

## Programación lineal con Solver de Excel

La clave de las operaciones rentables consiste en aprovechar al máximo los recursos disponibles de personas, materiales, planta, equipo y dinero. Hoy en día, el administrador tiene a su alcance una potente herramienta en la programación lineal que le permite hacer modelos matemáticos. En este apéndice se demostrará que el uso de Solver de Excel de Microsoft para solucionar problemas de la PL le abre todo un mundo nuevo al administrador innovador, y, a quienes piensan hacer carrera de asesores, les proporciona un valioso elemento más que podrán sumar a su conjunto de habilidades técnicas. En este apéndice se explica el uso de esta herramienta mediante un problema de planificación de productos. Se encontrará la mezcla óptima de productos que requieren diferentes recursos y tienen distintos costos. Sin duda, este problema es relevante para el mercado competitivo de hoy. Las compañías verdaderamente exitosas ofrecen una mezcla de productos desde modelos estándar hasta presentaciones de lujo. Todos ellos compiten por utilizar la producción limitada y otras capacidades. La empresa que mantiene la mezcla correcta de estos productos a lo largo del tiempo puede elevar sustancialmente sus ganancias y el rendimiento de sus activos.

Se inicia con una breve explicación de la programación lineal y de las condiciones en las que se aplica la técnica. A continuación se resolverá un problema simple de mezcla de productos. A lo largo del libro aparecen otras aplicaciones de la programación lineal.

### INTRODUCCIÓN

#### Programación lineal (PL)

La **programación lineal (PL)** se refiere a varias técnicas matemáticas para asignar, en forma óptima, los recursos limitados a distintas demandas que compiten por ellos. La PL es el enfoque más popular de los que caben dentro del título general de técnicas matemáticas para la optimización y se aplica a muchos problemas de administración de operaciones. Algunas aplicaciones comunes son:

*Planificación de operaciones y ventas agregadas:* Encontrar el programa de producción que tenga el costo mínimo. El problema radica en preparar un plan para un periodo de entre tres y seis meses que, con las limitantes de la capacidad de producción esperada y el tamaño de la fuerza de trabajo, satisfaga la demanda esperada. Los costos relevantes considerados en el problema incluyen los salarios para el trabajo normal y tiempo extra, contrataciones y despidos, subcontratación y costo de manejo de inventarios.

*Análisis de la productividad en servicios/manufactura:* Considerar el grado de eficiencia con el cual los establecimientos de servicios y de manufactura aprovechan sus recursos en comparación con la unidad que tiene mejor desempeño. Para ello se aplica un enfoque llamado análisis envolvente de datos.

*Planificación de productos:* Encontrar la mezcla óptima de productos, considerando que varios productos requieren diferentes recursos y tienen distintos costos. Algunos ejemplos son encontrar la mezcla óptima de elementos químicos para gasolina, pinturas, dietas para el ser humano y alimento para animales. Este apéndice cubre algunos ejemplos de este problema.

*Rutas de los productos:* Encontrar el camino óptimo para fabricar un producto que debe procesarse en secuencia pasando por varios centros de maquinado, donde cada máquina del centro tiene sus propios costos y características de producción.

*Programación de vehículos/cuadrillas:* Encontrar la ruta óptima para utilizar recursos como aviones, autobuses o camiones y las cuadrillas que los tripulan para ofrecer servicios de transporte a clientes y llevar los materiales que se transportarán entre diferentes plazas.

*Control de procesos:* Reducir al mínimo el volumen de desperdicio de material generado cuando se corta acero, cuero o tela de un rollo o de una lámina de material.

*Control de inventarios:* Encontrar la combinación óptima de productos que se tendrán en existencia dentro de una red de almacenes o centros de almacenamiento.

*Programación de la distribución:* Encontrar el programa óptimo de embarques para distribuir los productos entre fábricas y almacenes o entre almacenes y minoristas.

*Estudios para ubicar la planta:* Encontrar la ubicación óptima para una nueva planta mediante la evaluación de los costos de embarque entre plazas alternativas y las fuentes de suministro y de demanda.

*Manejo de materiales:* Encontrar las rutas que impliquen el costo mínimo para el manejo de materiales y máquinas (como grúas) entre los departamentos de una planta o transportar materiales de un patio de almacén a los lugares de trabajo, por ejemplo, por medio de camiones. Cada camión puede tener diferente capacidad de carga y de desempeño.

La programación lineal tiene enorme aceptación en muchas industrias en razón de la disponibilidad de información detallada de las operaciones y el interés por optimizar los procesos para reducir costos. Muchos proveedores de software ofrecen opciones de optimización para usarse con los sistemas de planificación de recursos de las empresas. Algunas compañías los llaman *opción de planificación avanzada, planificación sincronizada y optimización de procesos*.

Para que una situación plantee un problema de programación lineal debe cumplir con cinco condiciones básicas. En primer término, debe tener *recursos limitados* (como una cantidad limitada de trabajadores, equipamiento, dinero y materiales), porque de lo contrario no habría problema. En segundo, debe tener un *objetivo explícito* (como maximizar la utilidad o reducir el costo). En tercero, debe existir *linealidad* (dos es el doble de uno; es decir, si se necesitan tres horas para hacer una pieza, entonces dos piezas tardarían seis horas, y tres piezas, nueve). En cuarto, debe existir *homogeneidad* (los productos fabricados en una máquina son idénticos o todas las horas que trabaja un obrero son igual de productivas). En quinto, debe existir *divisibilidad*: la programación lineal normal supone que los productos y los recursos se pueden subdividir en fracciones. Si la subdivisión no es posible (como un vuelo con medio avión o la contratación de un cuarto de persona) se utiliza una modificación de la programación lineal llamada *programación entera*.

Cuando el objetivo único es maximizar (por ejemplo, las utilidades) o reducir al mínimo (por ejemplo, los costos), se aplica la programación lineal. Cuando existen varios objetivos, entonces se utiliza la *programación por metas*. Si un problema se resuelve mejor por etapas o plazos, entonces se utiliza la *programación dinámica*. Otras restricciones debidas a la naturaleza del problema tal vez requieran que se recurra a otras variantes de la técnica, como la *programación no lineal* o la *programación cuadrática*.

## MODELO DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL

En términos formales, el problema de la programación lineal entraña un proceso de optimización en el cual se eligen valores no negativos para una serie de variables de la decisión  $X_1, X_2, \dots, X_n$  de modo que se maximice (o reduzca al mínimo) una función objetivo con la fórmula

$$\text{Maximizar (reducir) } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

sujeto a las restricciones de los recursos con la fórmula

$$\begin{aligned} A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \dots + A_{1n}X_n &\leq B_1 \\ A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \dots + A_{2n}X_n &\leq B_2 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ A_{m1}X_1 + A_{m2}X_2 + \dots + A_{mn}X_n &\leq B_m \end{aligned}$$

donde  $C_n, A_{mn}$  y  $B_m$  son constantes dadas.

Según el problema, las restricciones se expresan con signo de igualdad (=) o con signo de mayor o igual que ( $\geq$ ).



**Tutorial:**  
Introducción a Solver



**Paso a paso**

### EJEMPLO A.1: Puck and Pawn Company

Se describen los pasos para la solución de un modelo simple de programación lineal en el contexto de un problema de muestra: el caso de Puck and Pawn Company, fabricante de bastones de hockey y juegos de ajedrez. Cada bastón de hockey produce una utilidad incremental de \$2, y cada juego de ajedrez, una de \$4. La fabricación de un bastón requiere 4 horas de trabajo en el centro de maquinado A y 2 horas en el centro de maquinado B. La fabricación de un juego de ajedrez tarda 6 horas en el centro de maquinado A, 6 horas en el centro de maquinado B y 1 hora en el centro de maquinado C. El centro de maquinado A tiene un máximo de 120 horas de capacidad disponible por día, el centro de maquinado B tiene 72 horas y el centro de maquinado C tiene 10 horas.

Si la compañía quiere maximizar la utilidad, ¿cuántos bastones de hockey y juegos de ajedrez debe producir por día?

