Existe un número entero no negativo que no es un número natural.

b) Todo entero es un número natural.

c) Todo número natural es un número racional.

d) Existe un número irracional que no es real.

SOLUCIÓN

a) Como existe este número entero no negativo (es 0), el enunciado es verdadero.

b) Este enunciado es falso, debido a que podemos obtener al menos un número entero que no sea un número natural. Por ejemplo, −1 es un número entero, pero no es un número natural.

c) Como todo número natural se puede escribir como una fracción con denominador igual a 1, este enunciado es verdadero.

d) Para ser un número irracional, un número primero debe ser real. Como no podemos obtener un número irracional que no sea real, este enunciado es falso. (Si pudiéramos obtener al menos uno, el enunciado sería verdadero).

3.1 EJERCICIOS

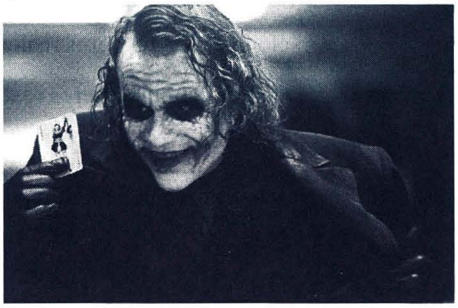
Determine si se trata de un enunciado o no.

1. El 2 de febrero de 2009 fue lunes.
2. El código postal de Óscar, en Los Ángeles, es 70762.
3. Escuchen, mis niños, y oirán la cabalgata de medianoche de Paul Revere.
4. Ceda el paso al tráfico en sentido contrario.
5. $5 + 9 \neq 14$ y $4 - 1 = 12$
6. $5 + 9 \neq 12$ o $4 - 2 = 5$
7. Algunos números son positivos.

8. Millard Fillmore fue presidente de Estados Unidos en 1851.

9. Los accidentes son la principal causa de muerte de niños menores de 7 años.

10. *The Dark Knight (El caballero de la noche)* fue la película que logró mayor recaudación en 2008.



11. ¿A dónde vas a ir mañana?

12. Compórtate y siéntate.

13. Kevin "Catfish" McCarthy una vez tomó una ducha continua que duró 340 horas, 40 minutos.

14. Un galón de leche pesa más de tres libras.

Indique si cada enunciado es compuesto o no.

15. Leo *Detroit Free Press* y *Sacramento Bee*.

16. Mi hermano se casó en Copenhague.

17. Mañana es sábado.

18. Mamie Zwettler es menor de 18 años, al igual que su amiga Emma Lister.

19. La esposa de Jay Beckenstein adora los helados Ben and Jerry.

20. En la leyenda de la parte trasera del automóvil se lee: "¡Canadá o nada!".

21. Si Lorri Morgan vende su cuota, entonces Michele Cook será feliz.

22. Si Bobby es un político, entonces Mitch es un pillo.

Escriba una negación para cada enunciado.

23. El nombre de su tía es Hermione.

24. Las flores se van a regar.

25. Todos los perros tienen su día.

26. Hoy no llovió en el sur de California.

27. Algunos libros son más grandes que este.

28. Todos los estudiantes presentes tendrán otra oportunidad.

29. Ningún técnico de computadoras puede jugar blackjack.

30. Algunas personas tienen mucha suerte.

31. Todo el mundo ama a alguien alguna vez.

32. Todo mundo ama a un ganador.

Dé una negación para cada desigualdad. No use el símbolo con la diagonal.

33. $x > 12$

34. $x < -6$

35. $x \geq 5$

36. $x \leq 19$

37. Intente negar el enunciado "El número exacto de palabras en esta oración es diez" y vea qué pasa. Explique el problema que se presenta.

38. Explique por qué la negación de "$x > 5$" no es "$x < 5$".

Considere que p representa el enunciado "Ella tiene ojos verdes", *mientras que q representa el enunciado* "Ella tiene 60 años". *Convierta a palabras cada enunciado simbólico compuesto.*

39. $\sim p$

40. $\sim q$

41. $p \wedge q$

42. $p \vee q$

43. $\sim p \vee q$

44. $p \wedge \sim q$

45. $\sim p \vee \sim q$

46. $\sim p \wedge \sim q$

47. $\sim(\sim p \wedge q)$

48. $\sim(p \vee \sim q)$

Considere que p representa el enunciado "Chris colecciona DVD", *y q representa* "Josh es un especialista en arte". *Convierta a símbolos cada enunciado compuesto.*

49. Chris colecciona DVD y Josh no es un especialista en arte.

50. Chris no colecciona DVD o Josh no es un especialista en arte.

51. Chris no colecciona DVD o Josh es un especialista en arte.

52. Josh es un especialista en arte y Chris no colecciona DVD.

53. Ni Chris colecciona DVD ni Josh es un especialista en arte.

54. Josh es un especialista en arte o Chris colecciona DVD, y no es el caso que Josh sea un especialista en arte y Chris coleccione DVD.

55. Con frecuencia los cuantificadores se utilizan de forma inadecuada en el lenguaje cotidiano. Suponga que usted oye que una cadena de artículos electrónicos está ofreciendo un 40% de descuento, y la publicidad en radio dice: "Todos los artículos no están disponibles en todas las tiendas". ¿Usted cree que, traducido literalmente, el comercial realmente significa lo que dice? ¿Cuál cree usted que es el significado real? Explique su respuesta.

56. Repita el **ejercicio 55** con lo siguiente: "Todas las personas no tienen tiempo para dedicarse a dar mantenimiento adecuado a su vehículo".

Remítase a los grupos de ilustraciones identificados como A, B *y* C, *e identifique con una letra el grupo o grupos que satisfacen los enunciados que se presentan más adelante y que implican cuantificadores.*

A

B

C

57. Todas las pinturas tienen marcos.

58. Ninguna pintura tiene marco.

59. Al menos una pintura no tiene marco.

60. No todas las pinturas tienen marco.

61. Al menos una pintura tiene marco.

62. Ninguna pintura no tiene marco.

63. Todas las pinturas no tienen marco.

64. No todas las pinturas no tienen marco.

Determine si cada enunciado de los ejercicios 65 a 74 que implica un cuantificador es verdadero *o* falso.

65. Todos los números enteros no negativos son enteros.

66. Todos los números naturales son enteros.

67. Existe un número racional que no es un número entero.

68. Existe un número entero que no es un número natural.

69. Todos los números racionales son números reales.

70. Todos los números irracionales son números reales.

71. Algunos números racionales no son enteros.

72. Algunos números enteros no negativos no son números racionales.

73. Todo número entero no negativo es un número positivo.

74. Todo número racional es un número positivo.

75. Explique la diferencia entre los siguientes enunciados.

Todos los estudiantes no pasaron el examen.

No todos los estudiantes pasaron el examen.

76. El enunciado "Para algún número real x, $x^2 \geq 0$" es verdadero. Sin embargo, uno de sus amigos no entiende por qué, pues afirma que $x^2 \geq 0$ es verdadero para *todos* los números reales x (y no solamente para *alguno*). ¿Cómo le explicaría que esa idea es errónea?

77. Escriba el siguiente enunciado usando "todos": No hay nadie aquí que no lo haya hecho en un momento o en otro.

78. Sólo uno de estos enunciados es verdadero. ¿Cuál es?

A. Para algún número real x, $x \not< 0$.

B. Para todos los números reales x, $x^3 > 0$.

C. Para todos los números reales x menores que 0, x^2 también es menor que 0.

D. Para algún número real x, $x^2 < 0$.

3.2 TABLAS DE VERDAD Y ENUNCIADOS EQUIVALENTES

Conjunciones • Disyunciones • Negaciones • Enunciados matemáticos • Tablas de verdad • Método alternativo de construcción de tablas de verdad • Enunciados equivalentes y leyes de De Morgan

Conjunciones

Los valores de verdad de los enunciados componentes se utilizan para obtener los valores de verdad de los enunciados compuestos. Para comenzar, debemos identificar los valores de verdad de la **conjunción *p* y *q*,** representada por $p \wedge q$. Aquí, el conector *y* implica la idea de "ambos". El siguiente enunciado es verdadero, porque cada enunciado componente es verdadero.

El lunes sigue inmediatamente al domingo, y marzo sigue inmediatamente a febrero.

Verdadero

Por otro lado, el siguiente enunciado es falso, aun cuando una parte del enunciado (el lunes sigue inmediatamente al domingo) es verdadero.

El lunes sigue inmediatamente al domingo, y marzo sigue inmediatamente a enero.
Falso

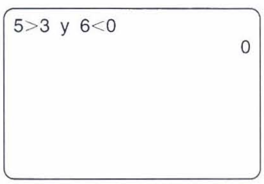
Para que la conjunción $p \wedge q$ sea verdadera, tanto p como q deben ser verdaderos. Este resultado se resume en una tabla, llamada **tabla de verdad**, la cual muestra las cuatro combinaciones posibles de valores de verdad para la conjunción p y q.

Tabla de verdad de la conjunción p y q

p y q

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

EJEMPLO 1 Obtención del valor de verdad de una conjunción



La calculadora despliega un "0" para indicar que $5 > 3$ *y* $6 < 0$ es un enunciado falso.

Considere que p representa "$5 > 3$", en tanto que q representa "$6 < 0$". Obtenga el valor de verdad de $p \wedge q$.

SOLUCIÓN

Aquí p es verdadero y q es falso. Observando la segunda fila de la tabla de verdad de la conjunción vemos que $p \wedge q$ es falso.

En algunos casos, se usa el conector lógico *pero* en enunciados compuestos.

Él quiere ir a las montañas, pero ella quiere ir a la playa.

Aquí, *pero* se usa en lugar de *y* para dar un énfasis diferente al enunciado. Consideramos este enunciado de la misma forma como consideraríamos la conjunción usando la palabra *y*. Entonces, se aplicaría la tabla de verdad de la conjunción presentada antes.

Disyunciones

En el lenguaje común, el vocablo *o* puede ser ambiguo. La expresión "esto o aquello" puede significar "esto o aquello o ambos", o "esto o aquello, pero no ambos". Por ejemplo, considere el siguiente enunciado.

Pintaré la pared o pintaré el techo.

Este enunciado significa probablemente: "Pintaré la pared o pintaré el techo o pintaré ambos". Por otro lado, considere el siguiente enunciado.

Conduciré el Lexus o el BMW para ir a la tienda.

Esto probablemente significa "Conduciré el Lexus o el BMW para ir a la tienda, pero no conduciré ambos".

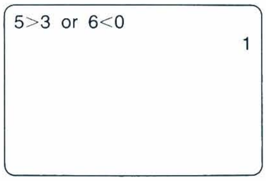
El símbolo $\vee$ representa el primer *o* descrito. Es decir,

$p \vee q$ **significa "*p* o *q* o ambos".** Disyunción

Con este significado de *o*, $p \vee q$ se conoce como **disyunción inclusiva**, o simplemente **disyunción** de p y q. En el leguaje cotidiano, la disyunción implica la idea de "cualquiera". Por ejemplo, considere la siguiente disyunción.

Tengo veinticinco centavos o tengo diez centavos.

Esto es verdad siempre que tenga una moneda de 25 centavos o una de diez centavos o ambas. La única manera en que esta disyunción pudiera ser falsa sería si yo no tengo ninguna moneda. ***La disyunción $p \vee q$ es falsa solo si ambos enunciados componentes son falsos.***



La calculadora despliega un "1" si $5 > 3$ *o* $6 < 0$, para indicar que el enunciado es verdadero.

Tabla de verdad de una disyunción *p* o *q*

p* o *q

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EJEMPLO 2 Obtención del valor de verdad de una disyunción

Considere que p representa "$5 > 3$", mientras que q representa "$6 < 0$". Obtenga la tabla de verdad de $p \vee q$.

SOLUCIÓN

Aquí, como en el **ejemplo 1**, p es verdadero y q es falso. La segunda fila de la tabla de verdad de la disyunción indica que $p \vee q$ es verdad. ▮▮▮

Tabla 5

Enunciado	Razón por la que es verdadero
$8 \geq 8$	$8 = 8$
$3 \geq 1$	$3 > 1$
$-5 \leq -3$	$-5 < -3$
$-4 \leq -4$	$-4 = -4$

El símbolo $\geq$ se lee como "**es mayor que o igual a**", mientras que $\leq$ se lee como "**es menor que o igual a**". Si a y b son números reales, entonces $a \leq b$ es verdadero si $a < b$ o $a = b$. La **tabla 5**, que aparece en el margen, muestra varios enunciados y las razones por las que son verdaderos.

Negaciones

La **negación** de un enunciado p, simbolizada como $\boldsymbol{\sim p}$, debe tener el valor de verdad opuesto al del enunciado p mismo. Esto genera la tabla de verdad de la negación.

Tabla de verdad de la negación "no *p*"

no *p*

p	$\sim p$
V	F
F	V

EJEMPLO 3 Obtención del valor de verdad de un enunciado compuesto

Suponga que p es falso, q verdadero, y r falso. ¿Cuál es el valor de verdad del enunciado compuesto $\sim p \wedge (q \vee \sim r)$?

SOLUCIÓN

Aquí el paréntesis se usa para agrupar q y $\sim r$. Se trabaja primero dentro del paréntesis. Como r es falso, $\sim r$ es verdadero. Como $\sim r$ es verdadero y q es verdadero, se obtiene el valor de verdad de $q \vee \sim r$ observando la primera fila de la tabla de verdad de *o*. Esta fila da como resultado *V*.

Como p es falso, $\sim p$ es verdadero y el valor de verdad final de $\sim p \wedge (q \vee \sim r)$ se obtiene en la fila superior de la tabla de verdad de *y*. A partir de la tabla de verdad de *y*, cuando $\sim p$ es verdadero, y $q \vee \sim r$ es verdadero, el enunciado

$$\sim p \wedge (q \vee \sim r) \qquad \text{es verdadero.}$$

Podemos usar como atajo un método simbólico que implica la sustitución de enunciados con sus valores de verdad, haciendo que V represente un enunciado verdadero y F un enunciado falso.

$$\sim p \wedge (q \vee \sim r)$$
$$\sim \mathrm{F} \wedge (\mathrm{V} \vee \sim \mathrm{F})$$ Primero se trabaja dentro del paréntesis.
$$\mathrm{V} \wedge (\mathrm{V} \vee \mathrm{V})$$ ~F da T.
$$\mathrm{V} \wedge \mathrm{V}$$ T ∨ T da T.

El enunciado compuesto es verdadero. → T   T ∧ T da T. ▮▮▮

Enunciados matemáticos

Se pueden usar tablas de verdad para determinar los valores de verdad de enunciados matemáticos compuestos.

EJEMPLO 4 Determine si un enunciado matemático compuesto es verdadero o falso

```
not(3>2) and not (5<4)
                              0
not((3>2) and (5<4))
                              1
```

El **ejemplo 4*a*)** explica por qué

$$\sim(3 > 2) \wedge [\sim(5 < 4)]$$

es falso. La calculadora despliega un 0. Para un enunciado verdadero como

$$\sim[(3 > 2) \wedge (5 < 4)],$$

despliega un 1.

Considere que p representa el enunciado $3 > 2$, mientras que q representa $5 < 4$, y r representa $3 < 8$. Indique si cada enunciado es *verdadero* o *falso*.

a) $\sim p \wedge \sim q$ ***b)*** $\sim(p \wedge q)$ ***c)*** $(\sim p \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim p)$

SOLUCIÓN

a) Como p es verdadero, $\sim p$ es falso. En la tabla de verdad de *y*, si una parte de un enunciado "*y*" es falsa, el enunciado completo es falso.

$$\sim p \wedge \sim q \text{ es falso.}$$

b) Para $\sim(p \wedge q)$ se trabaja primero dentro del paréntesis. Como p es verdadero y q es falso, $p \wedge q$ es falso, como se ve en la tabla de verdad de *y*. Luego, aplicamos la negación. La negación de un enunciado falso es verdadera.

$$\sim(p \wedge q) \text{ es verdadero.}$$

c) Aquí, p es verdadero, q es falso, y r es verdadero. Esto hace a $\sim p$ falso y a $\sim q$ verdadero. De acuerdo con la tabla de verdad de *y*, $\sim p \wedge r$ es falso, y $\sim q \wedge \sim p$ también es falso. De acuerdo con la tabla de verdad de *o*,

$$(\underset{\mathrm{F}}{\underset{\downarrow}{\sim p \wedge r}}) \vee (\underset{\mathrm{F}}{\underset{\downarrow}{\sim q \wedge \sim p}}) \text{ es falso.}$$

(Alternativamente, véase el **ejemplo 8*b***)) ▮▮▮

George Boole (1815-1864) creció en la pobreza. Su padre, un comerciante londinense, le dio sus primeras clases de matemáticas y le enseñó cómo fabricar instrumentos ópticos. Boole fue fundamentalmente autodidacta. A los 16 años trabajó en una escuela primaria y a los 20 años abrió su propia escuela. Estudió matemáticas en su tiempo libre. Murió de una enfermedad pulmonar a los 49 años.

Las ideas de Boole se han utilizado en el diseño de sistemas de computadoras y teléfonos.

Cuando un cuantificador se utiliza con una conjunción o una disyunción, debemos tener cuidado al determinar el valor de verdad, como se muestra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 5 Determine si un enunciado matemático cuantificado es falso o verdadero

Determine si cada enunciado es *verdadero* o *falso*.

a) Para algún número real x, $x < 5$ y $x > 2$.

b) Para todos los números reales x, $x > 0$ o $x < 1$.

c) Para todos los números reales x, $x^2 > 0$.

SOLUCIÓN

a) Sustituyendo x por 3 (por ejemplo), se obtiene $3 < 5$ y $3 > 2$. Como ambos son enunciados verdaderos, el enunciado inicial es verdadero de acuerdo con la tabla de verdad de *y*. (Recuerde: *Alguno* significa "al menos uno").

b) Sin importar con cuál número se intente sustituir a x, al menos uno de los dos enunciados

$$x > 0, \quad x < 1$$

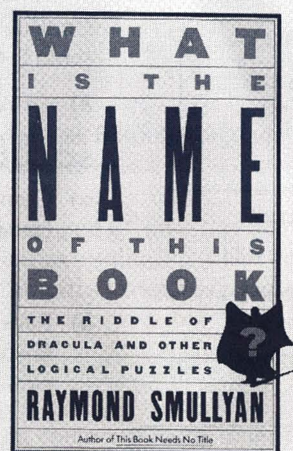
es verdadero. Como un enunciado "o" es verdadero si uno o ambos enunciados componentes son verdaderos, el enunciado inicial completo es verdadero.

c) Como el cuantificador es universal, solo necesitamos encontrar un caso en el cual la desigualdad sea falsa para hacer falso el enunciado completo. ¿Podemos obtener un número real cuyo cuadrado no sea positivo (es decir, no mayor que 0)? Sí, claro: el 0 es el *único* número real cuyo cuadrado no es positivo. Este enunciado es falso.

Para reflexionar

¿De quién es la fotografía que estoy mirando?

Raymond Smullyan es uno de los escritores más destacados de acertijos lógicos. Actualmente este profesor de matemáticas y filosofía está retirado de la Universidad de Indiana y ha escrito varios libros de lógica recreativa, incluyendo, *What Is the Name of This Book?*, *The Lady or the Tiger?* y *Alice in Puzzleland*. El primero de estos libros incluye el siguiente acertijo, el cual ha circulado por muchos años.



Para investigación individual o en grupo

Un hombre está mirando una fotografía. Alguien le pregunta: "¿De quién es la fotografía que está mirando?". Él contesta: "No tengo hermanos ni hermanas, pero el padre de este hombre es el padre de mi hijo. ("El padre de este hombre" significa, desde luego, el padre del hombre de la fotografía).

¿De quién es la fotografía que estaba mirando el hombre? (La respuesta se encuentra en la **página 96**.)

p	q	Enunciado compuesto
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Tablas de verdad

En los ejemplos anteriores, el valor de verdad de un enunciado determinado se obtenía consultando las tablas de verdad básicas. A la larga, es más fácil crear primero una tabla de verdad completa para el enunciado inicial. Luego, los valores de verdad finales se pueden leer directamente en esta tabla.

En este libro, usaremos el formato estándar mostrado en el margen para listar los valores de verdad posibles en enunciados compuestos que impliquen dos enunciados componentes.

