Capítulo 12

El ahorro, la acumulación de capital y la producción

Desde 1950, las tasas de ahorro —el cociente entre el ahorro y el PIB— de los países de la OCDE han sido muy diferentes. Algunos han tenido tradicionalmente unas elevadas tasas de ahorro, como Japón (30 %), Alemania (24 %) e Italia (30 %); otros han tenido una tasa de ahorro mucho más baja, especialmente Estados Unidos (17 %). ¿Puede eso explicar por qué las tasas de crecimiento de los países de la OCDE han sido diferentes? ¿Puede explicar también por qué las tasas de crecimiento de Estados Unidos han sido más bajas que las de la casi todos los demás países de la OCDE durante los últimos cincuenta años?

Ya hemos dado una respuesta básica a estas preguntas al final del Capítulo 11: no. A largo plazo —importante matización a la que volveremos más adelante—, la tasa de crecimiento de una economía no depende de su tasa de ahorro. Sin embargo, aunque la tasa de ahorro no afecta permanentemente a la tasa de crecimiento, afecta al nivel de producción y al nivel de vida.

En este capítulo centramos la atención en los efectos que produce la tasa de ahorro en el nivel de producción y en su tasa de crecimiento:

- En los apartados 12.1 y 12.2 examinamos las relaciones entre la producción y la acumulación de capital y los efectos de la tasa de ahorro.
- En el 12.3 introducimos algunas cifras para tener una idea mejor de las magnitudes.
- En el 12.4 ampliamos nuestro análisis para tener en cuenta no solo el capital físico, sino también el capital humano.

12.1 Las relaciones entre la producción y el capital

En el centro de la determinación de la producción a largo plazo se encuentran dos relaciones entre la producción y el capital:

- La cantidad de capital determina la cantidad de producción que se obtiene.
- La cantidad de producción determina la cantidad de ahorro y, a su vez, la cantidad de capital que se acumula con el paso del tiempo.

Estas dos relaciones, que se representan en la Figura 12.1, determinan conjuntamente la evolución de la producción y del capital. La flecha de color verde recoge la primera relación, que va del capital a la producción. Las flechas azul y violeta recogen las dos partes de la segunda relación, que van de la producción al ahorro y la inversión, y de la inversión a la variación del *stock* de capital. A continuación examinamos cada una de ellas por separado.

Los efectos del capital en la producción

En el apartado 11.3 comenzamos examinando la primera de estas dos relaciones, a saber, el efecto del capital en la producción. Introdujimos la función de producción agregada y vimos que suponiendo que hay rendimientos constantes a escala, podemos expresar la siguiente relación entre la producción y el capital por trabajador:

$$\frac{Y}{N} = F\left(\frac{K}{N},\ 1\right)$$

La producción por trabajador, Y/N, es una función creciente del capital por trabajador, K/N. Suponiendo que el capital muestra rendimientos decrecientes, los efectos de un aumento dado del capital por trabajador en la producción por trabajador disminuyen conforme aumenta el cociente de capital por trabajador. Cuando el capital por trabajador ya es muy elevado, los aumentos adicionales del capital por trabajador solo producen un pequeño efecto en la producción por trabajador.

Para simplificar la notación, formularemos la relación entre la producción y el capital por trabajador de una sencilla manera:

$$\frac{Y}{N} = f\left(\frac{K}{N}\right)$$

donde la función f representa la misma relación entre la producción y el capital por trabajador que la función F:

$$f\left(\frac{K}{N}\right) \equiv F\left(\frac{K}{N},\ 1\right)$$

En este capítulo postularemos otros dos supuestos:

- En primer lugar, el tamaño de la población, la tasa de actividad y la tasa de desempleo se mantienen todos constantes. Eso significa que el empleo, N, también se mantiene