### Solución

Plantee el problema en términos matemáticos. Si  $H$  es el número de bastones de hockey y  $C$  es el número de juegos de ajedrez, para maximizar la utilidad la función objetivo se puede expresar como

$$\text{Maximizar } Z = \$2H + \$4C$$

La maximización estará sujeta a las restricciones siguientes:

$$4H + 6C \leq 120 \text{ (restricción del centro de maquinado A)}$$

$$2H + 6C \leq 72 \text{ (restricción del centro de maquinado B)}$$

$$1C \leq 10 \text{ (restricción del centro de maquinado C)}$$

$$H, C \geq 0 \bullet$$

Este planteamiento cumple con los cinco requisitos de una PL estándar mencionados en la primera sección de este apéndice:

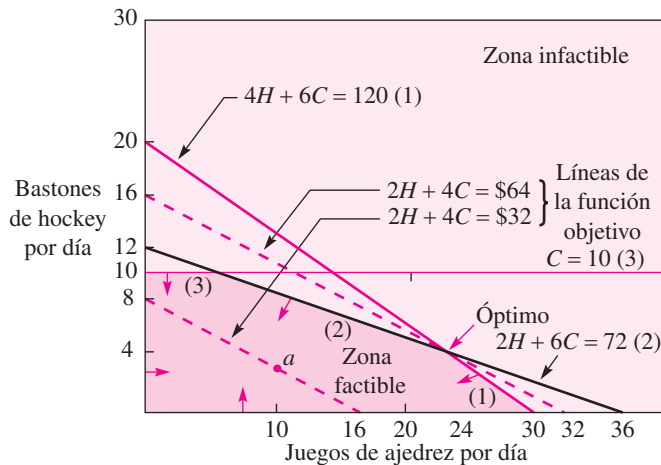
1. Los recursos son limitados (un número finito de horas disponibles en cada centro de maquinado).
2. Hay una función objetivo explícita (se conoce el valor de cada variable y la meta para resolver el problema).
3. Las ecuaciones son lineales (no hay exponentes ni productos cruzados).
4. Los recursos son homogéneos (todo se ajusta a una unidad de medida: horas-máquina).
5. Las variables de la decisión son divisibles y no negativas (se puede fabricar una fracción de bastón de hockey o de juego de ajedrez, pero si se considerara que no es deseable, entonces se tendría que utilizar la programación entera).

### PROGRAMACIÓN LINEAL GRÁFICA

Si bien la aplicación de la programación lineal gráfica se limita a problemas que incluyen dos variables en la decisión (o tres variables en el caso de gráficas tridimensionales), la **programación lineal gráfica** proporciona una visión inmediata de la índole de la programación lineal. Se describirán los pasos que implica el método gráfico en el contexto de Puck and Pawn Company. Los pasos que se presentan a continuación ilustran el enfoque gráfico:

1. **Plantee el problema en términos matemáticos.** Las ecuaciones para el problema ya presentadas.
2. **Grafique las ecuaciones de las restricciones.** Las ecuaciones de las restricciones se grafican fácilmente si se deja que una variable sea igual a cero y se resuelve la intersección del eje de la otra (en este paso no se consideran las fracciones de desigualdad de las restricciones). En el caso de la ecuación de la restricción del centro de maquinado A, cuando  $H = 0$ ,  $C = 20$ , y cuando  $C = 0$ ,  $H = 30$ . En el caso de la ecuación de la restricción del centro de maquinado B, cuando  $H = 0$ ,  $C = 12$ , y cuando  $C = 0$ ,  $H = 36$ . En el caso de la ecuación

**Programación lineal gráfica**



**ILUSTRACIÓN A.1**

Gráfica del problema de los bastones de hockey y los juegos de ajedrez.

de la restricción del centro de maquinado  $C$ ,  $C = 10$  para todos los valores de  $H$ . La ilustración A.1 presenta una gráfica con estas líneas.

- Determine el área de factibilidad.** La dirección de los signos de desigualdad de cada restricción determina el área donde se encuentra una solución factible. En este caso, todas las desigualdades son del tipo “menor que” o “igual que”, lo que significa que no sería posible producir una combinación de productos que se ubicara a la derecha de alguna de las líneas de las restricciones de la gráfica. La zona de las soluciones factibles está sombreada en la gráfica y forma un polígono convexo. Un polígono convexo se presenta cuando una línea trazada entre dos puntos cualesquiera del polígono permanece dentro de sus fronteras. Si no existe esta condición de convexidad, entonces el problema está mal planteado o no es apto para la programación lineal.
- Trace la función objetivo.** La función objetivo se grafica al suponer una cifra arbitraria para la utilidad total y, a continuación, resolver la ecuación con el fin de conocer las coordenadas del eje, como se hizo con las restricciones. Otros términos de la función objetivo en este contexto son la *isoutilidad* o *línea de contribución igual*, porque muestran todas las combinaciones posibles de la producción para una cifra de utilidad dada. Por ejemplo, si se toma la línea punteada más próxima al origen de la gráfica, se determinan todas las combinaciones posibles de bastones de hockey y de juegos de ajedrez que rindan \$32 al elegir un punto en la línea y leer el número de cada producto que se fabrica en ese punto. La combinación que produce \$32 en el punto  $a$  sería 10 bastones de hockey y tres juegos de ajedrez. Lo anterior se comprueba al sustituir  $H = 10$  y  $C = 3$  en la función objetivo:

$$\$2(10) + \$4(3) = \$20 + \$12 = \$32$$

H	C	Explicación
0	$120/6 = 20$	Intersección de restricción (1) y eje C
$120/4 = 30$	0	Intersección de restricción (1) y eje H
0	$72/6 = 12$	Intersección de restricción (2) y eje C
$72/2 = 36$	0	Intersección de restricción (2) y eje H
0	10	Intersección de restricción (3) y eje C
0	$32/4 = 8$	Intersección de línea de isoutilidad \$32 (función objetivo) y eje C
$32/2 = 16$	0	Intersección de línea de isoutilidad \$32 y eje H
0	$64/4 = 16$	Intersección de línea de isoutilidad \$64 y eje C
$64/2 = 32$	0	Intersección de línea de isoutilidad \$64 y eje H

- Encuentre el punto óptimo.** En términos matemáticos es comprobable que la combinación óptima de las variables de decisión siempre está en el punto extremo (esquina) del polígono convexo. En la ilustración A.1 hay cuatro puntos en las esquinas (excluyendo el origen) y se puede determinar cuál es el óptimo al tenor de los dos enfoques. El primer enfoque busca encontrar los valores de las diversas soluciones de las esquinas en términos algebraicos.

Esto implica resolver al mismo tiempo las ecuaciones de los distintos pares de líneas que intersecan y sustituir las cantidades de las variables resultantes en la función objetivo. Por ejemplo, los cálculos para la intersección de  $2H + 6C = 72$  y  $C = 10$  son:

Al sustituir  $C = 10$  en  $2H + 6C = 72$  se tendrá que  $2H + 6(10) = 72$ ,  $2H = 12$ , o  $H = 6$ . Si se sustituye  $H = 6$  y  $C = 10$  en la función objetivo se tendrá

$$\begin{aligned}\text{Utilidad} &= \$2H + \$4C = \$2(6) + \$4(10) \\ &= \$12 + \$40 = \$52\end{aligned}$$

Una variante de este enfoque es leer las cantidades de  $H$  y  $C$  directamente en la gráfica y sustituirlas en la función objetivo, como muestra el cálculo anterior. El inconveniente de este enfoque es que en problemas con un número considerable de ecuaciones de restricción habrá muchos puntos posibles que se deban evaluar y el procedimiento de comprobar cada uno en términos matemáticos no es eficiente.

El segundo enfoque, que suele preferirse, implica encontrar el punto óptimo directamente mediante la función objetivo, o línea de isoutilidad. El procedimiento es tan solo trazar una línea recta *paralela* a una línea de isoutilidad, elegida en forma arbitraria, de modo que la línea de isoutilidad sea la más alejada del origen de la gráfica (en problemas de reducción de costos, el objetivo sería trazar la línea por el punto más cercano al origen). En la ilustración A.1, la línea punteada marcada  $\$2H + \$4C = \$64$  interseca el punto más distante. Advierta que la línea de isoutilidad inicial escogida arbitrariamente es necesaria para presentar la pendiente de la función objetivo del problema particular.<sup>1</sup> Esto es importante porque una función objetivo diferente (intente con Utilidad =  $3H + 3C$ ) puede indicar que algún otro punto está más lejos del origen. Como  $\$2H + \$4C = \$64$  es óptimo, en la gráfica se lee el monto de cada variable para producir: 24 bastones de hockey y cuatro juegos de ajedrez. Ninguna otra combinación de productos genera una utilidad mayor.

## PROGRAMACIÓN LINEAL CON EXCEL DE MICROSOFT

Los problemas de programación lineal se resuelven también con hojas de cálculo. Excel de Microsoft cuenta con un instrumento relacionado con la optimización que se llama *Solver*, con el cual se resolverá el problema de los bastones de hockey y los juegos de ajedrez. Se llama a Solver en la pestaña Datos. Un cuadro de diálogo solicita la información que requiere el programa. El ejemplo siguiente describe cómo resolver el problema de muestra con Excel.

Si la opción Solver no aparece en su pestaña Datos, haga clic en Opciones de Excel → Agregar, seleccione Agregar Solver y haga clic en Aceptar. So lver quedará disponible directamente en la pestaña Datos para uso futuro.

En el ejemplo siguiente se trabaja paso por paso: primero se prepara una hoja de cálculo y después se resuelve el problema de Puck and Pawn Company. La estrategia básica es primero definir el problema dentro de la hoja de cálculo. A continuación se abre Solver y se ingresa la información requerida. Por último, se ejecuta Solver y se interpretan los resultados de los informes que presenta el programa.