EJEMPLO 6 Construcción de tablas de verdad

Considere el enunciado $(\sim p \wedge q) \vee \sim q$.

a) Elabore una tabla de verdad.

b) Suponga que tanto p como q son verdaderos. Obtenga el valor de verdad del enunciado compuesto.

p	q	$\sim p$
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

SOLUCIÓN

a) Se inicia listando todas las combinaciones posibles de valores de verdad para p y q, como antes. Luego liste los valores de verdad de $\sim p$, los cuales son opuestos a los de p, como se muestra en la tabla que aparece en el margen.

Use solo la columna "$\sim p$" y la columna "q", junto con la tabla de verdad de *y*, para obtener los valores de verdad de $\sim p \wedge q$. Lístelos en una columna separada.

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

Luego incluya una columna para $\sim q$.

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

Finalmente, incluya una columna para el enunciado compuesto completo. Para obtener los valores de verdad, use *o* para combinar $\sim p \wedge q$ con $\sim q$.

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim q$	$(\sim p \wedge q) \vee \sim q$
V	V	F	F	F	F
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	V

b) Observe la primera fila de la tabla de verdad anterior, donde tanto p como q tienen valores de verdad T (verdadero). Lea a lo largo de la fila para ver que el enunciado compuesto es falso.

EJEMPLO 7 Elaboración de una tabla de verdad

Elabore la tabla de verdad para $p \wedge (\sim p \vee \sim q)$.

SOLUCIÓN

Proceda como se muestra.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \wedge (\sim p \vee \sim q)$
V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	F

Émilie, Marquesa de Châtelet (1706-1749) participó en actividades científicas después de la generación de Newton y Leibniz. Educada en ciencias, música y literatura, fue estudiante de matemáticas en la época (1733) en que inició una larga relación intelectual con el filósofo **François Voltaire** (1694-1778). Voltaire y ella compitieron independientemente en 1738 por el premio ofrecido por la Academia Francesa sobre el tema del fuego. Aun cuando Du Châtelet no ganó, su disertación fue publicada por la Academia en 1744.

Si un enunciado compuesto implica tres enunciados componentes, p, q y r, usaremos el siguiente formato estándar en la construcción de la tabla de verdad.

p	q	r	**Enunciado compuesto**
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

EJEMPLO 8 Elaboración de una tabla de verdad

Considere el enunciado $(\sim p \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim p)$.

a) Elabore una tabla de verdad.

b) Suponga que p es verdadero, q es falso, y r es verdadero. Obtenga el valor de verdad de este enunciado.

SOLUCIÓN

a) Existen tres enunciados componentes: p, q y r. Por lo tanto, la tabla de verdad requiere ocho filas para listar todas las combinaciones posibles de los valores de verdad de p, q y r. La tabla de verdad final se puede obtener de manera muy similar a las obtenidas anteriormente.

p	q	r	$\sim p$	$\sim p \wedge r$	$\sim q$	$\sim q \wedge \sim p$	$(\sim p \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim p)$
V	V	V	F	F	F	F	F
V	V	F	F	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V

b) En la tercera fila de la tabla de verdad, en el inciso ***a***), vemos que el enunciado compuesto es falso. (Este es un método alternativo para trabajar el inciso **c)** del **ejemplo 4**.

Respuesta al problema de *¿De quién es la fotografía que estoy mirando?*

La mayoría de la gente contesta incorrectamente diciendo que el hombre está mirando su propia fotografía. La respuesta correcta es que el hombre mira la fotografía de su hijo.

Smullyan ayuda al lector a entender por qué ésta es la respuesta correcta: como no tiene hermanos, "el padre de mi hijo" se refiere a él mismo, de modo que la segunda parte del problema se puede redactar de otra manera: "Por lo tanto, el padre de este hombre soy yo mismo". Por consiguiente, el hombre de la fotografía debe ser su propio hijo.

SUGERENCIA PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS Una estrategia para la solución de problemas es identificar un patrón y usar razonamiento inductivo. Esta estrategia se aplica en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 9 Uso del razonamiento inductivo

Si n es un número cardinal, y un enunciado lógico está compuesto por n enunciados componentes, ¿cuántas filas aparecerán en la tabla de verdad del enunciado compuesto?

SOLUCIÓN

Para contestar esta pregunta, examinamos algunas de las tablas de verdad de esta sección. La tabla de verdad de la negación tiene un enunciado y dos filas. Las tablas de verdad de la conjunción y la disyunción tienen dos enunciados componentes, y cada una tiene cuatro filas. La tabla de verdad del **ejemplo 8*a*)** incluye tres enunciados componentes y ocho filas.

El resumen de la **tabla 6** (que aparece en el margen) revela el patrón obtenido anteriormente. El razonamiento inductivo nos lleva a la conjetura de que si un enunciado lógico tiene n componentes, tendrá 2^n filas. Esto se demuestra usando conceptos más avanzados.

Tabla 6

Número de enunciados	Número de filas
1	$2 = 2^1$
2	$4 = 2^2$
3	$8 = 2^3$

El resultado del **ejemplo 9** nos recuerda la fórmula del número de subconjuntos de un conjunto que incluye n elementos.

Número de filas en una tabla de verdad

Un enunciado lógico con n enunciados componentes tiene 2^n filas en su tabla de verdad.

Método alternativo de construcción de tablas de verdad

Después de elaborar un número razonable de tablas de verdad, algunas personas prefieren el método corto mostrado en el **ejemplo 10**, el cual se utilizó también en los **ejemplos 6 y 8**.

EJEMPLO 10 Elaboración de tablas de verdad

Elabore la tabla de verdad de cada enunciado compuesto.

a) $(\sim p \wedge q) \vee \sim q$ *b)* $(\sim p \wedge r) \vee (\sim q \wedge \sim p)$

SOLUCIÓN

a) Se inicia insertando valores de verdad para $\sim p$ y q. Luego, use la tabla de verdad de *y* para obtener los valores de verdad de $\sim p \wedge q$.

p	q	$(\sim p$	$\wedge$	$q)$	$\vee$	$\sim q$
V	V	F		V		
V	F	F		F		
F	V	V		V		
F	F	V		F		

p	q	$(\sim p$	$\wedge$	$q)$	$\vee$	$\sim q$
V	V	F	F	V		
V	F	F	F	F		
F	V	V	V	V		
F	F	V	F	F		

Ahora ignore las dos columnas preliminares de los valores de verdad para $\sim p$ y q, e inserte valores de verdad para $\sim q$. Finalmente, use la tabla de verdad de *o*.

p	q	$(\sim p \wedge q)$	$\vee$	$\sim q$
V	V	F		F
V	F	F		V
F	V	V		F
F	F	F		V

p	q	$(\sim p \wedge q)$	$\vee$	$\sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	V	F
F	F	F	V	V

Estos pasos se pueden resumir como sigue.

p	q	$(\sim p$	$\wedge$	$q)$	$\vee$	$\sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V
		1	2	1	4	3

Los números dentro de los círculos indican el orden en el cual se obtuvieron las diferentes columnas de la tabla de verdad.

b) Trabaje como sigue.

p	q	r	$(\sim p$	$\wedge$	$r)$	$\vee$	$(\sim q$	$\wedge$	$\sim p)$
V	V	V	F	F	V	F	F	F	F
V	V	F	F	F	F	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F	V	F	F
V	F	F	F	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	F	V	V	V	V
			1	2	1	5	3	4	3

Los números denVro del círculo indican el orden.

Enunciados equivalentes y leyes de De Morgan

Dos enunciados son **equivalentes** si tienen el mismo valor de verdad en *todas* las situaciones posibles. Las columnas de las dos tablas de verdad que fueron las últimas en completarse, serán las mismas para enunciados equivalentes.

EJEMPLO 11 Identificación de dos enunciados equivalentes

¿Son equivalentes los dos enunciados siguientes?

$$\sim p \wedge \sim q \quad \text{y} \quad \sim(p \vee q)$$

SOLUCIÓN

Elabore una tabla de verdad para cada enunciado.

p	q	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

p	q	$\sim(p \vee q)$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Puesto que los valores de verdad son los mismos en todos los casos, como se muestra en las columnas grises, los enunciados $\sim p \wedge \sim q$ y $\sim(p \vee q)$ son equivalentes. La equivalencia se representa con el símbolo de tres barras $\equiv$.

$$\sim p \wedge \sim q \equiv \sim(p \vee q)$$

De la misma manera, los enunciados $\sim p \vee \sim q$ y $\sim(p \wedge q)$ son equivalentes. Estas equivalencias se llaman *leyes de De Morgan*.

Leyes de De Morgan para enunciados lógicos

Para enunciados p y q cualesquiera, las siguientes equivalencias son válidas.

$$\sim(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \equiv \sim\boldsymbol{p} \wedge \sim\boldsymbol{q} \quad \text{y} \quad \sim(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}) \equiv \sim\boldsymbol{p} \vee \sim\boldsymbol{q}$$

(Compare los enunciados lógicos de las leyes de De Morgan con las versiones de conjuntos de la **página 64**). Las leyes de De Morgan se usan para obtener la negación de ciertos enunciados compuestos.

EJEMPLO 12 Aplicación de las leyes de De Morgan

Obtenga la negación de cada enunciado aplicando las leyes de De Morgan.

a) Obtuve una A o una B. ***b)*** Ella no lo intentará y él ganará.

c) $\sim p \vee (q \wedge \sim p)$

SOLUCIÓN

a) Si p representa "obtuve una A" y q representa "obtuve una B", entonces el enunciado compuesto se representa como $p \vee q$. La negación de $p \vee q$ es $\sim(p \vee q)$. De acuerdo con una de las leyes de De Morgan, esto es equivalente a

$$\sim p \wedge \sim q,$$

o, en palabras, **No obtuve una A y no obtuve una B.**

Esta negación es razonable (el enunciado original dice que obtuve una A o una B). La negación dice que no obtuve *ni una A ni una B*.

b) A partir de una de las leyes de De Morgan, $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$, de modo que la negación se convierte en

Ella lo intentará o él no ganará.

c) Se niegan ambos enunciados componentes y se cambia $\vee$ por $\wedge$.

$$\sim[\sim p \vee (q \wedge \sim p)] \equiv p \wedge \sim(q \wedge \sim p)$$

Ahora se aplica nuevamente la ley de De Morgan.

$$\begin{aligned} p \wedge \sim(q \wedge \sim p) &\equiv p \wedge (\sim q \vee \sim(\sim p)) \\ &\equiv p \wedge (\sim q \vee p) \end{aligned}$$

Una tabla de verdad mostrará que los enunciados

$\sim p \vee (q \wedge \sim p)$ y $p \wedge (\sim q \vee p)$ son negaciones uno del otro.

3.2 EJERCICIOS

Con base en los conceptos presentados en esta sección, resuelva los ejercicios 1 a 6.

1. Si q es falso, ¿cuál es el valor de verdad del enunciado $(p \wedge \sim q) \wedge q$?

2. Si q es verdadero, ¿cuál es el valor de verdad del enunciado $q \vee (q \wedge \sim p)$?

3. Si el enunciado $p \wedge q$ es verdadero y p es verdadero, entonces q debe ser ________.

4. Si el enunciado $p \vee q$ es falso y p es falso, entonces q debe ser ________.

5. Si $\sim(p \vee q)$ es verdadero, ¿cuáles deben ser los valores de verdad de los enunciados componentes?

6. Si $\sim(p \wedge q)$ es falso, ¿cuáles deben ser los valores de verdad de los enunciados componentes?

Considere que p representa un enunciado falso y q representa un enunciado verdadero. Obtenga el valor verdadero del enunciado compuesto dado.

7. $\sim p$ **8.** $\sim q$

9. $p \vee q$ **10.** $p \wedge q$

11. $p \vee \sim q$ **12.** $\sim p \wedge q$

13. $\sim p \vee \sim q$ **14.** $p \wedge \sim q$

15. $\sim(p \wedge \sim q)$ **16.** $\sim(\sim p \vee \sim q)$

17. $\sim[\sim p \wedge (\sim q \vee p)]$ **18.** $\sim[(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q]$

19. El enunciado $6 \geq 2$, ¿es una conjunción o una disyunción? ¿Por qué?

20. ¿Por qué el enunciado $8 \geq 3$ es verdadero? ¿Por qué $5 \geq 5$ es verdadero?

Considere que p representa un enunciado verdadero, en tanto que q y r representan enunciados falsos. Obtenga el valor de verdad del enunciado compuesto proporcionado.

21. $(p \wedge r) \vee \sim q$ **22.** $(q \vee \sim r) \wedge p$

23. $p \wedge (q \vee r)$ **24.** $(\sim p \wedge q) \vee \sim r$

25. $\sim(p \wedge q) \wedge (r \vee \sim q)$ **26.** $(\sim r \wedge \sim q) \vee (\sim r \wedge q)$

27. $\sim[(\sim p \wedge q) \vee r]$ **28.** $\sim[r \vee (\sim q \wedge \sim p)]$

29. $\sim[\sim q \vee (r \wedge \sim p)]$

30. ¿Cuál es el único caso posible en el cual el enunciado $(p \wedge \sim q) \wedge \sim r$ es verdadero?

Considere que p representa el enunciado $16 < 8$, en tanto que q representa el enunciado $5 \not> 4$, y *r* representa el enunciado $17 \leq 17$. *Obtenga el valor de verdad del enunciado compuesto proporcionado.*

31. $p \wedge r$ **32.** $p \vee \sim q$

33. $\sim q \vee \sim r$ **34.** $\sim p \wedge \sim r$

35. $(p \wedge q) \vee r$ **36.** $\sim p \vee (\sim r \vee \sim q)$

37. $(\sim r \wedge q) \vee \sim p$ **38.** $\sim(p \vee \sim q) \vee \sim r$

Indique cuál es el número de filas en la tabla de verdad de cada enunciado compuesto.

39. $p \vee \sim r$ **40.** $p \wedge (r \wedge \sim s)$

41. $(\sim p \wedge q) \vee (\sim r \vee \sim s) \wedge r$

42. $[(p \vee q) \wedge (r \wedge s)] \wedge (t \vee \sim p)$

43. $[(\sim p \wedge \sim q) \wedge (\sim r \wedge s \wedge \sim t)] \wedge (\sim u \vee \sim v)$

44. $[(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim r \vee \sim s)]$
$\vee [(\sim m \wedge \sim n) \wedge (u \wedge \sim v)]$

45. Si la tabla de verdad de cierto enunciado compuesto tiene 128 filas, ¿cuántos enunciados componentes distintos tiene?

46. ¿Es posible que la tabla de verdad de un enunciado compuesto tenga exactamente 54 filas? ¿Por qué?

Elabore una tabla de verdad para cada enunciado compuesto.

47. $\sim p \wedge q$ **48.** $\sim p \vee \sim q$

49. $\sim(p \wedge q)$ **50.** $p \vee \sim q$

51. $(q \vee \sim p) \vee \sim q$ **52.** $(p \wedge \sim q) \wedge p$

53. $\sim q \wedge (\sim p \vee q)$

54. $\sim p \vee (\sim q \wedge \sim p)$

55. $(p \vee \sim q) \wedge (p \wedge q)$

56. $(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q)$

57. $(\sim p \wedge q) \wedge r$

58. $r \vee (p \wedge \sim q)$

59. $(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim r \vee \sim p)$

60. $(\sim r \vee \sim p) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

61. $\sim(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim r \vee \sim s)$

62. $(\sim r \vee s) \wedge (\sim p \wedge q)$

Use una de las leyes de De Morgan para escribir la negación de cada enunciado.

63. Me puede pagar ahora o me puede pagar después.

64. No voy o va ella.

65. Es verano y no hay nieve.

66. $\frac{1}{2}$ es un número positivo y -9 es menor que cero.

67. Dije sí, pero ella dijo no.

68. Dan La Chapelle intentó vender el software, pero no lo logró.

69. $6 - 1 = 5$ y $9 + 13 \neq 7$

70. $8 < 10$ o $5 \neq 2$

71. Prancer o Vixen traerán el trineo de renos de Santa la próxima Navidad.

72. El abogado y el cliente comparecieron en la corte.

Identifique cada enunciado como verdadero o falso.

73. Para todos los números reales x, $x < 14$ o $x > 6$.

74. Para todos los números reales x, $x > 9$ o $x < 9$.

75. Existe un número entero n tal que $n > 0$ y $n < 0$.

76. Para algún número entero n, $n \geq 3$ y $n \leq 3$.

77. Complete la tabla de verdad *para la disyunción exclusiva*. El símbolo $\underline{\vee}$ representa "uno u otro es verdadero, pero no ambos".

p	q	$p \underline{\vee} q$
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

Disyunción exclusiva

78. Los abogados algunas veces usan la frase "y/o". ¿A qué acepción de la palabra "*o*" es equivalente esta frase: disyunción inclusiva o exclusiva?

Identifique si cada enunciado compuesto es verdadero *o* falso. *Recuerde que* $\underline{\vee}$ *es la* disyunción exclusiva del **ejercicio 77**.

79. $3 + 1 = 4 \;\underline{\vee}\; 2 + 5 = 7$

80. $3 + 1 = 4 \;\underline{\vee}\; 2 + 5 = 10$

81. $3 + 1 = 6 \;\underline{\vee}\; 2 + 5 = 7$

82. $3 + 1 = 12 \;\underline{\vee}\; 2 + 5 = 10$

83. En su libro *The Lady or the Tiger and Other Logic Puzzles*, Raymond Smullyan plantea el siguiente problema, que surge de la breve historia clásica de Frank Stockton, en la cual un prisionero debe elegir entre dos puertas: atrás de una hay una hermosa dama, y detrás de la otra un tigre hambriento.

¿Cuál debe elegir si cada puerta tiene un letrero, y el hombre sabe que solo uno de los letreros es verdadero?

El letrero de la puerta 1 dice:

EN ESTE CUARTO HAY UNA DAMA Y EN EL OTRO CUARTO HAY UN TIGRE.

El letrero de la puerta 2 dice:

EN UNO DE ESTOS CUARTOS HAY UNA DAMA Y EN UNO DE ESTOS CUARTOS HAY UN TIGRE.

Con esta información, el hombre podrá elegir la puerta correcta. ¿Usted podría?

84. En los libros de Raymond Smullyan, se narran historias acerca de una isla en la cual ciertos habitantes se llaman caballeros y otros se llaman truhanes. Los caballeros siempre dicen la verdad y los truhanes siempre mienten. Cada habitante es un caballero o un truhan.

Tres habitantes (A, B y C) están juntos en un jardín. Pasa un extranjero por ahí y pregunta al habitante A: "¿Es usted caballero o truhan?". A contestó, pero su respuesta fue muy confusa, de modo que el extranjero no pudo saber lo que dijo. Entonces el extranjero preguntó a B: "¿Qué dijo A?". B contestó: "A dijo que es un truhan". En ese momento, el tercer habitante, C, dijo: "No le creas a B; ¡está mintiendo!".

La pregunta es: ¿Qué son B y C?

3.3 EL CONDICIONAL Y LOS CIRCUITOS

Condicionales • Negación de un condicional • Circuitos

En su reseña de cinco estrellas de *Field of Dreams*, publicada en el *Chicago Sun-Times (Campos de sueños)* del 21 de abril de 1989, el crítico de cine, Roger Ebert, dio una explicación de por qué la película se ha vuelto un clásico estadounidense.

Hay un discurso en esta película acerca del béisbol que es tan sencillo y real que rompe el corazón. Y la actitud hacia todos los jugadores refleja esa postura. ¿Por qué regresan de más allá de la grandeza y juegan en este maizal? No para hacer un gran anuncio que cause conmoción, sino simplemente para batear y jugar un poco, y recordarnos que hay una época de bondad e inocencia.

La fotografía de arriba fue tomada en 2007 en Dyersville, Iowa, en el lugar real de filmación. La leyenda "Ray ama a Annie" en un asiento de la tribuna se puede ver en una toma rápida de la película. Se ha erosionado con el tiempo.

Condicionales

"Si lo construyes, él vendrá".
(La voz en la película *Field of Dreams*).

Ray Kinsella, un granjero de Iowa en la película *Field of Dreams (Campo de sueños)*, escucha una voz proveniente del cielo. Nadie más, ni siquiera su esposa Annie, la puede oír. Ray la interpreta como una promesa de que si él construye un campo de béisbol en este maizal, entonces el fantasma de Shoeless Joe Jackson (una estrella del béisbol de principios del siglo xx) vendría a jugar en él.

Esta promesa se presenta en forma de un enunciado condicional. Un enunciado **condicional** es un enunciado compuesto que usa el conector *si . . . entonces*.