Supongamos, por ejemplo, que la función F tiene la siguiente forma de doble raíz cuadrada:

$$F(K, N) = \sqrt{K}\sqrt{N}$$

$$\text{Así, } Y = \sqrt{K}\sqrt{N}$$

Dividiendo los dos miembros por N,

$$\frac{Y}{N} = \frac{\sqrt{K}\sqrt{N}}{N}$$

Obsérvese que:

$$\frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{N}\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Introduciendo este resultado en la ecuación anterior:

$$\frac{Y}{N} = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{K}{N}}$$

Por tanto, en este caso la función f que indica la relación entre la producción por trabajador y el capital por trabajador es simplemente la función de raíz cuadrada:

$$f\left(\frac{K}{N}\right) = \sqrt{\frac{K}{N}}$$

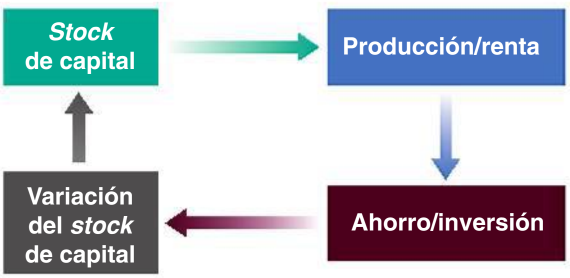

Figura 12.1

El capital, la producción y el ahorro/la inversión

constante. Para ver por qué, volvamos a las relaciones que vimos en el Capítulo 2 y de nuevo en el 7 entre la población, la población activa, el empleo y el desempleo.

La población activa es igual a la población multiplicada por la tasa de actividad. Por tanto, si la población se mantiene constante y la tasa de actividad se mantiene constante, la población activa también se mantiene constante.

El empleo, a su vez, es igual a la población activa multiplicada por 1 menos la tasa de desempleo. Por ejemplo, si el tamaño de la población activa es de 100 millones y la tasa de desempleo es del 5 %, el empleo es igual a 95 millones [100 millones multiplicado por (1 − 0,05)]. Por tanto, si la población activa se mantiene constante y la tasa de desempleo se mantiene constante, el empleo también se mantiene constante.

Partiendo de estos supuestos, la producción por trabajador, la producción por persona y la propia producción, todos varían proporcionalmente. Aunque normalmente nos referimos a las variaciones de la producción o del capital *por trabajador*, para aligerar el texto a veces hablaremos simplemente de las variaciones de la producción o del capital omitiendo la matización «por trabajador» o «por persona».

La razón por la que suponemos que N se mantiene constante es que resulta más fácil centrar la atención en el modo en que afecta la acumulación de capital al crecimiento: si N se mantiene constante, el único factor de producción que varía con el paso del tiempo es el capital. Sin embargo, el supuesto no es muy realista, por lo que lo abandonaremos en el Capítulo 13, en el que supondremos que la población y el empleo crecen ininterrumpidamente.

- El segundo supuesto es que no existe progreso tecnológico, por lo que la función de producción f (o su equivalente F) no varía con el paso del tiempo. Una vez más, la razón por la que postulamos este supuesto —claramente contrario a la realidad— se halla en que nos permite centrar la atención en el papel de la acumulación de capital. En el Capítulo 13 introduciremos el progreso tecnológico y veremos que las conclusiones básicas que extraemos entonces sobre el papel que desempeña el capital en el crecimiento también son válidas cuando hay progreso tecnológico. Es mejor dejar este paso para más adelante.

Con estos dos supuestos, nuestra primera relación entre la producción y el capital por trabajador, desde el punto de vista de la producción, puede formularse de la siguiente manera:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right) \qquad [12.1]$$

Donde hemos introducido índices temporales en el caso de la producción y del capital, pero no en el del trabajo, N, que suponemos que se mantiene constante, por lo que no necesita un índice temporal.

En palabras, cuando aumenta el capital por trabajador, también aumenta la producción por trabajador.

Desde el lado de la producción: el nivel de capital por trabajador determina el nivel de producción por trabajador.

Los efectos de la producción en la acumulación de capital

Para hallar la segunda relación entre la producción y la acumulación de capital, seguimos dos pasos:

1. Hallamos la relación entre la producción y la inversión.
2. Hallamos la relación entre la inversión y la acumulación de capital.