**Paso 1: Defina las celdas cambiantes** Un punto conveniente para iniciar es identificar las celdas que se utilizarán para las variables de la decisión del problema. Se trata de  $H$  y  $C$ , el número de bastones de hockey y el número de juegos de ajedrez que se producirán. En Solver, Excel se refiere a estas celdas como celdas cambiantes. En relación con la pantalla de Excel (ilustración A.2) se ha designado B4 como la ubicación para el número de bastones de hockey y C4 para el número de juegos de ajedrez que se producirán. Advierta que al principio estas celdas están marcadas igual a 2. Se podría colocar cualquier valor en estas celdas, pero es aconsejable usar uno que no sea cero para que ayude a comprobar que los cálculos están correctos.

**Paso 2: Calcule la utilidad total (o el costo)** Esta es la función objetivo y se calcula al multiplicar la utilidad asociada a cada producto por el número de unidades producidas. Las utilidades

<sup>1</sup> La pendiente de la función objetivo es  $-2$ . Si  $P =$  utilidad,  $P = \$2H + \$4C$ ;  $\$2H = P + \$4C$ ;  $H = P/2 - 2C$ . Por tanto, la pendiente es  $-2$ .

The screenshot shows the Solver LP window in Microsoft Excel. The spreadsheet contains the following data:

	Hockey Sticks	Chess Sets	Total
4 Changing Cells	2	2	4
5 Profit	\$2	\$4	\$12

	Hockey Sticks	Chess Sets	Used	Capacity
9 Machine A	4	6	20	<= 120
10 Machine B	2	6	16	<= 72
11 Machine C	0	1	2	<= 10

**ILUSTRACIÓN A.2**

Pantalla de Excel de Microsoft para el caso de Puck and Pawn Company.

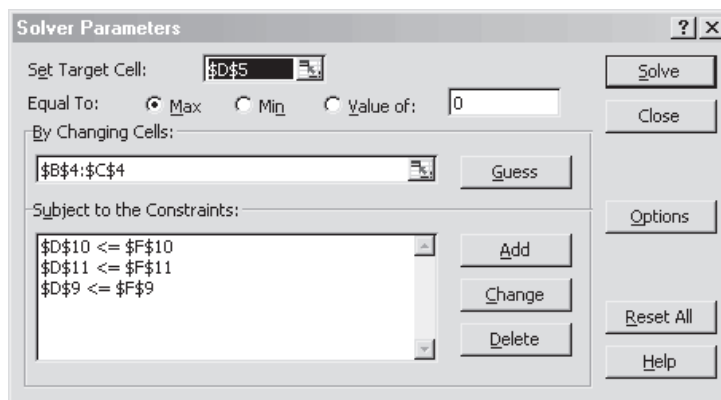


Excel:  
PL Solver

de las celdas B5 y C5 (\$2 y \$4) se anotaron de modo que la utilidad se calcule con la ecuación siguiente:  $B4*B5 + C4*C5$ , la cual se calcula en la celda D5. Solver se refiere a ella como celda objetivo y corresponde a la función objetivo de un problema.

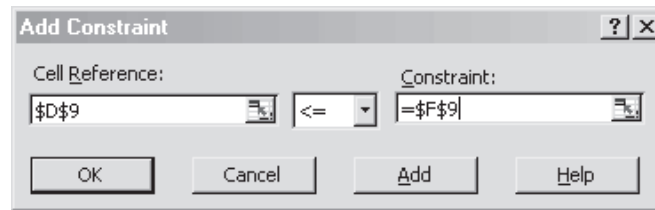
**Paso 3: Establezca el uso de recursos** Los recursos son los centros de maquinado A, B y C como se definieron en el problema original. Se establecieron tres filas (9, 10 y 11) en la hoja de cálculo, una por cada restricción de recursos. En el centro de maquinado A se emplean cuatro horas de procesamiento por cada bastón de hockey (celda B9) y seis horas por cada juego de ajedrez (celda C9). Para una solución particular, el total del recurso del centro de maquinado A utilizado se calcula en D9 ( $B9*B4 + C9*C4$ ). En la celda E9 se indicó que se quiere que este valor sea menor que la capacidad de 120 horas del centro de maquinado A, asentado en F9. El uso de recursos de los centros de maquinado B y C se anota exactamente de la misma manera en las filas 10 y 11.

**Paso 4: Prepare Solver** Vaya a la pestaña Datos y seleccione la opción Solver.

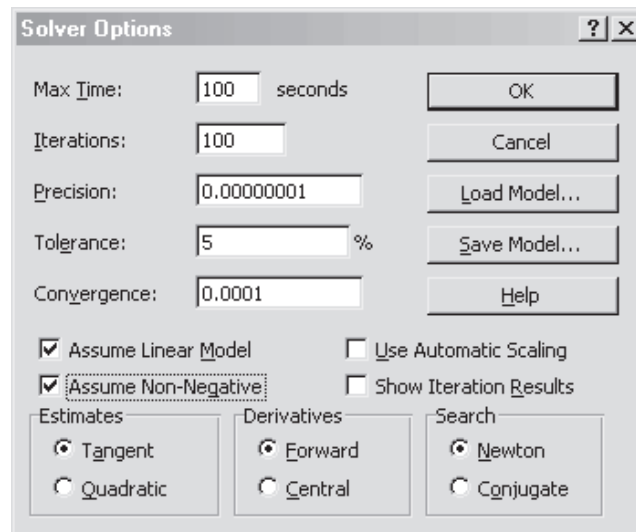


1. Establezca la celda objetivo: se selecciona la ubicación donde se calculará el valor que se desea optimizar. Esta es la utilidad calculada en D5 en la hoja de cálculo.
2. Igual que: se selecciona Máximo porque el objetivo es maximizar la utilidad.
3. Mediante celdas cambiantes: son las celdas que Solver puede cambiar para maximizar la utilidad. En el problema, las celdas cambiantes van de la B4 a la C4.
4. Sujetas a las siguientes restricciones: corresponde a la capacidad del centro de maquinado. Ahí se hace clic en Agregar y se indica que el total utilizado de un recurso es menor o igual

que la capacidad disponible. A continuación se presenta un ejemplo para el centro de maquinado A. Haga clic en Aceptar después de especificar cada restricción.

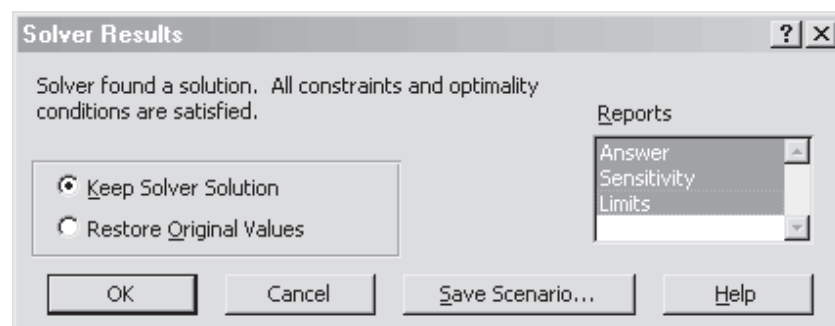


5. Un clic en Opciones permite indicar a Solver qué tipo de problema se desea resolver y cómo se desea solucionar. Solver tiene muchas opciones, pero aquí solo se usarán unas cuantas. A continuación se muestra la pantalla.



La mayor parte de las opciones se refiere a la manera en que Solver trata de solucionar problemas no lineales, cuya resolución es complicada y es difícil encontrar las soluciones óptimas. Por fortuna el problema es lineal. Esto se sabe porque las restricciones y la función objetivo se calculan mediante ecuaciones lineales. Haga clic en Adoptar modelo lineal para indicar a Solver que se desea resolver el problema con la opción de la programación lineal. Además, se sabe que las celdas cambiantes (variables de la decisión) deben ser números mayores o iguales que cero, porque no tiene sentido fabricar un número negativo de bastones de hockey o de juegos de ajedrez. Se indica lo anterior al seleccionar la opción de Asumir no negativos. Ahora ya se puede resolver el problema. Haga clic en Aceptar para volver al cuadro Parámetros de Solver.

**Paso 5: Resuelva el problema** Haga clic en Resolver. De inmediato se presenta un reconocimiento de Resultados de Solver como el que se presenta a continuación.