Si leo mucho tiempo, *entonces* me cansaré.
Si la mirada matara, *entonces* estaría muerto.
Si él no regresa pronto, *entonces* debes ir a buscarlo.
} Enunciados condicionales

En cada uno de estos enunciados condicionales, el componente que viene después de la palabra *si* establece una condición (aunque no necesariamente la única) para que el enunciado que viene después de *entonces* sea verdadero. Por ejemplo, "Si la temperatura rebasa los 90° F, entonces iré a las montañas" establece una posible condición para ir a las montañas: si la temperatura rebasa los 90° F.

El condicional se escribe con una flecha, de modo que "si p, entonces q" se simboliza como sigue.

$$p \rightarrow q \quad \text{si } p, \text{ entonces } q.$$

$p \rightarrow q$ se lee como **"p implica q"** o **"si p, entonces q"**. En el condicional $p \rightarrow q$, el enunciado p es el **antecedente**, mientras que q es el **consecuente**.

El conector condicional no siempre se establece explícitamente. Es decir, en una expresión cotidiana podría estar "escondido". Por ejemplo, considere el siguiente enunciado.

Las muchachas grandes no lloran.

Esto se puede escribir en la forma *si . . . entonces*, como

Si eres una muchacha grande, *entonces* no lloras.

Como otro ejemplo, considere este enunciado.

Es difícil estudiar cuando estás distraído.

Esto se puede escribir como

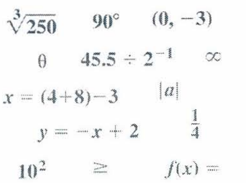
Si estás distraído, *entonces* es difícil estudiar.

En la frase citada "Si lo construyes, él vendrá", de la película *Field of Dreams*, la palabra "*entonces*" no se menciona, pero se sobreentiende a partir del contexto del enunciado. "Tú constrúyelo" es el antecedente, y "él vendrá" es el consecuente.

La tabla de verdad condicional es un poco más difícil de definir que las tablas de la sección anterior. Para ver cómo se define la tabla de verdad condicional, analizaremos un enunciado pronunciado por un político, la senadora Laura Kennedy.

Si resulto electa, entonces los impuestos bajarán.

Existen cuatro combinaciones posibles de valores de verdad para los dos enunciados componentes. Hagamos que p represente "resulto electa" y que q represente "los impuestos bajarán".



La importancia de los **símbolos** fue enfatizada por el filósofo especialista en lógica, **Charles Sanders Peirce** (1839-1914), quien afirmó que la naturaleza humana corresponde a la de organismos que usan símbolos y signos. "La notación simbólica es la mitad de las matemáticas", dijo alguna vez Bertrand Rusell.

Al analizar las cuatro posibilidades, es conveniente pensar en términos de lo siguiente: "¿La senadora Laura Kennedy mintió?". Si mintió, entonces el enunciado condicional se considera falso. Si no mintió, entonces el enunciado condicional se considera verdadero.

Posibilidad	¿Electa?	¿Disminución de impuestos?	
1	Sí	Sí	p es T, q es T.
2	Sí	No	p es T, q es F.
3	No	Sí	p es F, q es T.
4	No	No	p es F, q es F.

Las cuatro posibilidades son como sigue:

1. En el primer caso se supone que la senadora fue electa y los impuestos disminuyeron (p *es* V, q es V). La senadora dijo la verdad, de manera que se coloca V en la primera fila de la tabla de verdad. (No estamos diciendo que los impuestos disminuyeron *porque* fue electa. Es posible que ella no haya tenido nada que ver en el asunto).
2. En el segundo caso se supone que la senadora resultó electa y los impuestos no disminuyeron (p es V, q es F). Entonces la senadora no dijo la verdad (es decir, mintió). Entonces colocamos una F en la segunda fila de la tabla de verdad.
3. En el tercer caso se supone que la senadora fue derrotada, pero los impuestos bajaron de todos modos (p es F, q es V). La senadora no mintió. Ella prometió una reducción de impuestos solo si resultaba electa. No dijo nada acerca de lo que sucedería si no resultaba electa. De hecho, su promesa de campaña no da información acerca de lo que sucedería si perdía. Como no podemos decir que la senadora mintió, colocamos una V en la tercera fila de la tabla de verdad. (Véase la nota al margen).
4. En el último caso se supone que la senadora fue derrotada y los impuestos no bajaron (p es F, q es F). No podemos culparla, porque ella prometió reducir impuestos solo si resultaba electa. Por lo tanto, se coloca una V en la última fila de la tabla de verdad.

¡Usted miente! (o ¿usted miente?)
Concedido, la V del caso 3 es menos evidente que la F del caso 2. Sin embargo, las leyes de la lógica simbólica permiten solo uno de dos valores de verdad. Puesto que no se puede establecer que miente en el caso 3, otorgamos a la senadora el beneficio de la duda. Asimismo, cualquier enunciado condicional se declara verdadero siempre que su antecedente sea falso.

La tabla de verdad completa del condicional es como sigue.

Tabla de verdad del condicional Si p, entonces q

Si p, entonces q

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

El uso del conector condicional no implica de ninguna manera una relación de causa y efecto. Dos enunciados cualesquiera pueden tener una flecha colocada entre ellos para formar un enunciado compuesto. Considere este ejemplo.

Si apruebo matemáticas, entonces saldrá el sol al día siguiente.

El enunciado es verdadero, porque el consecuente es verdadero. (Véase el recuadro de características especiales que aparece después del **ejemplo 1** de la siguiente página). Sin embargo, no existe conexión de causa y efecto entre mi aprobación de matemáticas y la salida del sol. El sol saldrá sin importar la calificación que obtenga.

EJEMPLO 1 Obtención del valor de verdad de un condicional

Considerando que p, q y r son falsos, obtenga el valor de verdad del enunciado.

$$(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim r \rightarrow q)$$

SOLUCIÓN

Usando el método corto explicado en el **ejemplo 3** de la sección anterior, podemos sustituir p, q y r por una F (puesto que todos son falsos) y proceder como antes, usando las tablas de verdad de la negación y el condicional cuando sea necesario.

$$\begin{array}{rcll} (p \rightarrow \sim q) & \rightarrow & (\sim r \rightarrow q) & \\ (\mathrm{F} \rightarrow \sim \mathrm{F}) & \rightarrow & (\sim \mathrm{F} \rightarrow \mathrm{F}) & \\ (\mathrm{F} \rightarrow \mathrm{V}) & \rightarrow & (\mathrm{V} \rightarrow \mathrm{F}) & \text{Usando la tabla de verdad de la negación.} \\ \mathrm{V} & \rightarrow & \mathrm{F} & \text{Usando la tabla de verdad del condicional.} \\ & \mathbf{F} & & \end{array}$$

El enunciado $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim r \rightarrow q)$ es falso cuando p, q y r son falsos.

```
PROGRAM:SIGN
: Input A
: If A>0
: Then
: Disp "POSITIVE"
:
:
```

```
PROGRAM:SIGN
:
: Else
: Disp "NOT POSITIVE"
: End
:
```

```
prgmSIGN
?3
POSITIVE
                    Done
```

```
prgmSIGN
?-5
NOT POSITIVE
                    Done
```

Los enunciados **condicionales** son útiles en la elaboración de programas. El breve programa de las primeras dos pantallas determina si un número es positivo. Observe las líneas que inician con *if* (si) y *then* (entonces).

Características especiales de enunciados condicionales

1. $p \rightarrow q$ es falso solo cuando el antecedente es *verdadero* y el consecuente es *falso*.
2. Si el antecedente es *falso*, entonces $p \rightarrow q$ automáticamente es *verdadero*.
3. Si el consecuente es *verdadero*, entonces $p \rightarrow q$ automáticamente es *verdadero*.

EJEMPLO 2 Determine si un condicional es verdadero o falso

Escriba *verdadero* o *falso* junto a cada enunciado, según considere pertinente. Aquí V representa un enunciado verdadero, y F representa un enunciado falso.

a) $\mathrm{V} \rightarrow (7 = 3)$ ***b)*** $(8 < 2) \rightarrow \mathrm{F}$ ***c)*** $(4 \neq 3 + 1) \rightarrow \mathrm{V}$

SOLUCIÓN

a) Como el antecedente es verdadero, mientras que el consecuente $7 = 3$ es falso, el enunciado en cuestión es falso debido a la primera característica mencionada en el recuadro anterior.

b) El antecedente es falso, de modo que el enunciado en cuestión es verdadero debido a la segunda característica.

c) El consecuente es verdadero, por lo que el enunciado es verdadero de acuerdo con la tercera característica de los enunciados condicionales.

EJEMPLO 3 Elaboración de tablas de verdad

Elabore una tabla de verdad para cada enunciado.

a) $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge q)$ ***b)*** $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$

SOLUCIÓN

a) Inserte los valores de verdad de $\sim p$ y $\sim q$. Obtenga los valores de verdad de $\sim p \rightarrow \sim q$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$
V	V	F	F	**V**
V	F	F	V	**V**
F	V	V	F	**F**
F	F	V	V	**V**

Luego, use $\sim p$ y q para obtener los valores de verdad de $\sim p \wedge q$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim p \wedge q$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F

Ahora obtenga los valores de verdad de $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge q)$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	F	F

***b*)** Para $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$, ejecute los pasos de forma similar a como procedió anteriormente.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$
V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V

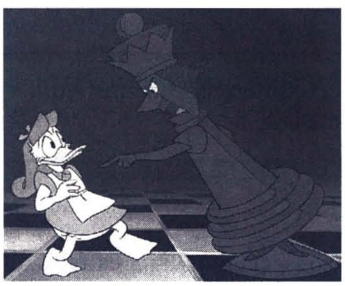
Como muestra la tabla de verdad del **ejemplo 3*b*)**, el enunciado

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \vee q)$$

siempre es verdadero, sin importar los valores de verdad de los componentes. Un enunciado como este se conoce como **tautología**. Otros ejemplos de tautologías (como se puede comprobar elaborando sus tablas de verdad) son

$$p \vee \sim p, \quad p \rightarrow p, \quad \text{y} \quad (\sim p \vee \sim q) \rightarrow \sim(p \wedge q). \qquad \text{Tautologías}$$

Las tablas de verdad del **ejemplo 3** también se pueden obtener por el método alternativo descrito en la **sección 3.2.**



En el cortometraje de Disney de 1959 *Donald in Mathmagicland (Donald en el país de las matemáticas)*, el pato Donald, vestido como Alicia en *A través del espejo*, de Lewis Carroll, es atacado por "un grupo de piezas de ajedrez nada amistosas". La lógica y el **ajedrez** han estado asociados durante siglos. La mayoría de los investigadores están de acuerdo en que el ajedrez data de 1500 años atrás, y que proviene del norte de la India y Afganistán, siguiendo rutas a través de Persia.

Los buenos jugadores de ajedrez confían en la memoria, la imaginación, la determinación y la inspiración. Son pensadores de patrones que usan conjuntos tradicionales de consecuencias y probabilidades.

Finalmente, la lógica no necesariamente determina el resultado final de un juego de ajedrez; si así fuera, los humanos no tendrían oportunidad cuando enfrentan a computadoras impersonales devoradoras de números.

Fuentes: www.imdb.com, Walter A. Smart.

Negación de un condicional

Suponga que alguien menciona el siguiente enunciado condicional.

"Si llueve, entonces llevaré mi paraguas".

¿Cuándo le estará mintiendo esta persona? El único caso en el cual usted es engañado es cuando llueve *y* esa persona *no* lleva el paraguas. Haciendo que p represente "llueve" y q represente "llevo mi paraguas", se puede suponer que el enunciado simbólico

$$p \wedge \sim q$$

es una opción para la negación de $p \rightarrow q$. Esto implicaría que

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q.$$

Este es claramente el caso, como lo indica la siguiente tabla de verdad.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

Negación de $p \rightarrow q$

La negación de $p \rightarrow q$ es $p \wedge \sim q$.

Puesto que

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q,$$

al negar cada expresión obtenemos

$$\sim[\sim(p \rightarrow q)] \equiv \sim(p \wedge \sim q).$$

El lado izquierdo de la equivalencia anterior es $p \rightarrow q$, y se puede aplicar una de las leyes de De Morgan al lado derecho.

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee \sim(\sim q)$$
$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Este resultado final indica que se puede escribir un condicional como disyunción.

Expresión de un condicional como disyunción

$p \rightarrow q$ es equivalente a $\sim p \vee q$.

EJEMPLO 4 Obtención de negaciones

Determine la negación de cada enunciado.

a) Si lo construyes, él vendrá. *b*) Todos los perros tienen pulgas.

No intente negar un condicional con otro condicional

SOLUCIÓN

a) Si b representa "lo construyes" y q representa "él vendrá", entonces el enunciado en cuestión se puede simbolizar como $b \rightarrow q$. La negación de $b \rightarrow q$, como se mostró anteriormente, es $b \wedge \sim q$, de modo que la negación del enunciado es

Constrúyelo y él no vendrá.

b) Primero, debemos restablecer el enunciado inicial a la forma *si . . . entonces*.

Si es un perro, entonces tiene pulgas.

Con base en nuestro análisis anterior, la negación es

Es un perro y no tiene pulgas. ∎∎∎

Como se vio en el **ejemplo 4**, la negación de un enunciado condicional se escribe como una conjunción.

EJEMPLO 5 Obtención de enunciados equivalentes a partir de enunciados condicionales

Escriba cada enunciado condicional como un enunciado equivalente sin usar *si . . . entonces*.

a) Si los Indios de Cleveland ganan el campeonato, entonces Johnny irá a la Serie Mundial.

b) Si es Borden's, tiene que ser bueno.

SOLUCIÓN

a) Como el condicional $p \rightarrow q$ es equivalente a $\sim p \vee q$, hagamos que p represente "Los Indios de Cleveland ganan el campeonato" y q represente "Johnny irá a la Serie Mundial". Se reformula el condicional como

Los Indios de Cleveland no ganan el campeonato o Johnny irá a la Serie Mundial.

b) Si p representa "es Borden's" y q representa "tiene que ser bueno", el condicional se puede reformular como

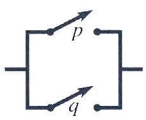
No es Borden's o tiene que ser bueno.

Circuitos

Figura 1

Circuito en serie

Figura 2



Circuito en paralelo

Figura 3

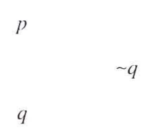


Figura 4

Una de las primeras aplicaciones no matemáticas de la lógica simbólica se trató en la tesis de maestría de Claude Shannon en 1937. Shannon mostró cómo podía usarse la lógica para diseñar circuitos eléctricos. Su trabajo lo aplicaron inmediatamente los diseñadores de computadoras. Luego, en la etapa de desarrollo, fue posible simplificar las computadoras y construirlas a menor costo usando las ideas de Shannon.

Para ver cómo funcionan las ideas de Shannon, observemos el interruptor mostrado en la **figura 1**. Supongamos que la corriente fluye a través de este interruptor cuando está cerrado y se interrumpe cuando está abierto.

La **figura 2** muestra dos interruptores conectados en *serie*. En un circuito como este, la corriente fluye solo cuando los dos interruptores están cerrados. Observe qué tan cerca está un circuito en serie de la conjunción $p \wedge q$. Sabemos que $p \wedge q$ es verdadero solo cuando tanto p como q son verdaderos.

Un circuito que corresponda a la disyunción $p \vee q$ se obtiene dibujando un circuito en *paralelo*, como el de la **figura 3**. Aquí, la corriente fluye si p *o* q está cerrado o si p *y* q están cerrados.

El circuito de la **figura 4** corresponde al enunciado $(p \vee q) \wedge \sim q$, el cual es un enunciado compuesto que implica tanto una conjunción como una disyunción.

La simplificación de un circuito eléctrico depende de la idea de enunciados equivalentes de la **sección 3.2.** Recuerde que dos enunciados son equivalentes si tienen la misma columna final en la tabla de verdad. El símbolo ≡ se usa para indicar que los dos enunciados son equivalentes. En el siguiente recuadro se presentan algunos enunciados equivalentes.

Enunciados equivalentes usados para simplificar circuitos

$$\boldsymbol{p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \qquad p \vee p \equiv p}$$
$$\boldsymbol{p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \qquad p \wedge p \equiv p}$$
$$\boldsymbol{p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \qquad \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q}$$
$$\boldsymbol{p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q \qquad \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q}$$

Si V representa los enunciados verdaderos y F representa los enunciados falsos, entonces

$$\boldsymbol{p \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V} \qquad p \vee \sim p \equiv \mathbf{V}}$$
$$\boldsymbol{p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F} \qquad p \wedge \sim p \equiv \mathbf{F}.}$$

Los circuitos se pueden usar como modelos de enunciados compuestos, con un interruptor cerrado que corresponde a V, mientras que un interruptor abierto corresponde a F.

EJEMPLO 6 Simplificación de un circuito

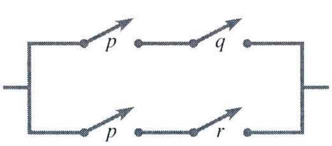


Figura 5

Simplifique el circuito de la **figura 5.**

SOLUCIÓN

En la parte superior de la **figura 5**, p y q están conectados en serie, y en la parte inferior p y r también están conectados en serie. Estos se interpretan como los enunciados compuestos $p \wedge q$ y $p \wedge r$, respectivamente. Estas dos conjunciones están conectadas en paralelo, como lo indica la figura considerada como un todo.

Se escribe la disyunción de las dos conjunciones.

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Figura 6

(Piense que los dos interruptores identificados como "p" están controlados por la misma palanca). De acuerdo con uno de los pares de enunciados equivalentes del recuadro anterior,

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r),$$

el cual corresponde al circuito de la **figura 6**. Este circuito es lógicamente equivalente al de la **figura 5**, pero contiene solo tres interruptores en vez de cuatro (lo cual trae consigo un gran ahorro en costos de manufactura).

EJEMPLO 7 Dibujo de un circuito para un enunciado condicional

Dibuje un circuito para $p \rightarrow (q \wedge \sim r)$.

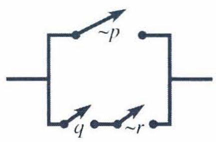


Figura 7

SOLUCIÓN

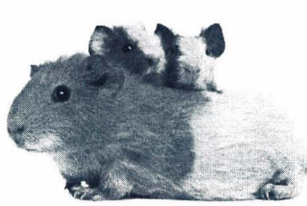
A partir de la lista de enunciados equivalentes del recuadro, $p \rightarrow q$ es equivalente a $\sim p \vee q$. Esta equivalencia nos da $p \rightarrow (q \wedge \sim r) \equiv \sim p \vee (q \wedge \sim r)$, el cual corresponde al circuito de la **figura 7**.

3.3 EJERCICIOS

Escriba cada enunciado usando el conector si . . . entonces. *Reordene las palabras o agregue términos cuando sea necesario.*

1. Usted puede creerlo si lo ve en Internet.
2. Debe estar vivo si está respirando.
3. Todos los números enteros divisibles entre 10 son divisibles entre 5.
4. Todos los números enteros con cuadrados perfectos tienen el dígito de las unidades igual a 0, 1, 4, 5, 6 o 9.
5. Todos los marinos aman el campo de entrenamiento.
6. Todas las películas cuentan una historia.
7. No hay pandas en Idaho.

8. Los conejillos de indias no son estudiantes.



9. Un consumidor de opio no puede tener autocontrol.
10. Oso Corredor ama a Palomita Blanca.

Indique si cada enunciado es verdadero *o* falso.

11. Si el antecedente de un enunciado condicional es falso, el enunciado condicional es verdadero.
12. Si el consecuente de un enunciado condicional es verdadero, el enunciado condicional es verdadero.
13. Si q es verdadero, entonces $(p \wedge q) \rightarrow q$ es verdadero.
14. Si p es verdadero, entonces $\sim p \rightarrow (q \vee r)$ es verdadero.
15. La negación de "Si los cerdos vuelan, lo creeré" es "Si los cerdos no vuelan, no lo creeré".
16. Los enunciados "Si vuela, entonces es un pájaro" y "No vuela o es un pájaro" son lógicamente equivalentes.
17. Considerando que $\sim p$ es verdadero y q es falso, el condicional $p \rightarrow q$ es verdadero.
18. Considerando que $\sim p$ es falso y q es falso, el condicional $p \rightarrow q$ es verdadero.
19. Explique por qué el enunciado "Si $3 = 5$, entonces $4 = 6$" es verdadero.
20. Con unas cuantas frases, explique cómo determinar el valor de verdad de un enunciado condicional.