La producción y la inversión

Para hallar la relación entre la producción y la inversión, postulamos tres supuestos:

- Continuamos suponiendo que estamos analizando una economía cerrada. Como vimos en el Capítulo 3 (ecuación [3.10]), eso significa que la inversión, I, es igual al ahorro, que es la suma del ahorro privado, S, y el ahorro público, $T - G$:

$$I - S + (T - G)$$

Como veremos en el Capítulo 16, el ahorro y la inversión no tienen por qué ser iguales en una economía abierta. Un país puede ahorrar menos de lo que invierte y pedir prestada la diferencia al resto del mundo. Así sucede en Estados Unidos en la actualidad, a diferencia de la mayoría de los países europeos.

- Para centrar la atención en la conducta del ahorro privado, suponemos que el ahorro público, $T - G$, es igual a 0 (más adelante abandonaremos este supuesto cuando centremos la atención en la influencia de la política fiscal en el crecimiento). Con este supuesto, la ecuación anterior se convierte en:

$$I = S$$

La inversión es igual al ahorro privado.

- Suponemos que el ahorro privado es proporcional a la renta, por lo que:

$$S = sY$$

El parámetro s es la tasa de ahorro y tiene un valor comprendido entre 0 y 1. Este supuesto recoge dos hechos básicos sobre el ahorro. En primer lugar, no parece que la tasa de ahorro aumente o disminuya sistemáticamente a medida que un país es más rico. En segundo lugar, no parece que los países más ricos tengan unas tasas de ahorro sistemáticamente más altas o más bajas que las de los más pobres.

Ya hemos visto dos especificaciones de la conducta del ahorro (en otras palabras, de la conducta del consumo): una en el caso del corto plazo en el Capítulo 3 y otra en el caso del largo plazo en este capítulo. Quizá se pregunte el lector qué relación existe entre las dos especificaciones y si son coherentes. La respuesta es afirmativa. Para un análisis más completo véase el Capítulo 16.

Combinando estas dos relaciones anteriores e introduciendo índices temporales, tenemos una sencilla relación entre la inversión y la producción:

$$I_t = sY_t$$

La inversión es proporcional a la producción: cuanto mayor es la producción, mayor es el ahorro y, por tanto, mayor es la inversión.

La inversión y la acumulación de capital

Recuérdese que los flujos son variables que tienen una dimensión temporal (es decir, se definen por unidad de tiempo); los *stocks* son variables que no tienen una dimensión temporal (se definen en un punto del tiempo). La producción, el ahorro y la inversión son flujos. El empleo y el *stock* de capital son *stocks*.

El segundo paso relaciona la inversión, que es un flujo (las nuevas máquinas producidas y las nuevas plantas construidas durante un determinado periodo de tiempo), con el capital, que es un *stock* (las máquinas y las plantas existentes en la economía en un momento del tiempo).

Imaginemos que el tiempo se mide en años, por lo que t representa el año t, $t + 1$ representa el año $t + 1$, etc. Imaginemos que el *stock* de capital se mide a comienzos de cada año, por lo que K_t es el *stock* de capital existente a comienzos del año t, K_{t+1} es el *stock* de capital existente a comienzos del año $t + 1$, etc.

Supongamos que el capital se deprecia a una tasa δ (que es la letra griega minúscula delta) al año: es decir, de un año a otro, una proporción δ del *stock* de capital se rompe y deja de servir. En otras palabras, una proporción $(1 - \delta)$ del *stock* de capital permanece intacta de un año a otro.

La evolución del *stock* de capital viene dada, pues, por:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

El *stock* de capital existente a comienzos del año $t + 1$, K_{t+1}, es igual al *stock* de capital existente a comienzos del año t que sigue intacto en el año $t + 1$, $(1 - \delta)K_t$, más el nuevo *stock* de capital obtenido durante el año t (es decir, la inversión realizada durante el año t, I_t).