**ILUSTRACIÓN A.3** Informes de respuestas y sensibilidad de Solver de Excel.

<b>Informe de respuestas</b>						
<b>Celda objetivo (Máx)</b>						
<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor original</b>	<b>Valor final</b>			
\$D\$5	Utilidad total	\$12	\$64			
<b>Celdas ajustables</b>						
<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor original</b>	<b>Valor final</b>			
\$B\$4	Celdas cambiantes bastones hockey	2	24			
\$C\$4	Celdas cambiantes juegos ajedrez	2	4			
<b>Restricciones</b>						
<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor celda</b>	<b>Fórmula</b>	<b>Estatus</b>	<b>Margen</b>	
\$D\$11	Con máquina C	4	\$D\$11 <= 5\$F\$11	No vinculante	6	
\$D\$10	Con máquina B	72	\$D\$10 <= 5\$F\$10	Vinculante	0	
\$D\$9	Con máquina A	120	\$D\$9 <= 5\$F\$9	Vinculante	0	
<b>Informe de sensibilidad</b>						
<b>Celdas ajustables</b>						
<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor final</b>	<b>Costo reducido</b>	<b>Coefficiente objetivo</b>	<b>Incremento permitido</b>	<b>Decremento permitido</b>
\$B\$4	Celdas cambiantes bastones hockey	24	0	2	0.666666667	0.666666667
\$C\$4	Celdas cambiantes juegos ajedrez	4	0	4	2	1
<b>Restricciones</b>						
<b>Celda</b>	<b>Nombre</b>	<b>Valor final</b>	<b>Precio sombra</b>	<b>Restricción de RH</b>	<b>Incremento permitido</b>	<b>Decremento permitido</b>
\$D\$11	Con máquina C	4	0	10	1E +30	6
\$D\$10	Con máquina B	72	0.333333333	72	18	12
\$D\$9	Con máquina A	120	0.333333333	120	24	36

Solver reconoce que se encontró una solución que parece la óptima. Del lado derecho de este cuadro aparecen opciones para tres informes: Respuestas, Sensibilidad y Límites. Haga clic en cada informe para que Solver se lo proporcione. Después de resaltar los informes, haga clic en Aceptar para volver a salir a la hoja de cálculo. Se crearon tres nuevos elementos que corresponden a estos informes.

Los informes más interesantes para el problema son el Informe de respuestas y el Informe de sensibilidad, como aparecen en la ilustración A.3. El Informe de respuestas muestra las respuestas finales relativas a la utilidad total (\$64) y las cantidades producidas (24 bastones de hockey y 4 juegos de ajedrez). En la sección de restricciones del Informe de respuestas aparece el estatus de cada recurso. Se utiliza el total del centro de maquinado A y del centro de maquinado B, y hay seis unidades de margen para el centro de maquinado C.

El Informe de sensibilidad se divide en dos partes. La primera, “Celdas cambiantes”, corresponde a los coeficientes de la función objetivo. La utilidad por unidad para los bastones de hockey puede ascender o descender \$0.67 (entre \$2.67 y \$1.33) sin tener repercusiones en la solución. Por otro lado, la utilidad de los juegos de ajedrez puede ser entre \$6 y \$3 sin cambiar

la solución. En el caso del centro de maquinado A, el lado derecho puede aumentar a 144 (120 + 24) o disminuir a 84 con un incremento o decremento de \$0.33 por unidad en la función objetivo. El lado derecho del centro de maquinado B puede aumentar a 90 unidades o disminuir a 60 unidades con el mismo cambio de \$0.33 para cada unidad de la función objetivo. En el caso del centro de maquinado C, el lado derecho puede aumentar al infinito (1E+30 es una notación científica para una cifra muy alta) o disminuir a 4 unidades sin cambio alguno en la función objetivo.

## Conceptos clave

**Programación lineal (PL)** Se refiere a varias técnicas matemáticas para asignar en forma óptima recursos limitados entre demandas que compiten por ellos.

**Programación lineal gráfica** Proporciona una visión rápida de la naturaleza de la programación lineal.

## Problemas resueltos

### Problema resuelto 1

Una mueblería elabora tres productos: mesas, sofás y sillas. Estos productos se procesan en cinco departamentos: aserrado de madera, corte de tela, lijado, entintado y montaje. Las mesas y las sillas solo llevan madera, y los sofás, madera y tela. Se requiere mucho pegamento e hilo, y estos representan un costo relativamente insignificante que se incluye en el gasto de operaciones. Los requerimientos específicos de cada producto son los siguientes:

Recurso o actividad (cantidad disponible por mes)	Requerimiento por mesa	Requerimiento por sofá	Requerimiento por silla
Madera (4 350 pies de tablonos)	10 pies de tablonos @ \$10/pie = \$100/mesa	7.5 pies de tablonos @ \$10/pie = \$75	4 pies de tablonos @ \$10/pie = \$40
Tela (2 500 yardas)	Ninguno	10 yardas @ \$17.50/yarda = \$175	Ninguno
Aserrar la madera (280 horas)	30 minutos	24 minutos	30 minutos
Cortar la tela (140 horas)	Ninguno	24 minutos	Ninguno
Lijar (280 horas)	30 minutos	6 minutos	30 minutos
Entintar (140 horas)	24 minutos	12 minutos	24 minutos
Montar (700 horas)	60 minutos	90 minutos	30 minutos

Los gastos de mano de obra directa de la compañía suman \$75 000 por mes por concepto de las 1 540 horas de trabajo, a \$48.70 por hora. Con base en la demanda actual, la empresa puede vender 300 mesas, 180 sofás y 400 sillas por mes. Los precios de venta son \$400 para las mesas, \$750 para los sofás y \$240 para las sillas. Suponga que el costo de mano de obra es fijo y que, durante el próximo mes, la empresa no proyecta contratar ni despedir a empleados.

Se desea saber:

1. ¿Cuál es el recurso más limitante para la compañía mueblera?
2. Determine la mezcla de productos necesaria para maximizar la utilidad de la compañía mueblera. ¿Cuál es el número óptimo de mesas, sofás y sillas que debe producir por mes?

### Solución

Defina  $X_1$  como el número de mesas,  $X_2$  como el número de sofás y  $X_3$  como el número de sillas por producir cada mes. La utilidad se calcula como el ingreso por cada artículo menos el costo de materiales (madera y tela), menos el costo de mano de obra. Como la mano de obra es fija, se resta como una cantidad total. En términos matemáticos se tiene  $(400 - 100)X_1 + (750 - 75 - 175)X_2 + (240 - 40)X_3 - 75\,000$ . La utilidad se calcula así:

$$\text{Utilidad} = 300X_1 + 500X_2 + 200X_3 - 75\,000$$

Las restricciones son las siguientes:

- Madera:  $10X_1 + 7.5X_2 + 4X_3 \leq 4\ 350$
- Tela:  $10X_2 \leq 2\ 500$
- Aserrado:  $.5X_1 + .4X_2 + .5X_3 \leq 280$
- Cortado:  $.4X_2 \leq 140$
- Lijado:  $.5X_1 + .1X_2 + .5X_3 \leq 280$
- Entintado:  $.4X_1 + .2X_2 + .4X_3 \leq 140$
- Montaje:  $1X_1 + 1.5X_2 + .5X_3 \leq 700$
- Demanda:
  - Mesas:  $X_1 \leq 300$
  - Sofás:  $X_2 \leq 180$
  - Sillas:  $X_3 \leq 400$

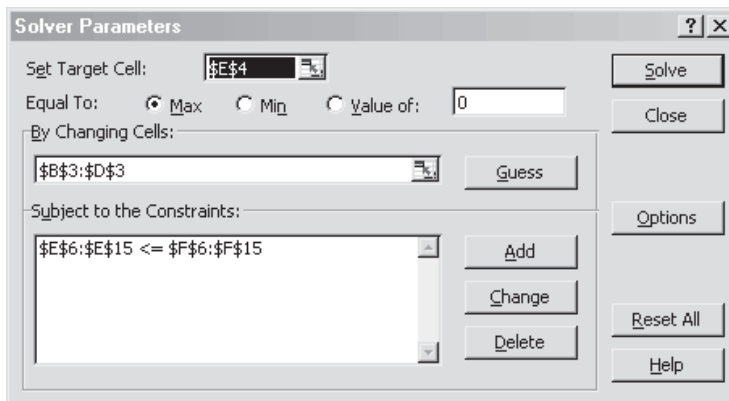
**Paso 1:** Establezca las celdas cambiantes. Estas son B3, C3 y D3. Advierta que estas celdas se establecieron iguales a cero.

	End Tables	Sofas	Chairs	Total	Limit
3 Changing cells	0	0	0		
4 Profit	\$300	\$500	\$200	-\$75,000	
6 Lumber	10	7.5	4	0	4350
7 Fabric	0	10	0	0	2500
8 Saw	0.5	0.4	0.5	0	280
9 Cut fabric	0	0.4	0	0	140
10 Sand	0.5	0.1	0.5	0	280
11 Stain	0.4	0.2	0.4	0	140
12 Assemble	1	1.5	0.5	0	700
13 Table Demand	1			0	300
14 Sofa Demand		1		0	180
15 Chair Demand			1	0	400

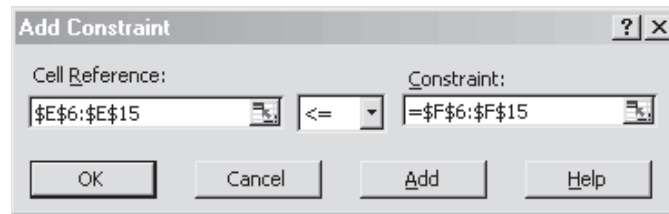
**Paso 2:** Calcule la utilidad total. Esta es E4 (igual a B3 multiplicado por \$300 del ingreso asociado a cada mesa, más C3 multiplicado por \$500 del ingreso por cada sofá, más D3 multiplicado por \$200 del ingreso asociado a cada silla). Observe que, para calcular la utilidad, el gasto fijo de \$75 000 se restó del ingreso.