Diga si cada condicional es verdadero (V) *o* falso (F).

21. $\text{T} \rightarrow (7 < 3)$
22. $\text{F} \rightarrow (4 \neq 8)$
23. $\text{F} \rightarrow (5 \neq 5)$
24. $(8 \geq 8) \rightarrow \text{F}$

25. $(5^2 \neq 25) \rightarrow (8 - 8 = 16)$

26. $(5 = 12 - 7) \rightarrow (9 > 0)$

Considere que s representa a "Ella tiene un pájaro como mascota", *p representa a* "él entrena perros", *y m representa a* "ellos crían alpacas". *Exprese cada enunciado en palabras.*

27. $\sim m \rightarrow p$

28. $p \rightarrow \sim m$

29. $s \rightarrow (m \wedge p)$

30. $(s \wedge p) \rightarrow m$

31. $\sim p \rightarrow (\sim m \vee s)$

32. $(\sim s \vee \sim m) \rightarrow \sim p$

Considere que b representa a "Yo manejo mi bicicleta", *s representa a* "está nevando" y *p representa a* "el juego se canceló". *Escriba cada enunciado con símbolos.*

33. Si manejo mi bicicleta, entonces el juego se cancela.

34. Si nieva, entonces manejo mi bicicleta.

35. Si el juego se cancela, entonces no nieva.

36. Si no manejo mi bicicleta, entonces no nieva.

37. El juego se canceló, y si nieva entonces no manejo mi bicicleta.

38. Manejo mi bicicleta o si el juego se cancela, entonces nieva.

39. Nieva si el juego se cancela.

40. Manejaré mi bicicleta si no nieva.

Obtenga el valor de verdad de cada enunciado. Suponga que p y r son falsos, y que q es verdadero.

41. $\sim r \rightarrow q$

42. $\sim p \rightarrow \sim r$

43. $q \rightarrow p$

44. $\sim r \rightarrow p$

45. $p \rightarrow q$

46. $\sim q \rightarrow r$

47. $\sim p \rightarrow (q \wedge r)$

48. $(\sim r \vee p) \rightarrow p$

49. $\sim q \rightarrow (p \wedge r)$

50. $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (p \wedge \sim r)$

51. $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim r)$

52. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (p \rightarrow r)$

53. Explique por qué, si sabemos que p es verdadero, también sabemos que

$$[r \vee (p \vee s)] \rightarrow (p \vee q)$$

es verdadero, incluso si no tenemos los valores de verdad de q, r y s.

54. Elabore un enunciado verdadero que implique un condicional, una conjunción, una disyunción y una negación (no necesariamente en ese orden), que contenga los enunciados componentes p, q y r, todos ellos falsos.

Elabore una tabla de verdad para cada enunciado. Identifique las tautologías.

55. $\sim q \rightarrow p$

56. $p \rightarrow \sim q$

57. $(\sim p \rightarrow q) \rightarrow p$

58. $(\sim q \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim q$

59. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

60. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

61. $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow (p \wedge q)$

62. $r \rightarrow (p \wedge \sim q)$

63. $[(r \vee p) \wedge \sim q] \rightarrow p$

64. $[(r \wedge p) \wedge (p \wedge q)] \rightarrow p$

65. $(\sim r \rightarrow s) \vee (p \rightarrow \sim q)$

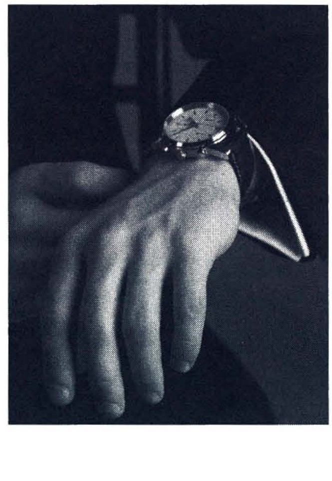
66. $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (s \rightarrow r)$

67. ¿Cuál es el número mínimo de "efes" que deben aparecer en la columna final de una tabla de verdad para que podamos estar seguros de que el enunciado no es una tautología?

68. Si todos los valores de verdad en la columna final de una tabla de verdad son F, ¿cómo se puede transformar fácilmente el enunciado en una tautología?

Escriba la negación de cada enunciado. Recuerde que la negación de $p \rightarrow q$ es $p \wedge \sim q$.

69. Si ese es un reloj Rólex auténtico, me sorprendería.



70. Si Minnie Ripperton alcanza esa nota, romperá la copa.

71. Si las unidades inglesas no se convierten a unidades métricas, entonces la nave espacial se estrellará en la superficie de Saturno.

72. Si usted dice "sí", entonces usted estará feliz por el resto de su vida.

73. "Si usted quiere ser feliz por el resto de su vida, nunca se case con una mujer hermosa". *Jimmy Soul.*

74. "Si amarte es un error, no quiero tener la razón". *Luther Ingram.*

Escriba cada enunciado como un enunciado equivalente que no use el conector si . . . entonces. Recuerde que

$$p \rightarrow q \quad \textit{es equivalente a} \quad \sim p \vee q.$$

75. Si usted da a sus plantas ternura y amor, florecerán.

76. Si el cheque está en el buzón, compraré el almuerzo.

77. Si ella no lo hace, él lo hará.

78. Si yo digo "negro", ella dice "blanco".

79. Todos los residentes de Pensacola son residentes de Florida.

80. Todas las mujeres fueron niñas.

Use tablas de verdad para identificar cuáles de los pares de enunciados son equivalentes.

81. $p \rightarrow q$; $\sim p \vee q$

82. $\sim(p \rightarrow q)$; $p \wedge \sim q$

83. $p \rightarrow q$; $\sim q \rightarrow \sim p$

84. $q \rightarrow p$; $\sim p \rightarrow \sim q$

85. $p \wedge \sim q$; $\sim q \rightarrow \sim p$

86. $p \rightarrow q$; $q \rightarrow p$

87. $p \rightarrow \sim q$; $\sim p \vee \sim q$

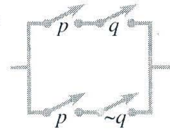
88. $\sim p \wedge q$; $\sim p \rightarrow q$

89. $q \rightarrow \sim p$; $p \rightarrow \sim q$

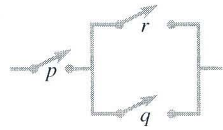
90. $\sim p \rightarrow q$; $p \vee q$

Escriba un enunciado lógico que represente cada uno de los siguientes circuitos. Simplifique cada circuito cuando sea posible.

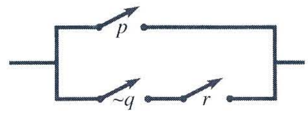
91.



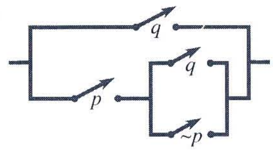
92.



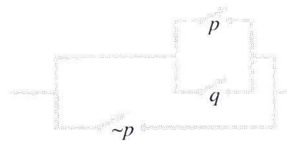
93.



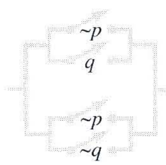
94.



95.



96.



Dibuje los circuitos que representen los siguientes enunciados tal como se presentan. Simplifique si es posible.

97. $p \wedge (q \vee \sim p)$

98. $(\sim p \wedge \sim q) \wedge \sim r$

99. $(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$

100. $(\sim q \wedge \sim p) \vee (\sim p \vee q)$

101. $[(p \vee q) \wedge r] \wedge \sim p$

102. $[(\sim p \wedge \sim r) \vee \sim q] \wedge (\sim p \wedge r)$

103. $\sim q \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$

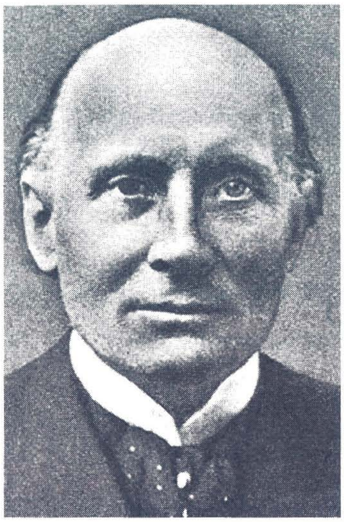
104. $\sim p \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

105. Remítase a las **figuras 5 y 6** del **ejemplo 6**. Suponga que el costo de una hora por el uso de un interruptor es de \$0.06. Al usar el circuito de la **figura 6** en lugar del circuito de la **figura 5**, ¿cuál es el ahorro por un año de 365 días, suponiendo que el circuito se usa de manera continua?

106. Explique por qué el circuito ilustrado siempre tendrá un interruptor abierto. ¿Cómo se simplifica este circuito?

3.4 EL CONDICIONAL Y LOS ENUNCIADOS RELACIONADOS

Converso, inverso y contrapositivo • Formas alternativas de "si p, entonces q" • Bicondicionales • Resumen de tablas de verdad



Alfred North Whitehead (1861-1947) y Bertrand Russell trabajaron juntos en los *Principia Mathematica*. En ese tiempo, Whitehead era profesor de matemáticas en la Universidad de Cambridge y había escrito *Álgebra Universal*. En 1910 se fue a la Universidad de Londres, para explorar no solo las bases filosóficas de la ciencia, sino también los "objetivos de la educación" (como tituló uno de sus libros). Fue filósofo invitado por la Universidad de Harvard en 1924. Whitehead murió a la edad de 86 años en Cambridge, Massachusetts.

Converso, inverso y contrapositivo

Muchas propiedades y teoremas matemáticos se definen en la forma *si... entonces*. Cualquier enunciado condicional $p \rightarrow q$ consiste en un antecedente p y un consecuente q. Si se intercambian, se niegan, o ambas cosas, se forma un nuevo enunciado condicional. Suponga que iniciamos con el enunciado condicional:

Si usted está, entonces yo voy. Enunciado condicional

Al intercambiar el antecedente ("usted está") y el consecuente ("yo voy"), obtenemos un nuevo enunciado condicional.

Si yo voy, entonces usted está. Enunciado converso

Este nuevo condicional se llama **converso** del enunciado condicional original.

Al negar tanto el antecedente como el consecuente, obtenemos el **inverso** de un enunciado condicional determinado.

Si usted no está, entonces yo no voy. Enunciado inverso

Si tanto el antecedente como el consecuente se intercambian *y* se niegan, se forma el **contrapositivo** del enunciado condicional original.

Si yo no voy, entonces usted no está. Enunciado contrapositivo

Estos tres enunciados relacionados del condicional $p \rightarrow q$ se resumen a continuación. (***El inverso es el contrapositivo del converso***).

Enunciados condicionales relacionados

Enunciado condicional	$p \rightarrow q$	(Si p, entonces q).
Converso	$q \rightarrow p$	(Si q, entonces p).
Inverso	$\sim p \rightarrow \sim q$	(Si no p, entonces no q).
Contrapositivo	$\sim q \rightarrow \sim p$	(Si no q, entonces no p).

EJEMPLO 1 Determinación de enunciados condicionales relacionados

Determine lo siguiente, a partir del enunciado condicional:

Si vivo en Orlando, entonces vivo en Florida.

a) el converso ***b)*** el inverso ***c)*** el contrapositivo

SOLUCIÓN

a) Considere que p representa "vivo en Orlando" y q representa "vivo en Florida". Entonces el enunciado en cuestión se puede escribir como $p \rightarrow q$. Y el converso, $q \rightarrow p$, es:

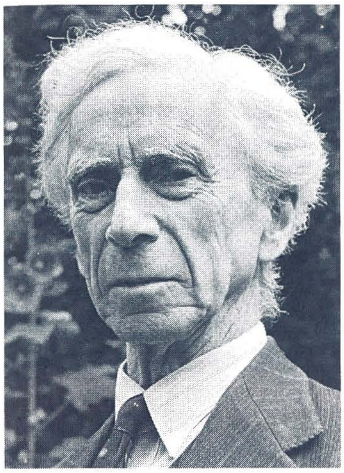
Si vivo en Florida, entonces vivo en Orlando.

Observe que para este enunciado, el converso no es necesariamente verdadero, aun cuando el enunciado original sea verdadero.

b) El inverso de $p \rightarrow q$ es $\sim p \rightarrow \sim q$. Por lo tanto, el inverso es:

Si no vivo en Orlando, entonces no vivo en Florida.

Una vez más, esto no es necesariamente verdadero.



Bertrand Russell (1872-1970) fue discípulo de Whitehead antes de que escribieran los *Principia*. Al igual que su maestro, Russell se dedicó a la filosofía. Sus trabajos incluyen una crítica a Leibniz, análisis del pensamiento y de la materia, y la historia del pensamiento occidental.

Russell se convirtió en una figura pública a causa de su participación en causas sociales. Consciente de la soledad humana, fue "apasionadamente deseoso de encontrar maneras de aliviar esta trágica soledad". Durante la Primera Guerra Mundial fue un pacifista, y estuvo en prisión durante un breve lapso. En la década de 1960 abogó nuevamente por la paz. Escribió muchos libros sobre temas sociales y ganó el Premio Nobel de Literatura en 1950.

c) El contrapositivo, $\sim q \rightarrow \sim p$, es:

Si no vivo en Florida, entonces no vivo en Orlando.

El contrapositivo, al igual que el enunciado condicional original, es verdadero. ∎∎∎

El **ejemplo 1** muestra que el converso y el inverso de un enunciado verdadero no necesariamente son verdaderos. *Pueden* ser verdaderos, pero no necesariamente. Las relaciones entre los condicionales relacionados se presentan en la siguiente tabla de verdad.

Equivalente

Equivalente

		Condicional	Converso	Inverso	Contrapositivo
p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Como se observa en esta tabla de verdad,

1. ***Un enunciado condicional y su contrapositivo siempre tienen los mismos valores de verdad***, lo que posibilita la sustitución de cualquier enunciado con su contrapositivo sin alterar el significado lógico.
2. ***El converso y el inverso siempre tienen los mismos valores de verdad.***

Equivalencias

Un enunciado condicional y su contrapositivo son equivalentes. También el converso y el inverso son equivalentes.

EJEMPLO 2 Determinación de enunciados condicionales relacionados

Para el enunciado condicional $\sim p \rightarrow q$ obtenga lo siguiente:

a) el converso *b*) el inverso *c*) el contrapositivo

SOLUCIÓN

a) El converso de $\sim p \rightarrow q$ es $q \rightarrow \sim p$.

b) El inverso es $\sim(\sim p) \rightarrow \sim q$, lo cual se simplifica a $p \rightarrow \sim q$.

c) El contrapositivo es $\sim q \rightarrow \sim(\sim p)$, lo cual se simplifica a $\sim q \rightarrow p$. ∎∎∎

Formas alternativas de "si p, entonces q"

El enunciado condicional "si p, entonces q" se puede expresar de varias maneras. Considere este enunciado:

Si usted va al centro comercial, entonces encontrará dónde estacionarse.

Esto también se puede escribir como sigue:

Ir al centro comercial es *suficiente* para encontrar un lugar de estacionamiento.

De acuerdo con este enunciado, ir al centro comercial es suficiente para encontrar con seguridad un lugar de estacionamiento. Ir a otros lugares, como escuelas u oficinas, *podría* garantizar también un lugar para estacionarse, pero al menos *sabemos* que ir al centro comercial sí lo garantiza. Entonces, $p \rightarrow q$ se puede escribir como "p es suficiente para q". Saber que ocurre p es suficiente para garantizar que q también ocurra.

Por otro lado, considere este enunciado, el cual tiene un significado diferente.

Es necesario encender el aparato para ver televisión. (*)

Aquí, estamos hablando de que una condición necesaria para ver televisión es que el aparato esté encendido. Esto puede no ser suficiente. El aparato podría estar descompuesto, por ejemplo. El enunciado identificado con (*) se puede escribir como:

Si usted ve televisión, entonces el aparato debe estar encendido.

Como sugiere este ejemplo, $p \rightarrow q$ es lo mismo que "q es necesario para p". En otras palabras, si q no sucede, entonces tampoco sucederá p. Observe cómo esta idea está estrechamente relacionada con la idea de equivalencia entre un enunciado condicional y su contrapositivo.

Conversiones comunes de $p \rightarrow q$

El condicional $p \rightarrow q$ se puede interpretar de las siguientes maneras, ninguna de las cuales depende de la verdad o falsedad de $p \rightarrow q$.

Si p, then q.	**p es suficiente para q.**
Si p, q.	**q es necesario para p.**
p implica q.	**Todas las p son q.**
p solo si q.	**q si p.**

Ejemplo: Si usted vive en Dubuque, entonces vive en Iowa. Enunciado

Usted vive en Iowa si vive en Dubuque.
Usted vive en Dubuque solo si vive en Iowa.
Es necesario vivir en Iowa para vivir en Dubuque.
Vivir en Dubuque es suficiente para vivir en Iowa.
Todos los residentes de Dubuque son residentes de Iowa.
Ser residente en Dubuque implica radicar en Iowa.

Conversiones comunes

EJEMPLO 3 Reformulación de enunciados condicionales

Escriba cada enunciado en la forma "si p, entonces q".

a) Lo lamentará si yo voy. *b*) Hoy es martes solo si ayer fue lunes.

c) Todas las enfermeras usan zapatos blancos.

SOLUCIÓN

a) Si yo voy, entonces lo lamentará.

b) Si hoy es martes, entonces ayer fue lunes.

c) Si usted es enfermera, entones usa zapatos blancos.

EJEMPLO 4 Conversión de palabras a símbolos

Considere que p representa a "Un triángulo es equilátero", y q representa "Un triángulo tiene tres lados de igual longitud". Escriba lo siguiente en símbolos:

a) Un triángulo es equilátero si tiene tres lados de igual longitud.

b) Un triángulo es equilátero solo si tiene tres lados de igual longitud.

SOLUCIÓN

a) $q \rightarrow p$ *b*) $p \rightarrow q$

Principia Mathematica, el título elegido por Whitehead y Russell, es una referencia deliberada a los *Philosophiae naturalis principia mathematica*, o "principios matemáticos de la filosofía de la naturaleza", el trabajo de Isaac Newton que marcó un hito en 1687. Los Principia de Newton describían un tipo de "universo mecánico" que funcionaba de acuerdo con su ley de la gravitación. Newton inventó de manera independiente el cálculo, sin saber que Leibniz había publicado su propia versión con anterioridad.

Bicondicionales

El enunciado compuesto ***p* si y solo si *q*** (con frecuencia abreviado como ***p* sii *q***) se conoce como un **enunciado bicondicional**. Se simboliza como $\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$, y se interpreta como la conjunción de los dos condicionales $p \rightarrow q$, y $q \rightarrow p$. Usando símbolos, esta conjunción se escribe $(q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$ de modo que, por definición:

$$\boldsymbol{p \leftrightarrow q \equiv (q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)}.$$ Bicondicional

La tabla de verdad para el bicondicional $p \leftrightarrow q$ se determina usando esta definición.

Tabla de verdad del bicondicional *p* si y solo si *q*

p* si y solo si *q

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Un bicondicional es verdadero cuando ambos enunciados componentes tienen el mismo valor de verdad. Es falso cuando tienen diferentes valores de verdad.

EJEMPLO 5 Determine si un bicondicional es verdadero o falso

Determine si cada enunciado bicondicional es *verdadero* o *falso*.

a) $6 + 8 = 14$ si y solo si $11 + 5 = 16$.

b) $6 = 5$ si y solo si $12 \neq 12$.

c) $5 + 2 = 10$ si y solo si $17 + 19 = 36$.

SOLUCIÓN

a) Tanto $6 + 8 = 14$ como $11 + 5 = 16$ son verdaderos. Examinando la tabla de verdad del bicondicional, se sabe que este bicondicional es verdadero.

b) Ambos enunciados componentes son falsos, entonces, de acuerdo con el último renglón de la tabla de verdad bicondicional, este enunciado bicondicional es verdadero.

c) Como el primer componente $(5 + 2 = 10)$ es falso, y el segundo es verdadero, este enunciado bicondicional es falso.

Resumen de tablas de verdad

Se han definido las tablas de verdad de varios tipos importantes de enunciados compuestos.

Resumen de las tablas de verdad básicas

1. $\sim p$, la **negación** de p, tiene un valor de verdad opuesto al de p.
2. $p \wedge q$, la **conjunción**, es verdadera solo cuando tanto p como q son verdaderos.
3. $p \vee q$, la **disyunción**, es falsa solo cuando tanto p como q son falsos.
4. $p \rightarrow q$, el **condicional**, es falso solo cuando p es verdadero y q es falso.
5. $p \leftrightarrow q$, el **bicondicional**, es verdadero solo cuando tanto p como q tienen el mismo valor de verdad.

3.4 EJERCICIOS

*Para cada enunciado condicional que se presenta (o para cada enunciado que se pueda expresar como condicional), escriba **a**) el converso, **b**) el inverso y **c**) el contrapositivo en la forma* si... entonces. *En algunos ejercicios tal vez sea conveniente escribir primero el enunciado inicial en la forma* si . . . entonces.

1. Si un minuto fuera hermoso, entonces tú serías una hora.
2. Si me guías, te sigo.
3. Si no se descompone, no se repara.
4. Si ganara cinco centavos por cada vez que pasa, sería rico.
5. Caminar delante de un automóvil en movimiento es peligroso para tu salud.
6. La leche contiene calcio.
7. Los pájaros de la misma parvada vuelan juntos.
8. Piedra que rueda no hace musgo.
9. Si lo construyes, él vendrá.
10. Donde se fuma, hay fuego.
11. $p \rightarrow \sim q$
12. $\sim p \rightarrow q$
13. $\sim p \rightarrow \sim q$
14. $\sim q \rightarrow \sim p$
15. $p \rightarrow (q \vee r)$ (*Sugerencia:* Use una de las leyes de De Morgan cuando sea necesario).
16. $(r \vee \sim q) \rightarrow p$ (*Sugerencia:* Use una de las leyes de De Morgan cuando sea necesario).
17. Comente las equivalencias que existen entre un enunciado condicional determinado y su converso, su inverso y su contrapositivo.
18. Enuncie el contrapositivo de "Si el cuadrado de un número natural es par, entonces el número natural es par". Los dos enunciados deben tener el mismo valor de verdad. Use varios ejemplos y el razonamiento inductivo para determinar si ambos son verdaderos o falsos.

Escriba cada enunciado en la forma "si p, entonces q".

19. Si está lodoso, usaré mis botas de hule.
20. Si termino de estudiar, iré a la fiesta.
21. "19 es positivo" implica que 19 + 1 es positivo.
22. "Hoy es miércoles" implica que ayer fue martes.
23. Todos los números enteros son números racionales.
24. Todos los números enteros no negativos son números enteros.
25. Resolver acertijos lógicos es suficiente para volverme loco.
26. Estar en Kalamazoo es suficiente para estar en Michigan.
27. Un día sin rasurarse es necesario para que Jeff Marsalis se rasure.
28. Ser un ambientalista es necesario para resultar electo.
29. Puedo ir de Boardwalk a Baltic Avenue en el juego del Monopolio solo si paso por la esquina del tablero llamada "Salida".
30. El director contratará más maestros solo si lo aprueba el consejo de la escuela.
31. No hay números enteros no negativos que no sean enteros.
32. Ningún entero es un número irracional.
33. Los Nacionales ganarán el trofeo cuando mejore su técnica de lanzamiento.
34. Sara será liberal cuando los cerdos vuelen.
35. Un rectángulo es un paralelogramo con un ángulo recto.
36. Un paralelogramo es una figura de cuatro lados con lados opuestos paralelos.
37. Un triángulo con dos lados perpendiculares es un triángulo rectángulo.
38. Un cuadrado es un rectángulo con dos lados adyacentes iguales.
39. El cuadrado de un número de dos dígitos cuyo dígito de las unidades es 5 termina en 25.
40. Un número entero cuyo dígito de las unidades es 0 o 5 es divisible entre 5.
41. Uno de los siguientes enunciados no es equivalente a todos los demás. ¿Cuál es?

    A. r solo si s.　　**B.** r implica s.

    C. Si r, entonces s.　　**D.** r es necesario para s.
42. Muchos estudiantes tienen dificultades para interpretar *necesario* y *suficiente*. Use el enunciado "Estar en Vancouver es suficiente para encontrarse en Norteamérica" para explicar por qué "p es suficiente para q" se convierte en "si p, entonces q".
43. Use el enunciado "Para ser un número entero, es necesario que un número sea racional" para explicar por qué "p es necesario para q" se convierte en "si q, entonces p".
44. Explique por qué el enunciado "Una semana tiene ocho días si y solo si octubre tiene cuarenta días" es verdadero.

Identifique cada enunciado como verdadero *o* falso.

45. $6 = 9 - 3$ si y solo si $8 + 2 = 10$.

46. $3 + 1 \neq 7$ si y solo si $8 \neq 8$.

47. $8 + 7 \neq 15$ si y solo si $3 \times 5 \neq 8$.

48. $6 \times 2 = 18$ si y solo si $9 + 17 \neq 16$.

49. George H. W. Bush fue presidente si y solo si George W. Bush no era presidente.

50. Burger King vende Big Macs si y solo si Apple fabrica Ipods.

Dos enunciados que son verdaderos en relación con el mismo objeto son **consistentes**. *Por ejemplo*, "Es verde" *y* "Pesa 60 libras" *son enunciados consistentes. Los enunciados que no son verdaderos en relación con el mismo objeto se conocen como* **contrarios**. "Es un Nissan" *y* "Es un Mazda" *son contrarios. En los ejercicios 51 a 56 identifique cada par de enunciados como* contrarios *o* consistentes.

51. Michael Jackson está vivo. Michael Jackson está muerto.

52. Barack Obama es demócrata. Barack Obama es republicano.

53. Ese animal tiene cuatro patas. Ese animal es un gato.

54. Ese libro no es de ficción. Ese libro cuesta más de \$150.

55. Este número es un número entero no negativo. Este mismo número es irracional.

56. Este número es positivo. Este mismo número es un número natural.

57. Este número es un número entero. Este mismo número es un número racional.

58. Este número es un número entero no negativo. Este mismo número es un número negativo.

59. Elabore dos enunciados que sean consistentes.

60. Elabore dos enunciados que sean contrarios.

3.5 ANÁLISIS DE ARGUMENTOS CON DIAGRAMAS DE EULER

Argumentos lógicos • Argumentos con cuantificadores universales • Argumentos con cuantificadores existenciales

Leonhard Euler (1707-1783) ganó el premio de la Academia superando a Du Châtelet y Voltaire. Ese fue un logro menor, como la invención de los "círculos de Euler" (los cuales antecedieron a los diagramas de Venn). Euler fue el matemático más prolífico de su generación, a pesar de su ceguera, que lo obligó a dictar de memoria.

Argumentos lógicos

En el razonamiento inductivo observamos patrones para resolver problemas. Ahora estudiaremos cómo se puede usar el razonamiento deductivo para determinar si un argumento lógico es válido o inválido.

Un argumento lógico está formado por **premisas** (suposiciones, leyes, reglas, ideas generalmente aceptadas u observaciones) y una **conclusión**. Recuerde que el razonamiento *deductivo* implica obtener conclusiones específicas a partir de premisas generales. Cuando razonamos partiendo de las premisas de un argumento para obtener una conclusión, deseamos que el argumento sea válido.

Argumentos válidos e inválidos

Un argumento es **válido** si el hecho de que todas las premisas son válidas provoca que la conclusión sea verdadera. Un argumento que no es válido es **inválido** y se conoce como **falacia**.

***"Válido" y "verdadero" no tienen el mismo significado: un argumento puede ser válido aun cuando la conclusión sea falsa.* (Véase el ejemplo 4)**.

Argumentos con cuantificadores universales

Se pueden aplicar varias técnicas para verificar si un argumento es válido. Una de estas técnicas se basa en los **diagramas de Euler**.

Leonhard Euler (se pronuncia "Oiler") fue uno de los más grandes matemáticos que han existido. Se inmortalizó en la historia de las matemáticas con el importante número irracional *e*, nombrado así en su honor. Este número aparece a lo largo de las matemáticas y se analiza en los **capítulos 5 y 7**.

EJEMPLO 1 Uso de un diagrama de Euler para determinar la validez

¿Es válido el siguiente argumento?

Todos los perros son animales.
Dotty es un perro.
―――――――――――――――
Dotty es un animal.

SOLUCIÓN

Para empezar, dibuje regiones para representar la primera premisa. Como todos los perros son animales, la región para los "perros" va dentro de la región de "animales" como en la **figura 8**.

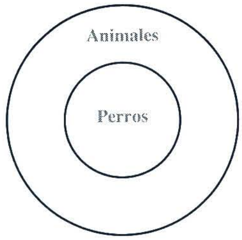
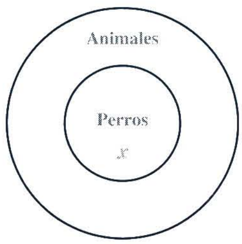


Figura 8

La segunda premisa, "Dotty es un perro", sugiere que "Dotty" va dentro de la región que representa a los "perros". Hagamos que x represente a "Dotty". La **figura 9** muestra que "Dotty" también está dentro de la región de los "animales". Si ambas premisas son verdaderas, la conclusión de que Dotty es un animal también es verdadera. El argumento es válido. ▮▮▮



x representa a Dotty.

Figura 9

EJEMPLO 2 Uso de un diagrama de Euler para determinar la validez

¿Es válido el siguiente argumento?

Todos los días lluviosos están nublados.
Hoy no está nublado.
―――――――――――――――
Hoy no llueve.

SOLUCIÓN

En la **figura 10**, la región para los "días lluviosos" está comprendida totalmente dentro de la región de los "días nublados". Como "hoy *no* está nublado", se coloca una x para "hoy" *fuera* de la región de "días nublados". Observe la **figura 11**. Al colocar la x fuera de la región de "días nublados", la obliga también a estar fuera de la región de "días lluviosos". Por lo tanto, si las dos premisas son verdaderas, entonces también es verdadero que hoy no es un día lluvioso. El argumento es válido.

Figura 10

x representa hoy.

Figura 11 ▮▮▮

EJEMPLO 3 Uso de un diagrama de Euler para determinar la validez

¿Es válido el siguiente argumento?

Todos los árboles de magnolias tienen hojas verdes.
Esa planta tiene hojas verdes.
―――――――――――――――
Esa planta es un árbol de magnolias.

SOLUCIÓN

La región de "árboles de magnolias" va completamente dentro de la región de "seres que tienen hojas verdes". Observe la **figura 12**. La x que representa "esa planta" debe ir dentro de la región de "seres que tienen hojas verdes", pero puede ir dentro o fuera de la región de "árboles de magnolias". Incluso si las premisas son verdaderas, no estamos obligados a aceptar la conclusión como verdadera. Este argumento es inválido. Es una falacia. ▮▮▮

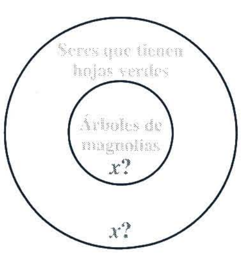


Figura 12

EJEMPLO 4 Uso de un diagrama de Euler para determinar la validez

¿Es válido el siguiente argumento?

Todos los objetos costosos son deseables.
Todos los objetos deseables hacen que usted se sienta bien.
Todos los objetos que lo hacen sentir bien ocasionan que usted viva más.

Todos los objetos costosos ocasionan que usted viva más.

SOLUCIÓN

En la **figura 13** se presenta el diagrama del argumento.

Si cada premisa es verdadera, entonces la conclusión debe ser verdadera porque la región de "objetos costosos" se encuentra completamente dentro de la región de "objetos que ocasionan que usted viva más". Por lo tanto, el argumento es válido. (Este argumento es un ejemplo del hecho de que un argumento *válido* *no* necesariamente tiene una conclusión verdadera).

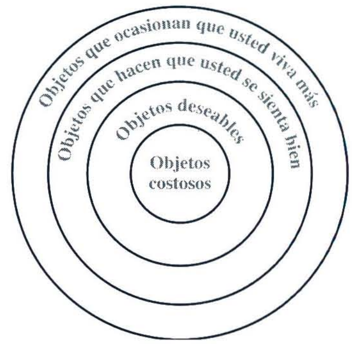


Figura 13

Argumentos con cuantificadores existenciales

EJEMPLO 5 Uso de un diagrama de Euler para determinar la validez

¿Es válido el siguiente argumento?

Algunos estudiantes van a la playa en primavera.
Yo soy estudiante.

Voy a la playa en primavera.

Figura 14

Figura 15

SOLUCIÓN

La primera premisa está dibujada en la **figura 14**, donde algunos estudiantes (pero no necesariamente *todos*) van a la playa. Existen dos posibilidades para *yo*, como se muestra en la **figura 15**. Una posibilidad es que *yo* vaya a la playa. La otra es que no vaya. Como la verdad de las premisas no fuerza que la conclusión sea verdadera, el argumento es inválido.

Para reflexionar

Nuestras conversaciones diarias, los discursos políticos y los mensajes publicitarios ofrecen una cadena interminable de ejemplos de **falacias** (argumentos que presentan un razonamiento ilógico). Existen muchas formas generales de falacias, y ahora presentaremos descripciones y ejemplos de algunas de las más comunes. (Gran parte de esta lista es una adaptación del excelente sitio Web Mission: Critical, A Project of the Institute of Teaching and Learning, San Jose State University, www.sjsu.edu/depts/itl/graphics).

1. **Razonamiento circular** (llamado también *petición de principio*) En el razonamiento circular, la persona que expresa el argumento supone que es verdadero lo que está tratando de probar.

   Esposo: ¿Qué te hace decir que esta ropa te hace ver gorda?

   Esposa: Porque así es.

   Aquí la esposa argumenta lo que quiere probar.

2. **Falso dilema** (llamado también *falacia en blanco y negro*) Consiste en presentar dos opciones que se suponen contradictorias (es decir, la verdad de una implica la falsedad de la otra) cuando, de hecho, no lo son. Esta es la base de una falacia común.

   Político: Estados Unidos: Ámalo o déjalo.

   Este argumento implica solo dos opciones. Es posible que alguien ame a Estados Unidos y aun así abandone el país, mientras que alguien más puede no amar a Estados Unidos y permanecer allí.

(*continúa*)

Para reflexionar (*continuación*)

3. **Pregunta sesgada y argumentos complejos** En esta falacia una persona hace una pregunta o elabora un enunciado de tal manera que obtiene una respuesta en la cual el interlocutor manifiesta estar de acuerdo en algo, aunque en realidad no lo esté.

   La adolescente Beth a su padre: Espero que hayas disfrutado avergonzarme delante de mis amigos.

   Si Beth obtiene la respuesta adecuada "No, no lo disfruté", la respuesta permite a Beth interpretar que aunque su padre no lo disfrutó, él admite claramente haberla avergonzado.

4. **Razonamiento *post hoc*** Este es un argumento que se basa en la falsa creencia de que si el suceso A precede al suceso B, entonces A debe haber causado B.

   Johnny: Tenía puesta mi camisa hawaiana mientras miraba los tres juegos de playoff, y mi equipo ganó los tres juegos. Por lo tanto, voy a usar esa camisa cada vez que vea jugar a mi equipo.

   El hecho de que Johnny se ponga la misma camisa antes de cada juego, no tiene nada que ver con el resultado de los partidos.

5. **Arenque rojo** (llamada también *pantalla de humo* o *caza del ganso salvaje*) Esta falacia implica la introducción de un tema irrelevante para desviar la atención del tema original, permitiendo que el individuo que expresa el argumento imponga su opinión.

   (En la película *Field of Dreams*, en la escena donde Annie y Beulah discuten en una reunión del pueblo acerca de libros prohibidos).

   Beulah: Yo digo que una indecencia y obscenidad como esta no tiene lugar en nuestras escuelas... Las llamadas novelas de Terence Mann promueven la promiscuidad, el ateísmo, la mezcla de razas y la falta de respeto hacia los oficiales de alto rango del ejército de Estados Unidos. Por eso, los comités escolares de todo el país han prohibido los libros de Mann desde 1969.
   Annie: Discúlpeme, señora. Terence Mann era la voz cálida y amable de la razón en una época de gran locura. Él acuñó la oración "Haz el amor, no la guerra"... Hablaba de la paz, del amor y de la comprensión...
   Beulah: Oh sí, bueno, el esposo de usted acabó con el maizal para hacer un campo de béisbol... el muy excéntrico...
   Annie: Bueno, esa es una respuesta inteligente.

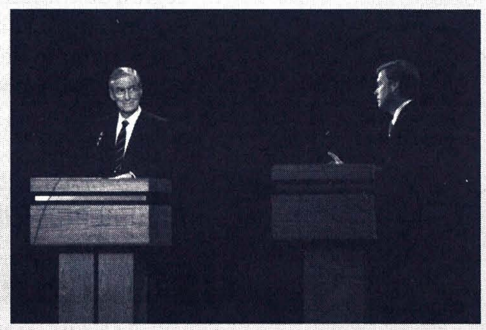
   Aunque la mayoría de las personas de la audiencia estaban de acuerdo en que el esposo de Annie, Ray, estaba realizando actividades extrañas, eso no tenía nada que ver con los libros prohibidos.

6. **Eludir la carga de la prueba** Una persona que hace una acusación, por lo general, debe ofrecer pruebas. En esta falacia, si la acusación es difícil de probar, el acusador deposita la carga de la prueba sobre alguien más.

   Empleado: ¿Me acusa de malversación de fondos? Eso es ridículo.
   Empleador: Bueno, hasta que usted pruebe lo contrario, tiene que aceptar que es verdad.

   Si el dinero ha desaparecido, es el empleador quien debe demostrar que su empleado es culpable. La carga de la prueba recae en el empleador, pero él está insinuando que el empleado debe demostrar que no fue él quien sustrajo el dinero.

7. **El hombre de paja** Esta falacia supone la creación de una imagen falsa (como un espantapájaros u hombre de paja) de la posición de alguien en un argumento.



   Dan Quayle: Tengo tanta experiencia en el Congreso como la que tenía Jack Kennedy cuando buscó la presidencia.
   Lloyd Bentsen: Senador, yo trabajé con Jack Kennedy. Yo conocí a Jack Kennedy. Jack Kennedy fue mi amigo. Y senador, usted no es Jack Kennedy.
   Dan Quayle: No fue eso lo que dije, senador.
   Lloyd Bensten: Usted fue quien hizo la comparación, senador.

   Mientras que este fue el momento definitorio del debate vicepresidencial de 1988, Bentsen usó con pericia la falacia del hombre de paja. Quayle no se comparó con Kennedy, ni tampoco comparó sus logros con los del ex presidente, sino que estableció simplemente que había pasado tanto tiempo en el Congreso como Kennedy cuando compitió por la presidencia.

Para investigación individual o en grupo

Use Internet para investigar las siguientes falacias lógicas adicionales.

Apelar a la autoridad	Apelar a creencias populares	Costumbres aceptadas
Dos errores	Consecuencias indirectas	Expresión de deseos
Apelar al miedo		Apelar a la compasión
Apelar al prejuicio	Apelar a la lealtad	Apelar a la vanidad
Culpabilidad por asociación	Apelar al resentimiento	Generalización apresurada
	Pendiente resbaladiza	

3.5 EJERCICIOS

Indique si es válido *o* inválido *cada uno de los siguientes argumentos.*

1. Todos los parques de diversiones tienen recorridos emocionantes.
Universal Orlando es un parque de diversiones.
Universal Orlando tiene recorridos emocionantes.

2. Todos los disc jockeys tocan música.
Phlash Phelps es disc jockey.
Phlash Phelps toca música.

3. Todos los políticos mienten, engañan y roban.
Ese hombre miente, engaña y roba.
Ese hombre es un político.

4. Todos los sureños hablan con acento.
Bill Leonard habla con acento.
Bill Leonard es sureño.

5. A todos los perros les gusta enterrar huesos.
A Puddles no le gusta enterrar huesos.
Puddles no es un perro.

6. Todos los vicepresidentes usan teléfonos celulares.
Bob DeBiasio no usa teléfono celular.
Bob DeBiaso no es vicepresidente.

7. Todos los residentes de Minnesota saben cómo vivir en temperaturas gélidas.
Jessica Rockswold sabe cómo vivir en temperaturas gélidas.
Jessica Rockswold vive en Minnesota.

8. Todas las personas que reciben un préstamo deben pagar por el registro del título.
Kurt Massey pagó por el registro de un título.
Kurt Massey recibió un préstamo.