**Paso 3:** Establezca el uso de recursos. En las celdas que van de la E6 a la E15, el uso de cada recurso se calcula al multiplicar B3, C3 y D3 por el monto que se necesita para cada artículo y sumar el producto (por ejemplo, E6 = B3\*B6 + C3\*C6 + D3\*D6). Los límites de estas restricciones están anotados en las celdas F6 a F15.

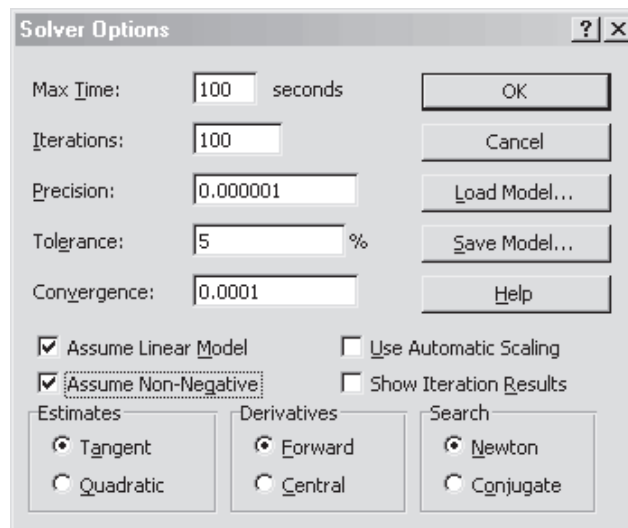
**Paso 4:** Establezca Solver. Vaya a Herramientas y seleccione la opción Solver.



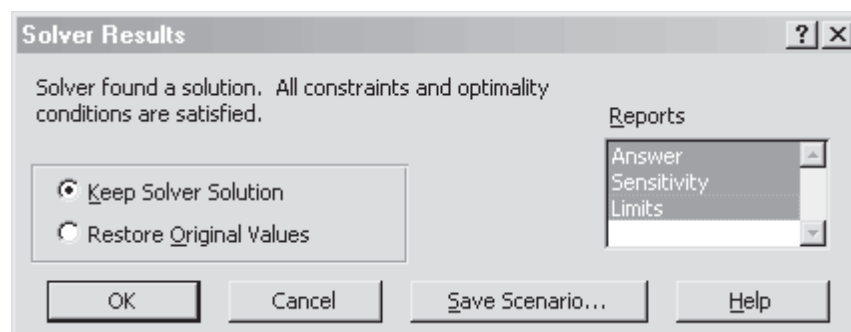
- a) Establecer la celda objetivo: Se establece en la ubicación donde se calcula el valor que se desea optimizar. Esta es la utilidad calculada en E4 en esta hoja de cálculo.
- b) Igual a: Se establece en Máximo porque la meta es maximizar la utilidad.
- c) Mediante celdas cambiantes: Son las celdas que Solver puede cambiar para maximizar la utilidad (de la celda B3 a la D3 en este problema).
- d) Sujeta a las siguientes restricciones: Es donde se suma el conjunto de restricciones; se indica que el rango de E6 a E15 debe ser menor o igual que el rango de F6 a F15.



**Paso 5: Marque las opciones.** Aquí hay muchas opciones, pero para los propósitos que se buscan solo se necesita señalar Adoptar modelo lineal y Asumir no negativos. Adoptar modelo lineal significa que todas las fórmulas son simples ecuaciones lineales. Asumir no negativos indica que las celdas cambiantes deben ser mayores o iguales que cero. Con un clic en Aceptar estará listo para resolver el problema.



**Paso 6: Resuelva el problema.** Haga clic en Resolver. Se ve la solución y dos informes especiales que resaltan los elementos en el reconocimiento de Resultados de Solver que aparece después de que se encuentra una solución. Advierta que en el informe siguiente Solver indica que encontró una solución y que se cumplió con todas las restricciones y condiciones de optimalidad. En el cuadro de Informes a la derecha se resaltan las opciones Respuestas, Sensibilidad y Límites, lo que indica que se desea ver estos elementos. Tras resaltar los informes, haga clic en Aceptar para regresar a la hoja de cálculo.



Observe que se crearon tres nuevos elementos: un Informe de respuestas, un Informe de sensibilidad y un Informe de límites. El Informe de respuestas indica en la sección de la Celda objetivo que la utilidad asociada a la solución es de \$93 000 (se inició con -\$75 000). Según la sección de la Celda objetivo se deberían fabricar 260 mesas, 180 sofás y ninguna silla. Según la sección de las Restricciones, advierta que las únicas restricciones que afectan la utilidad son la capacidad de entintado y la demanda de sofás. Lo anterior se ve en la columna que indica si una restricción limita o no limita. Las restricciones que no limitan tienen un margen, como indica la última columna.

*Celda objetivo (Máx)*

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$E\$4	Total utilidad	-\$75 000	\$93 000

*Celdas ajustables*

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$B\$3	Celdas cambiantes mesas	0	260
\$C\$3	Celdas cambiantes sofás	0	180
\$D\$3	Celdas cambiantes sillas	0	0

*Restricciones*

Celda	Nombre	Valor celda	Fórmula	Estatus	Margen
\$E\$6	Total madera	3 950	\$E\$6 <= 5\$F\$6	No vinculante	400
\$E\$7	Total tela	1 800	\$E\$7 <= 5\$F\$7	No vinculante	700
\$E\$8	Total serrado	202	\$E\$8 <= 5\$F\$8	No vinculante	78
\$E\$9	Total cortar tela	72	\$E\$9 <= 5\$F\$9	No vinculante	68
\$E\$10	Total lijar	148	\$E\$10 <= 5\$F\$10	No vinculante	132
\$E\$11	Total entintar	140	\$E\$11 <= 5\$F\$11	Vinculante	0
\$E\$12	Total montar	530	\$E\$12 <= 5\$F\$12	No vinculante	170
\$E\$13	Total demanda mesas	260	\$E\$13 <= 5\$F\$13	No vinculante	40
\$E\$14	Total demanda sofás	180	\$E\$14 <= 5\$F\$14	Vinculante	0
\$E\$15	Total demanda sillas	0	\$E\$15 <= 5\$F\$15	No vinculante	400

Desde luego, esta solución podría no complacer demasiado porque no se satisface toda la demanda de mesas y tal vez no sea aconsejable discontinuar del todo la producción de sillas.

El Informe de sensibilidad (que se presenta a continuación) brinda más información de la solución. La sección de las Celdas cambiantes de este informe muestra el valor final de cada celda y el costo reducido. Este indica cuánto cambiaría el valor de la Celda objetivo si se introdujera a la solución una celda actualmente establecida en cero. Como las mesas (B3) y los sofás (C3) están en la solución actual, su costo reducido es cero. Por cada silla (D3) que se fabrique, la Celda objetivo disminuiría \$100 (solo redondee estas cifras para efectos de interpretación). Las tres columnas finales de la sección de celdas ajustables son el Coeficiente objetivo de la hoja de cálculo original y las columnas tituladas Incremento permitido y Decremento permitido. Estas dos muestran cuánto cambiaría el valor del coeficiente correspondiente de modo que no cambiaran los valores de las celdas cambiantes (por supuesto, el valor de la Celda objetivo cambiaría). Por ejemplo, el ingreso por cada mesa podría ascender hasta \$1 000 (\$300 + \$700) o descender hasta \$200 (\$300 - \$100) y no obstante se querrían producir 260 mesas. Recuerde que estos valores suponen que no hay ningún otro cambio en el problema. En el caso del incremento permitido del valor de los sofás, advierta el valor 1E+30. Se trata de una notación científica que representa un número muy grande, en esencia infinito.