9. Algunos dinosaurios fueron herbívoros.
Danny fue herbívoro.
Danny fue un dinosaurio.

10. Algunos filósofos son distraídos.
Nicole Mallon es filósofa.
Nicole Mallon es distraída.

11. Algunas enfermeras usan uniformes azules.
Dee Boyle es enfermera.
Dee Boyle usa uniforme azul.

12. Algunos camiones tienen sistemas de sonido.
Algunos camiones tienen estantes con armamento.
Algunos camiones con sistemas de sonido tienen estantes con armamento.

13. Remítase al **ejemplo 3**. Si la segunda premisa y la conclusión se intercambiaran, entonces ¿el argumento sería válido?

14. Remítase al **ejemplo 4**. Dé una conclusión diferente de modo que el argumento siga siendo válido.

Redacte un argumento válido con base en el diagrama de Euler que se muestra.

15.

x representa a Natalie Graham

16.

x representa a Mark Robinson

Como ya se mencionó, un argumento puede tener una conclusión verdadera aun cuando sea inválida. En estos ejercicios, cada argumento tiene una conclusión verdadera. Identifique cada argumento como válido *o* inválido.

17. Todos los pájaros vuelan.
Todos los aeroplanos vuelan.
Un pájaro no es un aeroplano.

18. Todos los carros tienen neumáticos.
Todos los neumáticos son de caucho.
Todos los carros tienen caucho.

19. Todos los pollos tienen pico.
Todas las gallinas son pollos.
Todas las gallinas tienen picos.

20. Todos los pollos tienen pico.
Todos los pájaros tienen pico.
Todos los pollos son pájaros.

21. Little Rock está al noreste de Texarkana.
Little Rock está al noreste de Austin.
Texarkana está al noreste de Austin.

22. Veracruz está al sur de Tampico.
Tampico está al sur de Monterrey.
Veracruz está al sur de Monterrey.

23. Ningún entero no negativo es negativo.
–3 es negativo.
–3 es un número entero no negativo.

24. Un triángulo escaleno tiene un lado más largo.
Un triángulo escaleno tiene un ángulo más grande.
El ángulo más grande de un triángulo escaleno es opuesto al lado más largo.

En los ejercicios 25 a 30, las premisas marcadas con A, B y C *van seguidas de varias conclusiones posibles. Tome cada conclusión y verifique si el argumento resultante es* válido *o* inválido.

A. *Todas las personas que conducen un auto contribuyen a la contaminación del ambiente.*

B. *Todas las personas que contribuyen a la contaminación del ambiente empeoran un poco la vida.*

C. *Algunas personas que viven en los suburbios empeoran un poco la vida.*

25. Algunas personas que viven en los suburbios contribuyen a la contaminación del ambiente.

26. Algunas personas que viven en un suburbio conducen un auto.

27. Los residentes suburbanos nunca conducen un auto.

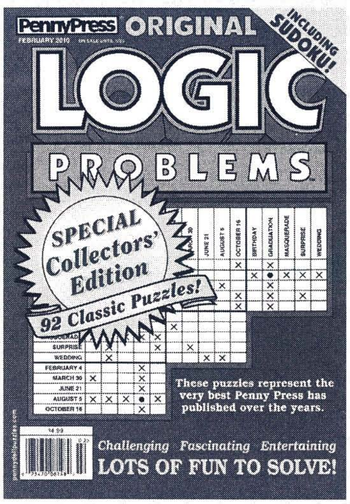
28. Algunas personas que contribuyen a la contaminación del ambiente viven en un suburbio.

29. Algunas personas que empeoran un poco la vida viven en un suburbio.

30. Todas las personas que conducen un auto empeoran un poco la vida.

EXTENSIÓN Problemas lógicos y sudokus

Cómo resolver problemas lógicos • Cómo resolver sudokus



Los problemas lógicos, que se basan en razonamiento deductivo, aparecen en publicaciones periódicas como *Original Logic Problems*, *World-Class Logic Problems* o *England's Best Logic Problems* (todos de PennyPress), y *Logic Puzzles* (Dell). La explicación siguiente acerca de la manera de resolver estos problemas apareció en el número de febrero de 2010 de *Original Logic Problems*.

Cómo resolver problemas lógicos La solución de problemas lógicos es entretenida y desafiante. Toda la información que usted necesita para resolver un problema lógico se presenta en la introducción y las pistas, y en ilustraciones, cuando están incluidas. Si usted no ha resuelto antes un problema lógico, nuestro ejemplo le ayudará para comenzar. Llene el diagrama de solución del ejemplo conforme sigue nuestras instrucciones. Use "•" para indicar "Sí" y una "X" para indicar "No".

Ejemplo de problema lógico

Cinco parejas se casaron la semana pasada, cada una en un día diferente de la semana. A partir de la información proporcionada, determine la mujer (una es Cathy) y el hombre (uno es Paul) que forman cada pareja, así como el día en que se casó cada pareja.

1. Anne se casó el lunes, pero no con Wally.
2. La boda de Stan se realizó el miércoles. Rob se casó el viernes, pero no con Ida.
3. Vern (quien se casó con Fran) se casó un día después de Eve.

Diagrama de solución del ejemplo:	PAUL	ROB	STAN	VERN	WALLY	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
ANNE										
CATHY										
EVE										
FRAN										
IDA										
LUNES										
MARTES										
MIÉRCOLES										
JUEVES										
VIERNES										

1	PAUL	ROB	STAN	VERN	WALLY	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
ANNE		X	X		X	•	X	X	X	X
CATHY						X				
EVE						X				
FRAN						X				
IDA		X				X				X
LUNES		X	X							
MARTES		X	X							
MIÉRCOLES	X	X	•	X	X					
JUEVES		X	X							
VIERNES	X	•	X	X	X					

Explicación

Anne se casó el lunes. (1), así que coloque "•" en la intersección de Anne y lunes. Coloque una "X" en todos los demás días de la fila de Anne y en todos los demás nombres de la columna del lunes. (Siempre que establezca una relación, como lo hicimos aquí, asegúrese de colocar "X" en las intersecciones de todas las relaciones que se vuelven imposibles como soluciones). Anne no se casó con Wally (1), entonces coloque una "X" en la intersección de Wally y Anne. La boda de Stan se realizó el miércoles (2), entonces coloque "•" en la intersección de Stan y miércoles. (No olvide las "X"). Stan no se casó con Anne, quien se casó el lunes, entonces coloque una "X" en la intersección de Anne y Stan. Rob se casó el viernes, pero no con Ida (2), así que coloque "•" en la intersección de Rob y el viernes, y "X" en las intersecciones de Rob e Ida, e Ida y el viernes. Rob tampoco se casó con Anne, quien se casó el lunes, entonces coloque una "X" en la intersección de Anne y Rob. Ahora su diagrama debe verse como el **diagrama 1**.

Vern se casó con Fran (3), así que coloque "•" en la intersección de Vern y Fran. Esto solamente deja la posibilidad de que el esposo de Anne sea Paul, entonces coloque "•" en la intersección de Anne y Paul, y Paul y el lunes. La boda de Vern y Fran fue un día después de la de Eve (3), que no fue el lunes [Anne], entonces la de Vern no fue el martes; debió haber sido el jueves [véase el diagrama], así que la de Eve fue el miércoles (3). Coloque "•" en las intersecciones de Vern y jueves, Fran y jueves, y Eve y miércoles. Ahora su diagrama debe verse como el **diagrama 2**.

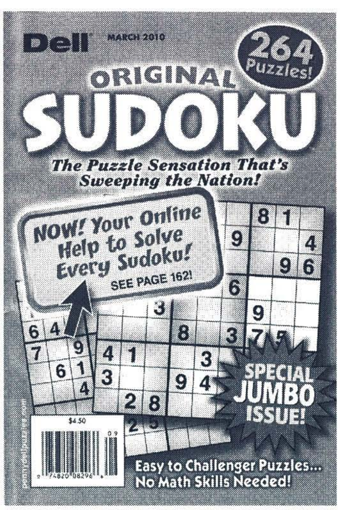
2	PAUL	ROB	STAN	VERN	WALLY	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
ANNE	•	X	X	X	X	•	X	X	X	X
CATHY	X			X		X		X	X	
EVE	X			X		X	X	•	X	X
FRAN	X	X	X	•	X	X	X	X	•	X
IDA	X	X		X		X		X	X	X
LUNES	•	X	X	X	X					
MARTES	X	X	X	X						
MIÉRCOLES	X	X	•	X	X					
JUEVES	X	X	X	•	X					
VIERNES	X	•	X	X	X					

3	PAUL	ROB	STAN	VERN	WALLY	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
ANNE	•	X	X	X	X	•	X	X	X	X
CATHY	X	•	X	X	X	X	X	X	X	•
EVE	X	X	•	X	X	X	X	•	X	X
FRAN	X	X	X	•	X	X	X	X	•	X
IDA	X	X	X	X	•	X	•	X	X	X
LUNES	•	X	X	X	X					
MARTES	X	X	X	X	•					
MIÉRCOLES	X	X	•	X	X					
JUEVES	X	X	X	•	X					
VIERNES	X	•	X	X	X					

El diagrama muestra que Cathy se casó el viernes, Ida se casó el martes, y Wally se casó el martes. Ida se casó con Wally, y la boda de Cathy fue el viernes, entonces ella se casó con Rob. Después de haber obtenido esta información, Eve solo pudo haberse casado con Stan. Usted ha resuelto el acertijo y su diagrama debe verse como el **diagrama 3**.

En resumen: Anne y Paul, lunes; Cathy y Rob, viernes; Eve y Stan, miércoles; Fran y Vern, jueves; Ida y Wally, martes.

En algunos problemas es necesario hacer una deducción lógica con base en hechos establecidos. Cuando lo haga, siempre busque pistas u otros indicios que la desmientan. Si usted encuentra que su deducción es incorrecta, elimínela como posibilidad.



Cómo resolver sudokus Un sudoku es un juego sencillo que ha ganado gran popularidad en Estados Unidos en unos cuantos años. Se cree que el juego tuvo su origen como "Number Place", en Estados Unidos, hace 25 años, pero su popularidad creció después de que se convirtió en una sensación en Japón, donde fue rebautizado como sudoku, que quiere decir "número único". (*Fuente: Sudoku #13*, 2005, Platinum Magazine Group).

En el sudoku solo existe una regla: **"Llene la cuadrícula de modo que cada fila, cada columna y cada cuadro de 3 × 3 contenga los dígitos del 1 al 9"**. Esto implica hacer la revisión de los números que se proporcionan, marcar la cuadrícula y analizar. Aquí se presenta un ejemplo de sudoku.

		7	3	2				
8	4		1				9	
						8	2	1
		9		8	7			5
2	8		4		1		6	3
1			5	6		9		
5	3	8						9
	9				2		1	4
				7	5	6		

Forma original

9	1	7	3	2	8	4	5	6
8	4	2	1	5	6	3	9	7
6	5	3	7	4	9	8	2	1
3	6	9	2	8	7	1	4	5
2	8	5	4	9	1	7	6	3
1	7	4	5	6	3	9	8	2
5	3	8	6	1	4	2	7	9
7	9	6	8	3	2	5	1	4
4	2	1	9	7	5	6	3	8

Forma resuelta

Puede encontrar sudokus y estrategias de solución en línea en www.sudoku.org.uk y en www.pennydellsudokusolver.com.

EJERCICIOS DE LA EXTENSIÓN

Siga las instrucciones para resolver los siguientes problemas lógicos, los cuales aparecieron en el número de febrero de 2010 de Original Logic Problems, *publicado por PennyPress.*

1. ***Refrescar el aliento*** Como parte de la rutina semanal, Drew y cuatro de sus amigos almorzaron en la Parrilla de Aristóteles. Cada quien disfrutó un almuerzo especial, pero cuando llegó el momento de la conversación de sobremesa, los cinco se percataron rápidamente de que necesitaban una o dos mentas para refrescar el aliento. Por suerte, cada uno tenía un contenedor de mentas. No había dos amigos que tuvieran la misma marca de mentas (una es Inti-mints), y tampoco había dos que tuvieran mentas con el mismo sabor. Segundos después estaban listos para conversar, pero estuvieron de acuerdo en que la siguiente semana serían un poco más cuidadosos acerca de qué ordenar para el almuerzo. A partir de la información que se presenta, ¿puede usted determinar el platillo que ordenó cada amigo, así como la marca y el sabor de la menta que cada uno probó posteriormente?

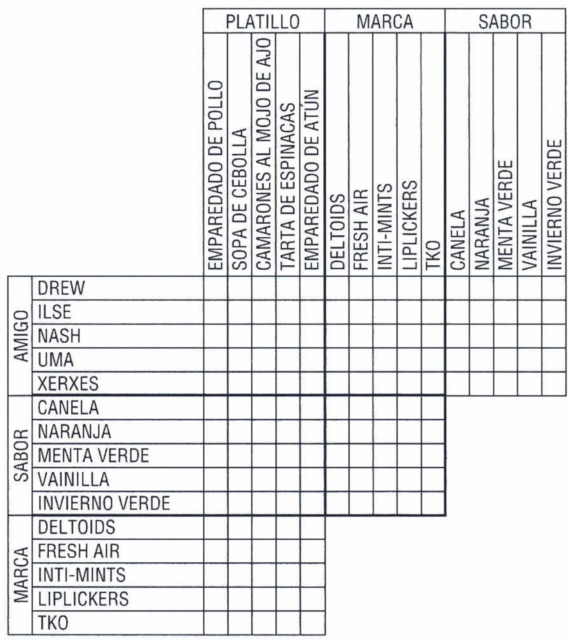
   a) El amigo que pidió camarones al mojo de ajo consumió un par de mentas con sabor a naranja (las cuales no eran mentas Fresh Air). La persona que ordenó la tarta de espinacas no es la que tenía mentas TKO con sabor invierno verde.

   b) El amigo que ordenó sopa de cebolla a la francesa consumió unas cuantas mentas Liplickers. Nash (quien no tenía las mentas con sabor a menta verde) no ordenó camarones al mojo de ajo.

   c) Ni Nash ni Xerxes comieron emparedado de ensalada de atún. El amigo que pidió un emparedado de pollo no es el que refrescó su aliento con mentas sabor a menta verde.

   d) Un amigo tenía un par de mentas Deltoids con sabor a canela. Las mentas Liplickers tenían sabor a vainilla.

   e) Ilse (quien comió un emparedado de pollo) no tenía mentas con sabor a invierno verde. Ni Uma ni Xerxes son la persona que tenía un par de mentas Fresh Air.



2. ***Reyes de corazones*** Aun cuando el origen del día festivo no está claro, la tradición del día de los enamorados evoca la Edad Media, cuando era mejor conocida como la fiesta de San Valentín. Las parejas intercambiaban regalos en esta fiesta de febrero ya desde entonces, pero nadie daba regalos más costosos y sofisticados que la realeza de aquel tiempo. Había cuatro reyes; cada uno de ellos gobernaba un pequeño reino y daba a su reina un costoso regalo el día de San Valentín. Esto demuestra que ¡el amor resiste la prueba del tiempo! (o al menos esa idea de amor). A partir de la información que se presenta, ¿puede usted identificar al rey y la reina de cada reino, así como el regalo que cada rey dio a su esposa para celebrar la fiesta de San Valentín?

   a) El rey Jacobo no regaló a su reina una corona de platino.

b) Ni el cetro enjoyado ni la corona de platino fueron el regalo obsequiado a la reina Meyla (que estaba casada con el rey Kevrick o con el rey Vermond).

c) La reina Dejah (que estaba casada con el rey Fedris o con el rey Jacobo) no era la soberana de Undervale.

d) El rey Kevrik no era el soberano de Dalelands.

e) Ni la corona de platino ni las vestiduras de terciopelo fueron el regalo obsequiado por el rey Vermond.

f) La reina de Undervale (quien estaba casada con el rey Fedris o con el rey Jacobo) recibió como regalo el trono dorado de su esposo.

g) La reina Tilnara no recibió como regalo de su esposo un cetro enjoyado. La reina Aasta era soberana de Hightop.

		REINA				REINO				REGALO			
		AASTA	DEJAH	MEYLA	TILNARA	DALELANDS	HIGHTOP	SHADOW COAST	UNDERVALE	TRONO DORADO	CETRO ENJOYADO	CORONA DE PLATINO	VESTIDURAS DE TERCIOPELO
REY	FEDRIS												
	JACOBO												
	KEVRICK												
	VERMOND												
REGALO	TRONO DORADO												
	CETRO ENJOYADO												
	CORONA DE PLATINO												
	VESTIDURAS DE TERCIOPELO												
REINO	DALELANDS												
	HIGHTOP												
	SHADOW COAST												
	UNDERVALE												

3. ***Revelaciones de Año Nuevo*** Lucy y cuatro de sus amigos fueron a comer al Golden Panda una tarde de enero. Para su sorpresa, llegaron al restaurante durante una celebración del Año Nuevo chino. Para fortuna de los cinco, esto significaba un descuento en la cena y una sesión adivinatoria gratuita con la misteriosa médium Madame Wau Pei. A los cinco amigos les dijeron la buenaventura, una persona a la vez. Todos dijeron a la psíquica la fecha de su nacimiento y se enteraron de que, de acuerdo con la astrología china, el año de nacimiento de cada amigo estaba representado por un animal. Cada uno de los cinco se enteró también de que tenía un elemento de la suerte diferente. Antes de abandonar el restaurante, los cinco amigos compararon sus predicciones, notando que todos ellos tenían un viaje largo en su futuro (¡el viaje de regreso a casa!). A partir de la información que se presenta, determine el orden en el cual la psíquica dijo a los cinco amigos su buenaventura, el año en el cual nació cada uno y su elemento de la suerte.

a) Toni fue la tercera persona a quien le dijeron su buenaventura. La persona cuyo elemento de la suerte es la madera fue la última persona en consultar a la médium.

b) A Earl (cuyo elemento de la suerte es el fuego) le dijeron la buenaventura inmediatamente antes que a la persona que nació en el año del gallo. La cuarta persona en visitar a la médium nació en el año del dragón.

c) A la persona que nació en el año del buey le dijeron su buenaventura en algún turno anterior al del amigo cuyo elemento de la suerte es el metal. Ivana nació en el año del caballo.

d) La persona cuyo elemento de la suerte es el agua (que nació en el año de la cabra) no fue la primera persona en oír su buenaventura.

e) La persona cuyo elemento de la suerte es la tierra oyó su buenaventura exactamente dos turnos después de Philip.

		AMIGO					AÑO					ELEMENTO				
		EARL	IVANA	LUCY	PHILIP	TONI	CABRA	DRAGÓN	CABALLO	BUEY	GALLO	TIERRA	FUEGO	METAL	AGUA	MADERA
ORDEN	PRIMERO															
	SEGUNDO															
	TERCERO															
	CUARTO															
	QUINTO															
ELEMENTO	TIERRA															
	FUEGO															
	METAL															
	AGUA															
	MADERA															
AÑO	CABRA															
	DRAGÓN															
	CABALLO															
	BUEY															
	GALLO															

4. ***Granero de nuevo*** Desde que tengo memoria, he soñado con tener mi propia posada, y ¡parece que mi sueño está a punto de volverse realidad! Nos gustaría que nuestra posada fuera diferente, de modo que mi esposo y yo hemos decidido comprar un granero y convertirlo en un alojamiento único. Vimos cinco graneros recientemente, cada uno de los cuales tenía un uso distinto. Mi esposo y yo visitamos cada granero con un contratista diferente, cada uno de los cuales nos dio una estimación diferente ($50,000, $60,000, $70,000, $80,000 o $100,000) para la remodelación. Cada granero tiene una característica distinta que lo hace atractivo (uno tiene un montacargas en servicio), pero aún no hemos decidido cuál comprar (¡estamos comenzando a enloquecer!). A partir de la información que se presenta, determine el contratista que visitó cada granero con nosotros y la característica especial de cada estructura, así como la estimación sobre los costos de remodelación de cada granero.

a) La remodelación del granero de manzanas (el cual tiene distintivas ventanas octagonales) costará exactamente $20,000 menos que el granero que visitamos con un representante del Bill's Building. La estimación de la remodelación del granero de heno es mayor que la estimación de la remodelación del granero de papas.

b) Remodelar el granero que visitamos con la persona de AB Contracting (que no es el granero que tiene vigas fabulosas) costará más que la remodelación del granero que vimos con el contratista de Pine Valley, pero exactamente $10,000 menos que la remodelación del granero que sirve de caballeriza.

c) La estimación de la remodelación del granero de manzanas y el adorable granero cercado con tablas y tablones son las estimaciones más baja y más alta, en algún orden.

d) Remodelar el granero que visitamos con el contratista de Dekker Ltd. costará exactamente $20,000 más que la remodelación del granero con excelente conservación aislante.

e) Remodelar el viejo granero que sirve como granja lechera costará más que el que visitamos con el representante de Vander Estates.