*Celdas ajustables*

Celda	Nombre	Valor final	Costo reducido	Coeficiente objetivo	Incremento permitido	Decremento permitido
\$B\$3	Celdas cambiantes mesas	260	0	299.9999997	700.0000012	100.0000004
\$C\$3	Celdas cambiantes sofás	180	0	500.0000005	1E + 30	350.0000006
\$D\$3	Celdas cambiantes sillas	0	-100.0000004	199.9999993	100.0000004	1E + 30

## Restricciones

Celda	Nombre	Valor final	Precio sombra	Restricción de RH	Incremento permitido	Decremento permitido
\$E\$6	Total madera	3 950	0	4 350	1E + 30	400
\$E\$7	Total tela	1 800	0	2 500	1E + 30	700
\$E\$8	Total serrado	202	0	280	1E + 30	78
\$E\$9	Total cortado tela	72	0	140	1E + 30	68
\$E\$10	Total lijado	148	0	280	1E + 30	132
\$E\$11	Total entintado	140	749.9999992	140	16	104
\$E\$12	Total armado	530	0	700	1E + 30	170
\$E\$13	Demanda total mesas	260	0	300	1E + 30	40
\$E\$14	Demanda total sofás	180	350.0000006	180	70	80
\$E\$15	Demanda total sillas	0	0	400	1E + 30	400

En la sección de Restricciones del informe, el uso final real de cada recurso se presenta en Valor final. El Precio sombra es el valor de la celda objetivo para cada unidad que incrementa el recurso. Si se pudiera incrementar la capacidad de entintado, costaría \$750 por hora. La Restricción del lado derecho es el límite actual del recurso. El Incremento permitido es la cantidad que podría incrementar el recurso mientras el precio sombra siguiera siendo válido. Se podrían sumar otras 16 horas de trabajo a la capacidad de entintado, con un valor de \$750 por hora. Por otro lado, la columna Decremento permitido muestra la cantidad en que se podría disminuir el recurso sin cambiar el precio sombra. Hay información valiosa en el informe.

El Informe de límites proporciona más información acerca de la solución.

Celda	Nombre meta	Valor
\$E\$4	Total utilidad	\$93 000

Celda	Nombre ajustable	Valor	Límite inferior	Resultado objetivo	Límite superior	Resultado objetivo
\$B\$3	Celdas cambiantes mesas	260	0	15 000	260.0000002	93 000
\$C\$3	Celdas cambiantes sofás	180	0	3 000	180	93 000
\$D\$3	Celdas cambiantes sillas	0	0	93 000	0	93 000

La utilidad total de la solución actual es de \$93 000. El valor actual de B3 (mesas) es de 260 unidades. Si se redujera a 0 unidades, la utilidad bajaría a \$15 000. En el límite superior de 260, la utilidad es de \$93 000 (la solución actual). Por otro lado, para C3 (sofás), si se redujera a 0, la utilidad bajaría a \$3 000. En el límite superior de 180, la utilidad es \$93 000. Para D3 (sillas), si se redujera a 0, la utilidad es \$93 000 (solución actual), y en este caso el límite superior de las sillas también es de 0 unidades.

Las respuestas aceptables a las preguntas son las siguientes:

1. *¿Cuál es el recurso más limitante para la compañía mueblera?*  
En términos de recursos de producción, la capacidad de entintado afecta realmente la utilidad en este momento. Se podrían utilizar otras 16 horas de capacidad.
2. *Determine la mezcla de productos que se necesita para maximizar la utilidad de la compañía mueblera.*  
La mezcla de productos sería fabricar 260 mesas, 180 sofás y ninguna silla.

Desde luego, esta solución solo representa una revisión superficial. De hecho se podría experimentar con un incremento de la capacidad para entintar. Esto proporcionaría información del siguiente recurso más limitante. También se podrían montar escenarios en los que se requiera producir un número mínimo de cada producto, lo cual quizá sea un escenario más realista. Esto ayudaría a determinar cómo reasignar el uso del trabajo en el taller.

## Problema resuelto 2

Son las dos de la tarde del viernes y Joe Bob, el chef principal (encargado de la parrilla) de Bruce's Diner, trata de determinar la mejor manera de asignar las materias primas disponibles a los cuatro platillos especiales del viernes por la noche. La decisión se debe tomar temprano por la tarde porque tres de los platillos se deben empezar a preparar ya (albóndigas, tacos y picadillo). La tabla que está en seguida contiene la información sobre los alimentos en inventario y las cantidades requeridas por cada platillo.

Alimento	Hamburguesa con queso	Albóndigas	Tacos	Picadillo	Disponible
Carne molida (lbs)	0.3	0.25	0.25	0.4	100 lbs
Queso (lbs)	0.1	0	0.3	0.2	50 lbs
Frijoles (lbs)	0	0	0.2	0.3	50 lbs
Lechuga (lbs)	0.1	0	0.2	0	15 lbs
Tomate (lbs)	0.1	0.3	0.2	0.2	50 lbs
Panes	1	1	0	0	80 panes
Tortillas	0	0	1	0	80 tortillas

No hay otros hechos importantes para la decisión de Joe Bob. A continuación se presenta la demanda de mercado estimada y el precio de venta.

	Hamburguesas con queso	Albóndigas	Tacos	Picadillo
Demanda	75	60	100	55
Precio de venta	\$2.25	\$2.00	\$1.75	\$2.50

Joe Bob quiere maximizar el ingreso porque ya compró todos los ingredientes, los cuales están en el congelador.

Se desea saber:

1. ¿Cuál es la mejor mezcla de los especiales del viernes por la noche para maximizar el ingreso de Joe Bob?
2. Si un proveedor ofreciera surtir un pedido extra de panes a \$1.00 la pieza, ¿vale la pena invertir ese dinero?

## Solución

Defina  $X_1$  como el número de hamburguesas con queso,  $X_2$  como el número de albóndigas,  $X_3$  como el número de tacos y  $X_4$  como el número de porciones de picadillo que se prepararán para los especiales del viernes.

$$\text{Ingreso} = \$2.25 X_1 + \$2.00 X_2 + \$1.75 X_3 + \$2.50 X_4$$

Las restricciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \text{Carne molida:} & 0.30 X_1 + 0.25 X_2 + 0.25 X_3 + 0.40 X_4 \leq 100 \\ \text{Queso:} & 0.10 X_1 + 0.30 X_3 + 0.20 X_4 \leq 50 \\ \text{Frijoles:} & 0.20 X_3 + 0.30 X_4 \leq 50 \\ \text{Lechuga:} & 0.10 X_1 + 0.20 X_3 \leq 15 \\ \text{Jitomate:} & 0.10 X_1 + 0.30 X_2 + 0.20 X_3 + 0.20 X_4 \leq 50 \\ \text{Panes:} & X_1 + X_2 \leq 80 \\ \text{Tortillas:} & X_3 \leq 80 \end{aligned}$$

Demanda

$$\begin{aligned} \text{Hamburguesa con queso} & X_1 \leq 75 \\ \text{Albóndigas} & X_2 \leq 60 \\ \text{Tacos} & X_3 \leq 100 \\ \text{Picadillo} & X_4 \leq 55 \end{aligned}$$

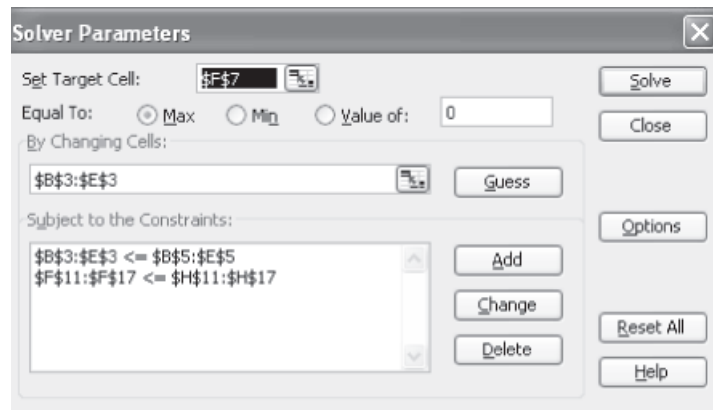
**Paso 1:** Defina las celdas cambiantes. Son B3, C3, D3 y E3. Observe que los valores de las celdas cambiantes se establecieron en 10 cada una de modo que se puedan comprobar las fórmulas.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		<b>Cheese Burger</b>	<b>Sloppy Joes</b>	<b>Taco</b>	<b>Chili</b>			
3	<b>Changing Cells</b>	10	10	10	10			
4		>=	>=	>=	>=			
5	<b>Demand</b>	75	60	100	55			
6						<b>Total</b>		
7	<b>Revenue</b>	\$ 2.25	\$ 2.00	\$ 1.75	\$ 2.50	\$ 85.00		
8								
9								
10	<b>Food</b>	<b>Cheese Burger</b>	<b>Sloppy Joes</b>	<b>Taco</b>	<b>Chili</b>	<b>Total</b>	<b>Available</b>	
11	<b>Ground Beef (lbs.)</b>	0.3	0.25	0.25	0.4	12.00	<=	100
12	<b>Cheese (lbs.)</b>	0.1	0	0.3	0.2	6.00	<=	50
13	<b>Beans (lbs.)</b>	0	0	0.2	0.3	5.00	<=	50
14	<b>Lettuce (lbs.)</b>	0.1	0	0.2	0	3.00	<=	15
15	<b>Tomato (lbs.)</b>	0.1	0.3	0.2	0.2	8.00	<=	50
16	<b>Buns</b>	1	1	0	0	20.00	<=	80
17	<b>Taco Shells</b>	0	0	1	0	10.00	<=	80
18								

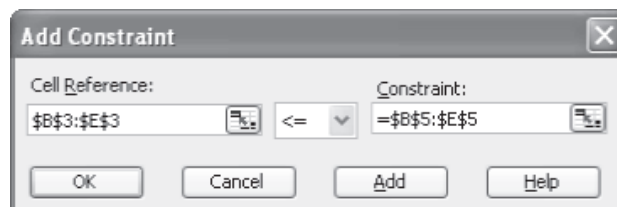
**Paso 2:** Calcule el ingreso total. Está en la celda F7 (es igual a B3 multiplicado por \$2.25 de cada hamburguesa con queso, más C3 multiplicado por \$2.00 de las albóndigas, más D3 multiplicado por \$1.75 de cada taco, más E3 multiplicado por \$2.50 por cada porción de picadillo, se utilizó la función SUMAPRODUCTOS de Excel para agilizar el cálculo). Advierta que el valor actual es de \$85, es decir, el resultado de vender 10 unidades de cada platillo.