		GRANERO					CARACTERÍSTICA					ESTIMACIÓN				
		MANZANAS	GRANJA LECHERA	HENO	CABALLERIZA	PAPAS	VIGAS	MONTACARGAS	AISLAMIENTO	CERCA	VENTANAS	$50,000	$60,000	$70,000	$80,000	$100,000
CONTRATISTA	AB CONTRACTING															
	BILL'S BUILDING															
	DEKKER LTD.															
	PINE VALLEY															
	VANDER ESTATES															
ESTIMACIÓN	$50,000															
	$60,000															
	$70,000															
	$80,000															
	$100,000															
CARACTERÍSTICA	VIGAS															
	MONTACARGAS															
	AISLAMIENTO															
	CERCA															
	VENTANAS															

Resuelva todos los sudokus, los cuales aparecieron en Dell Original Sudoku, *en marzo del 2010, Penny Publications. (Están clasificados de acuerdo con su grado de dificultad).*

5. ***Fácil***

	4		1	6	8			5
		9		5			2	8
	6		9					4
		4	7		9			
	3	8		4		2	9	
			2		3	8		
2					1		6	
9	7			2		5		
4			6	9	5		7	

6. ***Fácil***

2		3			8	1	4	
	7		6	2	4			
	8			3				7
8	4	7	2				6	
			8		6			
	1				9	4	8	2
7				6			2	
			9	5	7		1	
	6	9	3			5		4

7. ***Mediana dificultad***

8	3		6					1
	1			4			5	6
		6			8			
		7	1				3	8
		1		2		4		
5	4				6	1		
			5			7		
9	8			7			1	
6					1		2	3

8. ***Mediana dificultad***

			4	5		6		
4	5					3		9
	6	1			3			8
5	8				1		6	
		9		3		2		
	4		9				1	7
8			1			7	3	
1		5					9	2
		6		7	2			

9. ***Difícil***

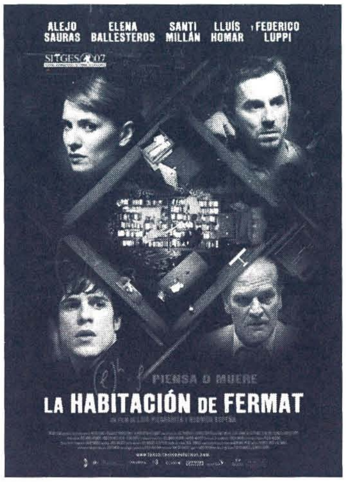
	1			2				4
4		9			1		7	
		8				9		
	3		6				2	
7				3				9
	9				8		5	
		2				4		
	8		2			6		5
9				8			3	

10. ***Difícil***

	2			9		6	7	
	5	6						
			6		4			5
	6	9						1
			3	6	9			
8						9	4	
1			4		7			
						4	2	
	4	8		2			3	

3.6 ANÁLISIS DE ARGUMENTOS CON TABLAS DE VERDAD

Tablas de verdad (dos premisas) • Formas de argumentos válidos e inválidos • Tablas de verdad (más de dos premisas) • Argumentos de Lewis Carroll



En la película española de 2007 ***La Habitacion de Fermat,*** cuatro matemáticos son invitados a cenar. Pronto descubren que la habitación en la cual se encuentran está diseñada para triturarlos conforme las paredes se acerquen cada vez más y más. La única manera de retardar lo inevitable es resolver enigmas, preguntas, acertijos, problemas y adivinanzas que alguien les comunica por un teléfono celular.

Uno de los enigmas se trata de un cuarto herméticamente sellado que solo contiene una bombilla eléctrica. Fuera de la habitación hay tres interruptores, y solamente uno de ellos controla la bombilla. Usted puede oprimir cualquiera de los botones o todos, las veces que quiera antes de entrar al cuarto, pero una vez que entre no tendrá acceso a los interruptores ubicados afuera de la habitación. ¿Cómo podría determinar cuál interruptor controla la bombilla? (La respuesta se encuentra en la **página 126**).

Tablas de verdad (dos premisas)

En la **sección 3.5** usamos diagramas de Euler para someter a prueba la validez de los argumentos. Mientras que los diagramas de Euler funcionan bien para argumentos sencillos, pueden surgir dificultades con los más complejos, porque los diagramas de Euler requieren de un bosquejo que muestre cada caso posible. Cuando se analizan argumentos complejos, resulta difícil estar seguro de que se consideren todos los casos.

Al decidir si se utilizan diagramas de Euler para probar la validez de un argumento, se buscan cuantificadores como "todo", "alguno" o "no". Estas palabras indican frecuentemente que los argumentos se prueban más eficientemente con diagramas de Euler. Si estas palabras están ausentes, tal vez sea mejor usar tablas de verdad para probar la validez de un argumento.

Como un ejemplo de este método, considere el siguiente argumento:

Si el piso está sucio, entonces debo limpiarlo.
El piso está sucio.
___
Debo limpiarlo.

Para probar la validez de este argumento, iniciamos con la identificación de los enunciados *componentes* que se encuentran en el argumento. Son: "el piso está sucio" y "debo limpiarlo". Usamos las letras p y q para representar estos enunciados:

p representa "el piso está sucio";
q representa "debo limpiarlo".

Ahora escriba en símbolos las dos premisas y la conclusión.

Premisa 1: $p \rightarrow q$
Premisa 2: p
___
Conclusión: q

Para determinar si este argumento es válido, debemos saber si la conjunción de ambas premisas implica la conclusión de todos los casos posibles de valores de verdad de p y q. Por lo tanto, se escribe la conjunción de las premisas como el antecedente de un enunciado condicional, y la conclusión como el consecuente.

$$\underset{\textbf{premisa}}{\underset{\uparrow}{[(p \rightarrow q)}} \quad \underset{\textbf{y}}{\underset{\uparrow}{\wedge}} \quad \underset{\textbf{premisa}}{\underset{\uparrow}{p]}} \quad \underset{\textbf{implica}}{\underset{\uparrow}{\rightarrow}} \quad \underset{\textbf{conclusión}}{\underset{\uparrow}{q}}$$

Finalmente, se elabora la tabla de verdad para este enunciado condicional, como se muestra abajo.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Como la última columna indica que el enunciado condicional que representa el argumento es verdadero para todos los posibles valores de verdad de p y q, el argumento es una tautología. Por lo tanto, el argumento es válido.

Respuesta a la pregunta de la bombilla de la **página 125.**

Identifique los interruptores como 1, 2 y 3. Active el interruptor 1 y déjelo activado por varios minutos. Luego desactive el interruptor 1, active el interruptor 2 y entre inmediatamente al cuarto. Si la bombilla está encendida, entonces usted sabe que el interruptor 2 la controla. Si la bombilla está apagada, tóquela para ver si está caliente. Si lo está, entonces el interruptor 1 la controla. Si la bombilla no está caliente, entonces el interruptor 3 la controla.

El patrón del argumento en el ejemplo del piso limpio

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p\qquad} \\ q \end{array}$$

se conoce como **modus ponens** (que en latín significa *modo que afirmando afirma*), razonamiento directo o *ley de objetividad.*

Para probar la validez de un argumento usando una tabla de verdad, se siguen los pasos del recuadro que aparece a continuación.

Prueba de la validez de un argumento con una tabla de verdad

Paso 1 Asigne una letra para representar cada enunciado componente del argumento.

Paso 2 Exprese simbólicamente todas las premisas y la conclusión.

Paso 3 Elabore simbólicamente el enunciado del argumento total escribiendo la *conjunción* de *todas* las premisas como el antecedente de un enunciado condicional, y la conclusión del argumento como el consecuente.

Paso 4 Complete la tabla de verdad del enunciado condicional elaborado en el paso 3. Si es una tautología, entonces el argumento es válido; si no, es inválido.

EJEMPLO 1 Uso de una tabla de verdad para determinar la validez

Determine si el siguiente argumento es *válido* o *inválido*.

Si mi cheque llega a tiempo, me inscribiré al curso de verano.
Me inscribí en el curso de verano.
Mi cheque llegó a tiempo.

SOLUCIÓN

Considere que p representa "mi cheque llega (llegó) a tiempo" y q representa "me inscribiré (me inscribí) en el curso de verano". El argumento se puede escribir como sigue.

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q\qquad} \\ p \end{array}$$

Con la finalidad de probar la validez, se elabora una tabla de verdad para el enunciado $[(p \to q) \wedge q] \to p$.

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \wedge q$	$[(p \to q) \wedge q] \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

La tercera fila de la columna final de la tabla de verdad muestra una F, y esto es suficiente para concluir que el argumento es inválido. ∎

Si un condicional y su converso fueran lógicamente equivalentes, entonces un argumento del tipo encontrado en el **ejemplo 1** sería válido. Como el condicional y su converso *no* son equivalentes, el argumento es un ejemplo de lo que algunas veces se conoce como **falacia del converso**.

EJEMPLO 2 Uso de una tabla de verdad para determinar la validez

Determine si el siguiente argumento es *válido* o *inválido*.

Si un hombre pudiera estar en dos lugares al mismo tiempo, yo estaría contigo.
No estoy contigo.
Un hombre no puede estar en dos lugares al mismo tiempo.

SOLUCIÓN

Si p representa "un hombre pudiera estar en dos lugares al mismo tiempo" y q representa "yo estaría contigo", el argumento se escribe como sigue.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{\sim q} \\ \sim p \end{array}$$

El enunciado simbólico del argumento completo es el siguiente.

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$

La tabla de verdad de este argumento indica una tautología, y el argumento es válido.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$\sim p$	$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

El patrón de razonamiento de este ejemplo se llama **modus tollens** (que en latín significa *modo que negando niega*), *razonamiento indirecto* o *ley de contraposición.* ▮▮▮

Con un razonamiento similar al utilizado para dar nombre a la falacia del converso, la falacia

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{\sim p} \\ \sim q \end{array}$$

se llama **falacia del inverso**. Un ejemplo de esta falacia es "si llueve, me mojo. No llueve. Por lo tanto, no me mojo".

EJEMPLO 3 Uso de una tabla de verdad para determinar la validez

Determine si el siguiente argumento es *válido* o *inválido*.

Compraré un automóvil o tomaré vacaciones.
No compraré un automóvil.
___
Tomaré vacaciones.

SOLUCIÓN

Si p representa "compraré un automóvil", y q representa "tomaré vacaciones", el argumento se simboliza como sigue.

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{\sim p} \\ q \end{array}$$

Debemos elaborar una tabla de verdad para el enunciado $[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$.

p	q	$p \vee q$	$\sim p$	$(p \vee q) \wedge \sim p$	$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$
V	V	V	F	F	V
V	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V

El enunciado es una tautología y el argumento es válido. Cualquier argumento de esta forma es válido por la ley del **silogismo disyuntivo**. ▮▮▮

EJEMPLO 4 Uso de una tabla de verdad para determinar la validez

Determine si el siguiente argumento es *válido* o *inválido*.

Si rechina, entonces uso el lubricante WD-40.
Si uso WD-40, entonces debo ir a la ferretería.

Si rechina, entonces debo ir a la ferretería.

SOLUCIÓN

Considere que p representa "rechina", q representa "uso WD-40", y r representa "debo ir a la ferretería". El argumento toma la forma general siguiente.

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q \to r} \\ p \to r \end{array}$$

Se elabora una tabla de verdad para este enunciado, el cual requiere ocho filas.

$$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$$

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$p \to r$	$(p \to q) \wedge (q \to r)$	$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Este argumento es válido porque el enunciado final es una tautología. Este patrón de argumento se llama **razonamiento transitivo** o *ley del silogismo hipotético*.

En una escena inicial de la película *Monty Python and the Holy Grail* (Los caballeros de la mesa cuadrada), producida en 1974, una aplicación sorprendente de **lógica deficiente** trae consigo la aparente desaparición de una presunta bruja. Algunos campesinos forzaron a una joven mujer a usar una nariz de madera. El intrincado argumento es el siguiente: las brujas y la madera se queman, y como las brujas están hechas de madera, la madera flota y los patos también flotan, si ella pesa lo mismo que un pato, entonces ella está hecha de madera y, por lo tanto, ¡es una bruja!

Formas de argumentos válidos e inválidos

A continuación se presenta un resumen de las formas de argumentos válidos e inválidos que hemos analizado hasta aquí en esta sección.

Formas de argumentos válidos

Modus Ponens	Modus Tollens	Silogismo disyuntivo	Razonamiento transitivo
$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p} \\ q \end{array}$	$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{\sim q} \\ \sim p \end{array}$	$\begin{array}{l} p \vee q \\ \underline{\sim p} \\ q \end{array}$	$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q \to r} \\ p \to r \end{array}$

Formas de argumentos inválidos (falacias)

Falacia del converso	Falacia del inverso
$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q} \\ p \end{array}$	$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{\sim p} \\ \sim q \end{array}$

Tablas de verdad (más de dos premisas)

Cuando un argumento incluye más de dos premisas, es necesario determinar los valores de verdad de la conjunción de *todas* ellas. ***Si al menos una premisa de una conjunción de varias premisas es falsa, entonces la conjunción completa es falsa.***

EJEMPLO 5 Uso de una tabla de verdad para determinar la validez

Determine si el siguiente argumento es *válido* o *inválido*.

Si Eddy va al pueblo, entonces Mabel permanece en casa. Si Mabel no permanece en casa, entonces Rita cocinará. Rita no cocinará. Por lo tanto, Eddie no va al pueblo.

SOLUCIÓN

En un argumento escrito de esta manera, las premisas se enuncian primero, y la conclusión es el enunciado que sigue después de las palabras "por lo tanto". Considere que p representa "Eddie va al pueblo", q representa "Mabel permanece en casa", y r representa "Rita cocinará".

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \rightarrow r \\ \underline{\sim r} \\ \sim p \end{array}$$

Para probar la validez, se elabora la tabla de verdad para este enunciado.

$$[(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \rightarrow r) \wedge \sim r] \rightarrow \sim p$$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$\sim q \rightarrow r$	$\sim r$	$(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \rightarrow r) \wedge \sim r$	$\sim p$	$[(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \rightarrow r) \wedge \sim r] \rightarrow \sim p$
V	V	V	V	F	V	F	F	F	V
V	V	F	V	F	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	F	V	F	F	V
F	V	V	V	F	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	F	V	V

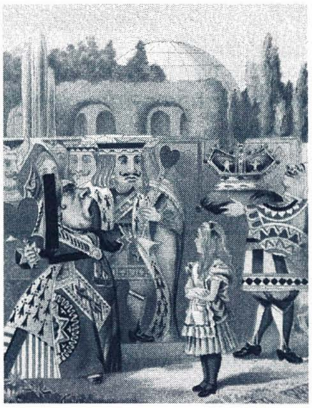
Como la columna final no contiene solamente T (verdaderos), el enunciado no es una tautología. Este argumento es inválido.

Argumentos de Lewis Carroll

Considere la siguiente estrofa, que data de hace muchos años.

> *Por falta de un clavo, se perdió la herradura. Por falta de la herradura, se perdió el caballo. Por falta del caballo, se perdió al jinete. Por falta del jinete, se perdió la batalla. Por perder la batalla, se perdió la guerra.*
>
> *Por lo tanto, por falta de un clavo, se perdió la guerra.*

Cada línea de la estrofa se puede escribir como un enunciado de la forma *si... entonces*. Por ejemplo, la primera línea se puede expresar como "si se pierde un clavo, entonces se pierde la herradura". La conclusión "por falta de un clavo, se perdió la guerra" se deriva de las premisas, porque se aplica el uso repetitivo de la ley de transitividad. Argumentos como el utilizado por Lewis Carroll en el siguiente ejemplo con frecuencia toman una forma similar.



Alicia en el Jardín del Olvido

Cuando Alicia entró al Jardín del Olvido con frecuencia olvidaba el día de la semana que era. Encontró un león y un unicornio, dos criaturas extrañas. El león mentía los lunes, martes y miércoles, y decía la verdad los otros días de la semana. El unicornio, por otro lado, mentía los jueves viernes y sábados, pero decía la verdad los demás días de la semana.

Un día, Alicia se encuentra al león y al unicornio descansando debajo de un árbol. Ellos dijeron los siguientes enunciados:

León: Ayer fue uno de mis días de mentir.
Unicornio: Ayer también fue uno de mis días de mentir.

A partir de estos dos enunciados, Alicia pudo deducir el día de la semana. ¿Qué día era? (La respuesta se encuentra en la **página 133**).

(Adaptado de un problema de *What Is the Name of This Book?* De Raymond Smullyan).

EJEMPLO 6 Emita una conclusión para asegurar la validez

Dé una conclusión que genere un argumento válido para las siguientes premisas.

Los bebés son ilógicos.
Nadie menosprecia a quien puede manejar un cocodrilo.
Las personas ilógicas son menospreciadas.

SOLUCIÓN

Primero, se escribe cada premisa en la forma *si. . . entonces. . .*

Si usted es un bebé, entonces es ilógico.
Si usted puede manejar un cocodrilo, entonces usted no es menospreciado.
Si usted es ilógico, entonces usted es menospreciado.

Considere que p representa "usted es un bebé", q representa "usted es ilógico", r representa "usted puede manejar un cocodrilo", y s corresponde a "usted es menospreciado". Los enunciados se pueden escribir simbólicamente.

$$p \rightarrow \sim q$$
$$r \rightarrow \sim s$$
$$\sim q \rightarrow s$$

Se inicia con cualquier letra que aparezca solo una vez. Aquí p aparece solo una vez. Usando el contrapositivo de $r \rightarrow \sim s$, que es $s \rightarrow \sim r$, se reordenan los enunciados como sigue.

$$p \rightarrow \sim q$$
$$\sim q \rightarrow s$$
$$s \rightarrow \sim r$$

A partir de los tres enunciados, el uso repetitivo de razonamiento transitivo nos da la conclusión

$p \rightarrow \sim r$, lo que nos conduce a un argumento válido.

En palabras, la conclusión es: "Si usted es un bebé, entonces no puede manejar un cocodrilo", o como lo habría escrito Lewis Carroll: "Los bebés no pueden manejar cocodrilos".

3.6 EJERCICIOS

Cada argumento es válido por una de las formas de argumentos válidos analizados en esta sección, o bien, es una falacia por una de las formas de argumentos inválidos analizados. (Véase los recuadros de resumen). Determine si el argumento es válido *o una* falacia, *e indique la forma en que se aplica.*

1. Si James Taylor va al pueblo, entonces yo iré al concierto.
Si voy al concierto, entonces me reportaré enfermo al trabajo.
———
Si James Taylor va al pueblo, me reportaré enfermo al trabajo.

2. Si usted usa binoculares, entonces alcanzará a ver el transbordador espacial.
Si usted alcanza a ver el transbordador espacial, entonces se sorprenderá.
———
Si usted usa binoculares, entonces se sorprenderá.

3. Si Julie Nhem trabaja arduamente, obtendrá una promoción.
Julie Nhem trabaja arduamente.
———
Ella obtiene una promoción.

4. Si Andrew Noble vende su cuota, obtendrá un bono.
Andrew Noble vende su cuota.
———
Él obtiene un bono.

5. Si él no tiene que levantarse a las 3:00 A.M., se pone eufórico.
Él se pone eufórico.
———
Él no tiene que levantarse a las 3:00 A.M.

6. Si ella compra otro par de zapatos, su clóset estará atiborrado.
Su clóset estará atiborrado.
———
Ella compra otro par de zapatos.

7. Si Mariano Rivera lanza, los Yankees ganan.
Los Yankees no ganan.
――――――――――
Mariano Rivera no lanza.

8. Si Nelson Dida juega, el contrario anota.
El contrario no anota.
――――――――――
Nelson Dida no juega.

9. "Si desarrolláramos una raza de hombres como Isaac Newton, no habría progreso". (Cita de Aldous Huxley).
No hemos desarrollado una raza de hombres como Isaac Newton.
――――――――――
Eso es progreso.