**Paso 3:** Establezca el uso de la comida. En las celdas F11 a F17, el uso de cada alimento se calcula al multiplicar la fila de las celdas cambiantes por el uso de cada artículo que aparece en la tabla y después sumar los resultados. Los límites de cada uno de estos tipos de alimentos se presentan de H11 a H17.

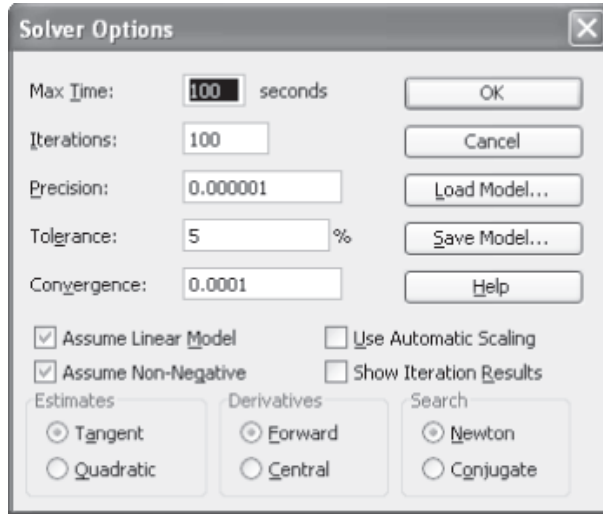
**Paso 4:** Establezca Solver y seleccione la opción de Solver



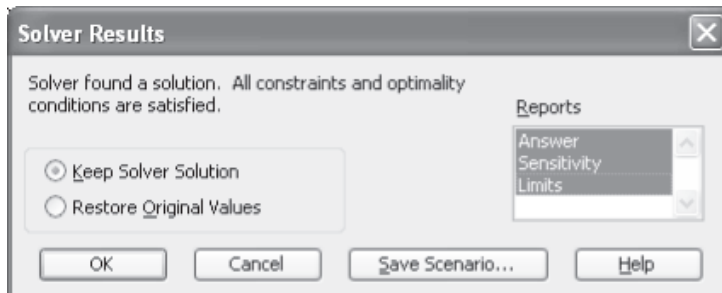
- Establecer la celda objetivo: Se establece en la ubicación donde se calcula el valor que se desea optimizar. El ingreso se calcula en F7 en esta hoja de cálculo.
- Igual a: Se establece en Máximo porque el objetivo es maximizar el ingreso.
- Mediante celdas cambiantes: Son las que indican la cantidad de cada platillo que se debe producir.
- Sujeto a las siguientes restricciones: Es donde se añaden dos restricciones separadas, una para la demanda y otra para el uso de los alimentos.



**Paso 5: Establezca opciones.** Haga clic en Opciones. Se dejan todas las opciones en sus valores en forma predeterminada y solo tendrán que asegurarse dos cambios: 1) marcar la opción Adoptar modelo lineal y 2) marcar la opción Asumir no negativos. Estas dos opciones garantizan que Solver sepa que se trata de un problema de programación lineal y que todas las celdas cambiantes deben ser no negativas. Haga clic en Aceptar para volver a la pantalla de los Parámetros de Solver.



**Paso 6: Resuelva el problema.** Haga clic en Resolver. Aparecerá el recuadro de Resultados de Solver. Asegúrese que indique lo siguiente: “Solver encontró una solución. Todas las restricciones y condiciones de optimización están satisfechas”.



En el lado derecho del cuadro aparece una opción para tres informes: Respuestas, Sensibilidad y Límites. Haga clic en los tres informes y después haga clic en Aceptar, lo que lo devuelve a la hoja de cálculo, pero tendrá tres nuevas hojas de trabajo en su libro de trabajo.

El informe de respuestas indica que la celda objetivo tiene una solución final de \$416.25 y empezó como \$85. En el área de las celdas ajustables se ve que se deben preparar 20 hamburguesas con queso, 60 albóndigas, 65 tacos y 55 porciones de picadillo. Esto responde el primer requerimiento del problema de la mezcla conveniente de los platillos especiales del viernes.

*Celda objetivo (Máx)*

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$F\$7	Total ingreso	\$85.00	\$416.25

*Celdas ajustables*

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$B\$3	Celdas cambiantes hamburguesa con queso	10	20
\$C\$3	Celdas cambiantes albóndigas	10	60
\$D\$3	Celdas cambiantes tacos	10	65
\$E\$3	Celdas cambiantes picadillo	10	55

*Restricciones*

Celda	Nombre	Valor celda	Fórmula	Estatus	Margen
\$F\$11	Total carne molida (lbs)	59.25	\$F\$11 <= 5\$H\$11	No vinculante	40.75
\$F\$12	Total queso (lbs)	32.50	\$F\$12 <= 5\$H\$12	No vinculante	17.5
\$F\$13	Total frijoles (lbs)	29.50	\$F\$13 <= 5\$H\$13	No vinculante	20.5
\$F\$14	Total lechuga (lbs)	15.00	\$F\$14 <= 5\$H\$14	Vinculante	0
\$F\$15	Total jitomate (lbs)	44.00	\$F\$15 <= 5\$H\$15	No vinculante	6
\$F\$16	Total panes	80.00	\$F\$16 <= 5\$H\$16	Vinculante	0
\$F\$17	Total tortillas	65.00	\$F\$17 <= 5\$H\$17	No vinculante	15
\$B\$3	Celdas cambiantes hamburguesa con queso	20	\$B\$3 <= 5\$B\$5	No vinculante	55
\$C\$3	Celdas cambiantes albóndigas	60	\$C\$3 <= 5\$C\$5	Vinculante	0
\$D\$3	Celdas cambiantes tacos	65	\$D\$3 <= 5\$D\$5	No vinculante	35
\$E\$3	Celdas cambiantes picadillo	55	\$E\$3 <= 5\$E\$5	Vinculante	0

La segunda respuesta requerida era si valía la pena pagar a un proveedor de urgencia \$1 por cada unidad adicional de panes. El informe de respuestas muestra que la restricción de los panes era vinculante. Esto significa que si hubiera más panes se podría ganar más dinero. No obstante, el informe de respuestas no indica si vale la pena este pedido extraordinario de panes a \$1 la unidad. Para responder la pregunta se tiene que ver el informe de sensibilidad.

*Celdas ajustables*

Celda	Nombre	Valor final	Costo reducido	Coefficiente objetivo	Incremento permitido	Decremento permitido
\$B\$3	Celdas cambiantes hamburguesas con queso	20	0	2.25	0.625	1.375
\$C\$3	Celdas cambiantes albóndigas	60	0.625	2	1E + 30	0.625
\$D\$3	Celdas cambiantes tacos	65	0	1.75	2.75	1.25
\$E\$3	Celdas cambiantes picadillo	55	2.5	2.5	1E + 30	2.5

*Restricciones*

Celda	Nombre	Valor final	Precio sombra	Restricción de RH	Incremento permitido	Decremento permitido
\$F\$11	Total carne molida (lbs)	59.25	0.00	100	1E + 30	40.75
\$F\$12	Total queso (lbs)	32.50	0.00	50	1E + 30	17.5
\$F\$13	Total frijoles (lbs)	29.50	0.00	50	1E + 30	20.5
\$F\$14	Total lechuga (lbs)	15.00	8.75	15	3	13
\$F\$15	Total jitomate (lbs)	44.00	0.00	50	1E + 30	6
\$F\$16	Total panes	80.00	1.38	80	55	20
\$F\$17	Total tortillas	65.00	0.00	80	1E + 30	15

Se resaltó la fila de los panes para responder la pregunta. Se ve que los panes tienen un precio sombra de \$1.38. El precio sombra significa que cada pan adicional generará \$1.38 de utilidad. También se aprecia que otros alimentos, como la carne molida, tienen un precio sombra de \$0. Los artículos con un precio sombra de \$0 no suman nada a la utilidad, porque actualmente no se usa todo lo que se tiene. La otra información importante que se tiene respecto de los panes es que solo valen \$1.38 hasta los siguientes 55 panes y que eso explica por qué el incremento permitido es de 55. Asimismo, se ve que una libra de lechuga vale \$8.75. Tal vez convenga buscar a un proveedor urgente de lechuga para incrementar la utilidad de los viernes.

Las respuestas aceptables de estas preguntas son:

1. ¿Cuál es la mejor mezcla de los especiales del viernes por la noche para maximizar el ingreso de Joe Bob?

20 hamburguesas con queso, 60 albóndigas, 65 tacos y 55 porciones de picadillo.

2. Si un proveedor ofrece servir un pedido urgente de panes a \$1.00 la unidad, ¿vale la pena invertir ese dinero?

Sí, cada pan adicional ingresa \$1.38, por tanto, si cuestan \$1, entonces se obtendrán \$0.38 netos por pan. No obstante, esto sólo será así hasta 55 panes adicionales.

## Problemas

1. Resuelva el problema siguiente con Solver de Excel:

$$\text{Maximizar } Z = 3X + Y.$$

$$12X + 14Y \leq 85$$

$$3X + 2Y \leq 18$$

$$Y \leq 4$$

2. Resuelva el problema siguiente con Solver de Excel:

$$\text{Reducir al mínimo } Z = 2A + 4B.$$

$$4A + 6B \geq 120$$

$$2A + 6B \geq 72$$

$$B \geq 10$$

3. Una empresa manufacturera discontinuó la producción de una línea de artículos que no era rentable. Por ello se creó un exceso considerable de capacidad de producción. La gerencia considera la posibilidad de dedicar este exceso de capacidad a uno o más de tres productos:  $X_1$ ,  $X_2$  y  $X_3$ .

Las horas máquina requeridas por unidad son

TIPO DE MÁQUINA	Producto		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
Molino	8	2	3
Torno	4	3	0
Trituradora	2	0	1

El tiempo disponible de horas máquina por semana es

Horas máquina por semana	
Molinos	800
Tornos	480
Trituradoras	320

Los vendedores estiman que podrán vender todas las unidades de  $X_1$  y  $X_2$  que se fabriquen. Pero el potencial de ventas de  $X_3$  es cuando mucho de 80 unidades por semana.

Las utilidades por unidad para los tres productos son:

Utilidad por unidad	
$X_1$	\$20
$X_2$	6
$X_3$	8

- a) Plantee las ecuaciones que se pueden resolver para maximizar la utilidad por semana.  
 b) Resuelva las ecuaciones con Solver de Excel.  
 c) ¿Cuál es la solución óptima? ¿Qué cantidad de cada producto se debe fabricar y cuál sería la utilidad resultante?  
 d) ¿Cuál es la situación respecta de los grupos de máquinas? ¿Se utilizaría toda la capacidad o habría tiempo disponible sin usar? ¿ $X_3$  estará a su capacidad máxima de ventas?

- e) Suponga que se obtienen 200 horas adicionales por semana de los molinos con tiempo extra. El costo incremental sería \$1.50 por hora. ¿Lo recomendaría? Explique cómo obtuvo su respuesta.
4. Se prepara la dieta para los dormitorios de la Universidad de Arizona. El objetivo es alimentar a los estudiantes al costo mínimo, pero la dieta debe contener entre 1 800 y 3 600 calorías. La dieta debe tener un máximo de 1 400 calorías de almidones y un mínimo de 400 de proteína. La dieta constará de dos alimentos: *A* y *B*. El alimento *A* cuesta \$0.75 por libra y contiene 600 calorías, 400 de ellas de proteína y 200 de almidones. No se pueden utilizar más de dos libras del alimento *A* por estudiante. El alimento *B* cuesta \$0.15 por libra y contiene 900 calorías, de las cuales 700 son de almidones, 100 de proteína y 100 de grasa.
- a) Escriba las ecuaciones que representan esta información.
- b) Resuelva gráficamente el problema e indique las cantidades de cada alimento que se deben usar.
5. Resuelva el problema 4 con la restricción adicional de que la dieta solo puede contener un máximo de 150 calorías de grasa y que el precio del alimento *A* subió a \$1.75 la libra, y el alimento, *B* a \$2.50 la libra.
6. Logan Manufacturing quiere mezclar dos combustibles, *A* y *B*, para reducir el costo de sus camiones. Necesita un mínimo de 3 000 galones para sus camiones durante el mes entrante. Tiene una capacidad máxima de almacenamiento de combustible de 4 000 galones. Hay disponibles 2 000 galones del combustible *A* y 4 000 galones del combustible *B*. La mezcla de combustible debe tener un octanaje de un mínimo de 80.
- Cuando se mezclan los combustibles, la cantidad obtenida es tan solo igual a la suma de las cantidades que se vierten en la mezcla. El octanaje es el promedio ponderado de los octanos individuales, ponderados en proporción con sus respectivos volúmenes.
- Se sabe lo siguiente: el combustible *A* tiene 90 octanos y cuesta \$1.20 por galón. El combustible *B* tiene 75 octanos y cuesta \$0.90 por galón.
- a) Escriba las ecuaciones que expresan esta información.
- b) Resuelva el problema con Solver de Excel, y proporcione la cantidad de cada combustible que se usará. Plantee los supuestos necesarios para resolver este problema.
7. Quiere preparar un presupuesto que optimice el uso de una fracción de su ingreso disponible. Cuenta con un máximo de \$1 500 al mes para asignar a comida, vivienda y entretenimiento. La cantidad que gaste en alimento y vivienda juntos no debe pasar de \$1 000. La cantidad que gaste solo en vivienda no puede pasar de \$700. El entretenimiento no puede pasar de \$300 al mes. Cada dólar que gaste en comida tiene un valor de satisfacción de 2, cada dólar que gaste en vivienda tiene un valor de satisfacción de 3 y cada dólar que gaste en entretenimiento tiene un valor de satisfacción de 5.
- Suponga una relación lineal y determine la asignación óptima de sus fondos con Solver de Excel.
8. La cervecería C-town produce dos marcas: Expansion Draft y Burning River. Expansion Draft tiene un precio de venta de \$20 por barril, mientras que Burning River tiene un precio de venta de \$8 por barril. La producción de un barril de Expansion Draft requiere 8 libras de maíz y 4 libras de lúpulo. La producción de un barril de Burning River requiere 2 libras de maíz, 6 libras de arroz y 3 libras de lúpulo. La cervecería tiene 500 libras de maíz, 300 libras de arroz y 400 libras de lúpulo. Suponga una relación lineal y use Solver de Excel para determinar la mezcla óptima de Expansion Draft y Burning River que maximice el ingreso de C-town.
9. BC Petrol fabrica tres productos en su planta química en Kentucky: BCP1, BCP2 y BCP3. Estos productos se elaboran con dos procesos de producción llamados zona y hombre. La operación del proceso zona durante una hora cuesta \$48 y produce tres unidades de BCP1, una unidad de BCP2 y una unidad de BCP3. La operación del proceso hombre durante una hora cuesta \$24 y produce una unidad de BCP1 y una unidad de BCP2. Para satisfacer la demanda de los clientes se debe producir diariamente un mínimo de 20 unidades de BCP1, 10 unidades de BCP2 y 6 unidades de BCP3. Suponga una relación lineal y determine con Solver de Excel la mezcla óptima del proceso zona y del proceso hombre para reducir los costos y satisfacer la demanda diaria de BC Petrol.
10. Una agricultora de Wood County tiene un terreno de 900 acres. Piensa sembrar cada acre con maíz, soya o trigo. Cada acre con maíz produce \$2 000 de utilidad, cada acre con soya produce \$2 500 de utilidad y cada acre con trigo produce \$3 000 de utilidad. Ella tiene 100 trabajadores y 150 toneladas de fertilizante. La tabla que se presenta a continuación muestra los requerimientos por acre para cada una de las tres cosechas. Suponga una relación lineal y determine con Solver de Excel la mezcla óptima para sembrar maíz, soya y trigo para maximizar su utilidad.

	Maíz	Soya	Trigo
Mano de obra (hombres)	0.1	0.3	0.2
Fertilizante (toneladas)	0.2	0.1	0.4

## Bibliografía seleccionada

Anderson, D. R., D. J. Sweeney y T. A. Williams, *An Introduction to Management Science*, 11a. ed., Mason, Ohio, South-Western, 2005.

Kelly, Julia y Curt Simmons, *The Unofficial Guide to Microsoft Excel 2007*, Nueva York, John Wiley & Sons, 2007.

Winston, W. L. y S. C. Albright, *Practical Management Science*, 3a. ed., Mason, Ohio, South-Western, 2006.