10. "Si he visto más lejos que otros, es porque voy sobre los hombros de gigantes". (Cita de Sir Isaac Newton).
No he visto más lejos que otros.
――――――――――
No voy sobre los hombros de gigantes.

11. Ella comercia en Internet o paga con tarjeta de crédito.
Ella no paga con tarjeta de crédito.
――――――――――
Ella comercia por Internet.

12. Mia patea el balón o Drew hace un pase.
Drew no hace un pase.
――――――――――
Mia patea el balón.

Use una tabla de verdad para determinar si cada uno de los siguientes argumentos es válido *o* inválido.

13. $\begin{array}{l} p \vee q \\ p \\ \hline \sim q \end{array}$

14. $\begin{array}{l} p \wedge \sim q \\ p \\ \hline \sim q \end{array}$

15. $\begin{array}{l} \sim p \rightarrow \sim q \\ q \\ \hline p \end{array}$

16. $\begin{array}{l} p \vee \sim q \\ p \\ \hline \sim q \end{array}$

17. $\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow p \\ \hline p \wedge q \end{array}$

18. $\begin{array}{l} \sim p \rightarrow q \\ p \\ \hline \sim q \end{array}$

19. $\begin{array}{l} p \rightarrow \sim q \\ q \\ \hline \sim p \end{array}$

20. $\begin{array}{l} p \rightarrow \sim q \\ \sim p \\ \hline \sim q \end{array}$

21. $\begin{array}{l} (p \wedge q) \vee (p \vee q) \\ q \\ \hline p \end{array}$

22. $\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\ p \\ \hline p \vee q \end{array}$

23. $\begin{array}{l} (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \rightarrow q) \\ p \\ \hline \sim q \end{array}$

24. $\begin{array}{l} (r \wedge p) \rightarrow (r \vee q) \\ q \wedge p \\ \hline r \vee p \end{array}$

25. $\begin{array}{l} (\sim p \wedge r) \rightarrow (p \vee q) \\ \sim r \rightarrow p \\ \hline q \rightarrow r \end{array}$

26. $\begin{array}{l} (p \rightarrow \sim q) \vee (q \rightarrow \sim r) \\ p \vee \sim r \\ \hline r \rightarrow p \end{array}$

27. Anteriormente mostramos cómo analizar argumentos usando diagramas de Euler. Remítase al **ejemplo 4** de esta sección, reformule cada premisa y la conclusión usando un cuantificador, y luego dibuje un diagrama de Euler para ilustrar la relación.

28. Explique en unas cuantas oraciones cómo determinar el enunciado para el cual se construirá una tabla de verdad, de modo que los argumentos que siguen en los **ejercicios 29 a 38** se puedan analizar para ver si son válidos.

Determine si cada argumento es válido *o* inválido.

29. A Joey le gusta ver películas. Si a Terry le gusta trotar, entonces a Joey no le gusta ver películas. Si a Terry no le gusta trotar, entonces Carrie conduce un autobús escolar. Por lo tanto, Carrie conduce un autobús escolar.

30. Si el huracán Gustavo azota esa arboleda, entonces los árboles serán devastados. Las personas plantan árboles cuando hay desastres y los árboles no son devastados. Por lo tanto, si las personas plantan árboles cuando los desastres se presentan, entonces el huracán Gustavo no azotó la arboleda.

31. Si la locura de las redes sociales continúa, la descarga de música seguirá siendo común. Las muñecas del tipo "American Girl" son favoritas o la descarga de música seguirá siendo común. Las muñecas "American girl" no son favoritas. Por lo tanto, la locura de las redes sociales no continúa.

32. Carrie Underwood canta o Joe Jonas no es un ídolo adolescente. Si Joe Jonas no es un ídolo adolescente, entonces Jennifer Hudson no gana un Grammy. Jennifer Hudson gana un Grammy, por lo tanto, Carrie Underwood no canta.

33. Los Delfines estarán en los playoffs si y solo si Chad lidera la liga en pases. Tony entrena a los Delfines o Chad lidera la liga en pases. Tony no entrena a los Delfines. Por lo tanto, los Delfines no estarán en los playoffs.

34. Si te llevo en la piel, entonces tú estás en lo profundo de mi corazón. Si tú estás en lo profundo de mi corazón, entonces realmente no formas parte de mí. Tú estás en lo profundo de mi corazón o eres realmente parte de mí. Por lo tanto, si te llevo en la piel, entonces eres realmente una parte de mí.

35. Si el doctor Hardy es jefe de departamento, entonces vive en Atlanta. Él vive en Atlanta y su nombre de pila es Larry. Por lo tanto, si su nombre de pila no es Larry, entonces no es jefe de departamento.

36. Si yo fuera tu mujer y tú fueras mi hombre, entonces nunca dejaría de amarte. He dejado de amarte. Por lo tanto, no soy tu mujer o tú no eres mi hombre.

37. Todos los hombres fueron creados iguales. Todas las personas que son creadas iguales son mujeres. Por lo tanto, todos los hombres son mujeres.

38. Todos los hombres son mortales. Sócrates es un hombre. Por lo tanto, Sócrates es mortal.

39. Suponga que usted pregunta a un extranjero la hora y obtiene la siguiente respuesta:

> "Si le informo la hora, entonces empezaremos a conversar. Si empezamos a conversar, entonces usted querrá verme en la parada del autobús. Si nos vemos en la parada del autobús, entonces hablaremos de mi familia. Si hablamos de mi familia, entonces usted descubrirá que mi hija es casadera. Si usted se entera de que ella es casadera, entonces usted querrá casarse con ella. Si usted se quiere casar con ella, entonces mi vida será miserable porque no quiero que mi hija se case con alguien tan tonto que no puede comprar un reloj de $10".

Use razonamiento transitivo para obtener una conclusión válida.

40. Molly Riggs hizo la siguiente observación: "Si quiero determinar si un argumento que conduce al enunciado

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$

es válido, solo necesito considerar las líneas de la tabla de verdad que conducen a una V en la columna encabezada por $(p \rightarrow q) \wedge \sim q$". Molly fue muy perceptiva. ¿Usted puede explicar por qué su percepción es correcta?

En los argumentos utilizados por Lewis Carroll, es útil reformular una premisa en la forma si . . . entonces *para identificar más fácilmente una conclusión válida. Las siguientes premisas son de Lewis Carroll. Escriba cada premisa en la forma* si... entonces.

41. Todas mis aves de corral son patos.

42. Ninguno de sus hijos piensa de manera lógica.

43. Los conejillos de indias son completamente ignorantes de la música.

44. Ningún abstemio es prestamista.

45. Ningún gato que aprende tiene ojos verdes.

46. Los fumadores de opio no tienen autocontrol.

47. No tengo guardado uno que pueda leer.

48. Todos los escritos en papel azul están archivados.

Los ejercicios 49 a 54 incluyen premisas de Lewis Carroll. Escriba cada premisa con símbolos, y luego en la parte final, dé una conclusión que genere un argumento válido.

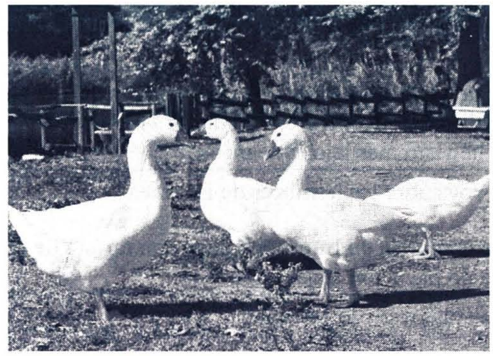
49. Considere que p representa "es un pato", q representa "es mi ave de corral", r corresponde a "uno es un oficial", y s representa "uno está dispuesto a bailar el vals".

a) Ningún pato está dispuesto a bailar el vals.

b) Ningún oficial declina bailar el vals.

c) Todas mis aves de corral son patos.

d) Dé una conclusión que genere un argumento válido.



50. Considere que p es "uno puede pensar con lógica", q corresponde a "uno es adecuado para ser jurado", r equivale a "uno es cuerdo", y s representa "él es tu hijo".

a) Todos los que son cuerdos pueden pensar con lógica.

b) Los lunáticos no son adecuados para estar en un jurado.

c) Ninguno de tus hijos puede pensar con lógica.

d) Dé una conclusión que genere un argumento válido.

51. Considere que p corresponde a "uno es honesto", q representa "uno es un prestamista", r equivale a "uno no cumple sus promesas", s representa "uno es digno de confianza", t significa "uno es muy comunicativo", y u corresponde a "uno es un bebedor de vino".

a) Los que no cumplen sus promesas no son dignos de confianza.

b) Los bebedores de vino son muy comunicativos.

c) Una persona que cumple su promesa es honesta.

d) Ningún abstemio es prestamista. (*Sugerencia:* Suponga que "abstemio" es el opuesto de "bebedor de vino").

e) Uno siempre puede confiar en una persona muy comunicativa.

f) Dé una conclusión que genere un argumento válido.

52. Considere que p equivale a "es un conejillo de indias", q significa "es totalmente ignorante de la música", r representa "guarda silencio mientras se toca *Claro de Luna*", y s significa "aprecia a Beethoven".

a) Nadie que realmente aprecie a Beethoven deja de guardar silencio mientras se toca *Claro de Luna*.

b) Los conejillos de indias son totalmente ignorantes de la música.

c) Nadie que sea totalmente ignorante de la música guardará siempre silencio mientras se toca *Claro de Luna*.

d) Dé una conclusión que genere un argumento válido.

53. Considere que p significa "inicia con 'Estimado señor'", q representa "es cruzada", r corresponde a "está fechada", s quiere decir "está archivada", t representa "está en tinta negra", u equivale a "está escrita en tercera persona", v significa "puedo leerla", w corresponde a "está en papel azul", x quiere decir "está escrita en una sola hoja", y y significa "está escrita por Brown".

a) Todas las cartas fechadas están escritas en papel azul.

b) Ninguna de ellas está en tinta negra, excepto aquellas que están escritas en tercera persona.

c) No he archivado ninguna de las que puedo leer.

d) Ninguna de las que están escritas en una sola hoja está sin fechar.

e) Todas las que no están cruzadas están en tinta negra.

f) Todas las escritas por Brown inician con "Estimado señor".

g) Todas las escritas en papel azul están archivadas.

h) Ninguna de las escritas en más de una hoja está cruzada.

i) Ninguna de las que inician con "Estimado señor" está escrita en tercera persona.

j) Dé una conclusión que genere un argumento válido.

54. Considere que p representa "él va a la fiesta", q significa "él peina su cabello", r equivale a "él tiene autocontrol", s corresponde a "él parece fascinante", t significa "él es un fumador de opio", u equivale a "él es pulcro", y v quiere decir "él usa guantes blancos de niño".

a) Ninguno que vaya a una fiesta deja de peinarse el cabello.

b) Nadie parece fascinante si no es pulcro.

c) Los fumadores de opio no tienen autocontrol.

d) Todos los que han peinado su cabello se ven fascinantes.

e) Nadie usa guantes blancos de niño a menos que vaya a una fiesta. (*Sugerencia:* Tome en cuenta que "a a menos que b" $\equiv \sim b \rightarrow a$).

f) Un hombre siempre está sucio si no tiene autocontrol.

g) Dé una conclusión que genere un argumento válido.

Respuesta al problema de Alicia en el Jardín del Olvido de la **página 130:**

Los únicos días en que el León puede decir: "Mentí ayer" son los lunes y jueves. Los únicos días que el unicornio puede decir: "Mentí ayer" son los jueves y los domingos. Por lo tanto, el único día en que ambos lo pueden decir es el jueves.

INVESTIGACIÓN COLABORATIVA

Problemas lógicos y sudokus

Los problemas lógicos y los sudokus se analizaron primero en la **Extensión** de las **páginas 120 a 124**. Aquí los problemas requieren más tiempo y mayores habilidades de razonamiento que los de la **Extensión**. Se tomaron de *Original Logic Problems*, de febrero de 2010, y de *Dell Original Sudoku*, de marzo de 2010.

Los alumnos se pueden dividir en grupos y ver cuál grupo puede resolver estos problemas más rápidamente.

EJERCICIOS

Nota: Como una excepción de nuestro estilo habitual, las respuestas a estos ejercicios de investigación en grupo se presentan en la parte posterior del libro.

1. ***Lanzamientos al espacio*** La Asociación Nacional del Espacio ha programado cinco cohetes para lanzarlos al principio del año próximo. Cada cohete (incluyendo el *Penchant*) despegará en un mes particular (de enero a mayo), que no coincidirá con los meses de lanzamiento de los otros, y en un día particular (del 1 al 5), que tampoco coincidirá con los días de lanzamiento de los otros. Cada cohete se lanzará desde sitios diferentes (incluyendo el San Simeon Launch Center) y tendrá una misión específica. Para los aficionados a los programas espaciales, ¡el próximo año será emocionante! Partiendo de la información que se presenta, determine el mes y el día de lanzamiento del cohete desde cada sitio de lanzamiento, así como la misión de cada uno.

		FECHA					SITIO DE LANZAMIENTO					COHETE					MISIÓN				
		1	2	3	4	5	CAPE CARNIVAL	EDDINGS A. F. B.	SAN SIMEON L. C.	VANDYKE FACILITY	WILLARD ISLAND	BRAVURA	FALCONER	LIBERTY	PENCHANT	TWILIGHT	INVESTIGACIÓN	ALUNIZAJE	MEDICIÓN	REPARACIÓN DE SATÉLITE	PRUEBA DE PROPULSIÓN
MES	ENERO																				
	FEBRERO																				
	MARZO																				
	ABRIL																				
	MAYO																				
MISIÓN	INVESTIGACIÓN																				
	ALUNIZAJE																				
	MEDICIÓN																				
	REPARACIÓN																				
	PRUEBA																				
COHETE	BRAVURA																				
	FALCONER																				
	LIBERTY																				
	PENCHANT																				
	TWILIGHT																				
SITIO DE LANZAMIENTO	CAPE CARNIVAL																				
	EDDINGS AIR																				
	SAN SIMEON																				
	VANDYKE																				
	WILLARD ISLAND																				

a) El día del lanzamiento en mayo corresponde a un número que es menor exactamente por dos números en comparación con el día del lanzamiento desde Willard Island. Ninguno de los cohetes se lanzará el 1 de febrero. La misión para someter a prueba un nuevo sistema de propulsión no iniciará en enero.

b) El *Liberty* y el cohete que saldrá en abril despegarán de Cape Carnival y Willard Island en algún orden. Ni el cohete con la misión de medir campos magnéticos (el cual no se lanzará el día 1 de un mes) ni el cohete de Willard Island despegarán el día 3 de algún mes.

c) El *Bravura* será lanzado un mes después del cohete que se lanzará el día 4 de un mes (el cual despegará después del cohete que alunizará). El *Liberty* no será lanzado el día 2 de algún mes.

d) El cohete que despegará de Cape Carnival no se encargará de someter a prueba el nuevo sistema de propulsión. La misión del *Twilight* (el cual no tiene la misión de reparar un satélite) no iniciará el día 5 de un mes.

e) El cohete con la misión de investigar radiación extraña será lanzado durante el año en algún momento antes que el *Liberty* (el cual no reparará un satélite), pero después que la nave que despegará de Vandyke Facility.

f) El cohete que saldrá desde la base Eddings Air Force despegará en una fecha indicada con un número menor que la fecha de lanzamiento de marzo (en la cual no se someterá a prueba un sistema de propulsión), y despegará en una fecha indicada con un número menor que la fecha de lanzamiento del *Falconer*.

2. ***Acertijo muy desafiante*** Para resolver el siguiente acertijo muy desafiante, coloque un número en cada cuadro de modo que a lo largo de cada fila, de cada columna hacia abajo, de cada cuadrado de 16 cuadros pequeños (existen 16 de estos) y de cada una de las dos diagonales haya números del 1 al 16. No debe aparecer un número más de una vez en ninguna fila o columna, en ninguna diagonal ni en ningún cuadro de 16 cuadros pequeños.

	10		4		6	14		16			8				
		7		8		9		2	11	5		16			6
13	8		14				7		15	3				12	
		2		5		12	15	6					4	7	8
	13		10				3	1		8					
		16	2			15	4		5		11	1	3		
1			12		8							9		10	13
	14			13	9				2	15	10		6		11
4		5		14	12	3				2	15			1	
15	16		9							13		14			4
		10	6	9		4		11	1			3	5		
					1		16	5				2		11	
10	9	14					12	15	13		3		11		
	2				11	5		7				10		3	16
16			13		7	1	6		10		2		14		
				10			9		4	16		6		2	

Ojo arreglar las indicaciones a 9.5 pts

EXAMEN DEL CAPÍTULO 3

Escriba la negación de cada enunciado.

1. $6 - 3 = 3$

2. Todos los hombres fueron creados iguales.

3. Algunos alumnos de la clase fueron a una práctica de campo.

4. Si eso es lo que sientes, entonces lo acepto.

5. Ella solicitó un crédito estudiantil y lo consiguió.

Considere que p representa "tú me amarás" y *q* representa "yo te amaré". *Escriba cada enunciado con símbolos.*

6. Si no me vas a amar, entonces yo te amaré.

7. Yo te amaré si tú me vas a amar.

8. Yo no te amaré si y solo si tú no me vas a amar.

Utilizando los mismos enunciados de los ejercicios 6 a 8, escriba lo siguiente con palabras.

9. $\sim p \wedge q$

10. $\sim(p \wedge \sim q)$

En cada uno de los siguientes enunciados, suponga que p es verdadero, y que q y r son falsos. Obtenga el valor de verdad de cada enunciado.

11. $\sim q \wedge r$

12. $r \vee (p \wedge \sim q)$

13. $r \rightarrow (s \vee r)$ (El valor de verdad del enunciado s es desconocido).

14. $p \leftrightarrow (p \rightarrow q)$

15. Explique con sus propias palabras, por qué si p es un enunciado, el bicondicional $p \leftrightarrow \sim p$ debe ser falso.

16. Establezca las condiciones necesarias para que:

a) un enunciado condicional sea falso

b) una conjunción sea verdadera

c) una disyunción sea falsa

Construya una tabla de verdad para cada uno de los siguientes enunciados.

17. $p \wedge (\sim p \vee q)$

18. $\sim(p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

Indique si cada uno de los siguientes enunciados es verdadero *o* falso.

19. Algunos números enteros negativos son números enteros no negativos.

20. Todos los números irracionales son números reales.

Escriba cada enunciado condicional en la forma si… entonces.

21. Todos los números enteros son números racionales.

22. Ser un rombo es suficiente para que un polígono sea un cuadrilátero.

23. Ser divisible entre 2 es necesario para que un número sea divisible entre 4.

24. Ella realiza excavaciones para encontrar huesos de dinosaurio solo si es paleontóloga.

Para cada enunciado, escriba ***a)*** *el converso,* ***b)*** *el inverso y* ***c)*** *el contrapositivo.*

25. Si una imagen dice más que mil palabras, la gráfica me ayudará a comprenderla.

26. $\sim p \rightarrow (q \wedge r)$ (Use una de las leyes de De Morgan cuando sea necesario).

27. Use un diagrama de Euler para determinar si el argumento es *válido* o *inválido*.

Todos los miembros de ese club de atletismo ahorran dinero.
Don O'Neal es miembro de ese club de atletismo.
___
Don O'Neal ahorra dinero.

28. Asocie cada argumento de los incisos *a*) a *d*) de la siguiente columna con la ley que justifica su validez, o bien, con la falacia de la cual es un ejemplo (apartados A a F).

A. Modus ponens
B. Modus tollens
C. Razonamiento transitivo
D. Silogismo disyuntivo
E. Falacia del converso
F. Falacia del inverso

***a*)** Si él come hígado, entonces come lo que sea.
Él come hígado.
___
Él comerá lo que sea.

***b*)** Si usted usa su cinturón de seguridad, estará seguro.
Usted no usa su cinturón de seguridad.
___
Usted no estará seguro.

***c*)** Si oigo *Mr. Bojangles*, pienso en ella.
Si pienso en ella, sonrío.
___
Si oigo *Mr. Bojangles*, sonrío.

***d*)** Ella canta o baila.
Ella no canta.
___
Ella baila.

Use una tabla de verdad para determinar si el argumento es válido *o* inválido.

29. Si expido un cheque, este será rechazado. Si el banco lo garantiza, entonces no será rechazado. El banco lo garantiza. Por lo tanto, no expediré un cheque.

30. $\sim p \rightarrow \sim q$
$q \rightarrow p$
___
$p \vee q$