Ahora podemos combinar la relación entre la producción y la inversión, y la relación entre la inversión y la acumulación de capital para hallar la segunda relación que necesitamos para analizar el crecimiento: la relación entre la producción y la acumulación de capital.

Sustituyendo la inversión por su expresión anterior y dividiendo los dos miembros por N (el número de trabajadores que hay en la economía) tenemos que:

$$\frac{K_{t+1}}{N} = (1 - \delta)\frac{K_t}{N} + s\frac{Y_t}{N}$$

Desde el lado del ahorro: el nivel de producción por trabajador determina la variación del capital por trabajador con el paso del tiempo.

En palabras, el capital por trabajador existente a comienzos del año $t + 1$ es igual al capital por trabajador existente a comienzos del año t, ajustado para tener en cuenta la depreciación, más la inversión por trabajador realizada durante el año t, que es igual a la tasa de ahorro multiplicada por la producción por trabajador durante el año t.

Ampliando el término $(1 - \delta)K_t/N$ a $K_t/N - \delta K_t/N$, traspasando K_t/N al primer miembro de la ecuación y reorganizando el segundo, tenemos que:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\,\frac{Y_t}{N} - \delta\,\frac{K_t}{N} \qquad [12.2]$$

En palabras, la variación del *stock* de capital por trabajador (representada por la diferencia entre los dos términos del primer miembro) es igual al ahorro por trabajador (representado por el primer término del segundo miembro) menos la depreciación (representada por el segundo término del segundo miembro). Esta ecuación indica la segunda relación entre la producción y el capital por trabajador.

12.2 Las consecuencias de distintas tasas de ahorro

Hemos obtenido dos relaciones:

- Desde el punto de vista de la producción, hemos visto en la ecuación [12.1] que el capital determina la producción.
- Desde el punto de vista del ahorro, hemos visto en la ecuación [12.2] que la producción determina, a su vez, la acumulación de capital.

Ahora podemos unirlas y ver cómo determinan la conducta de la producción y del capital a lo largo del tiempo.

La dinámica del capital y la producción

Sustituyendo la producción por trabajador, Y_t/N, en la ecuación [12.2] por su expresión en función del capital por trabajador de la [12.1], tenemos que:

$$\underbrace{\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N}}_{\substack{\text{Variación del capital}\\ \text{entre el año } t \text{ y el } t+1}} = \underbrace{s f\left(\frac{K_t}{N}\right)}_{\substack{\text{Inversión}\\ \text{durante el año } t}} - \underbrace{\delta\,\frac{K_t}{N}}_{\substack{\text{Depreciación}\\ \text{durante el año } t}} \qquad [12.3]$$

Esta relación describe lo que ocurre con el capital por trabajador. La variación que experimenta el capital por trabajador entre este año y el próximo depende de la diferencia entre dos términos:

- **La inversión por trabajador, que es el primer término del segundo miembro.** El nivel de capital por trabajador existente este año determina la producción por trabajador de este año. Dada la tasa de ahorro, la producción por trabajador determina la cantidad de ahorro por trabajador y, por tanto, la inversión por trabajador de este año.
- **La depreciación por trabajador, que es el segundo término del segundo miembro.** El *stock* de capital por trabajador determina la cantidad de depreciación por trabajador de este año.

$K_t/N \Rightarrow f(K_t/N) \Rightarrow sf(K^t/N)$

$K_t/N \Rightarrow \delta K_t/N$

Si la inversión por trabajador es superior a la depreciación por trabajador, la variación del capital por trabajador es positiva: el capital por trabajador aumenta.

Si la inversión por trabajador es menor que la depreciación por trabajador, la variación del capital por trabajador es negativa: el capital por trabajador disminuye.

Dado el capital por trabajador, la producción por trabajador viene dada, pues, por la ecuación [12.1]:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

Las ecuaciones [12.3] y [12.1] contienen toda la información que necesitamos para comprender la dinámica del capital y de la producción a lo largo del tiempo. Como mejor

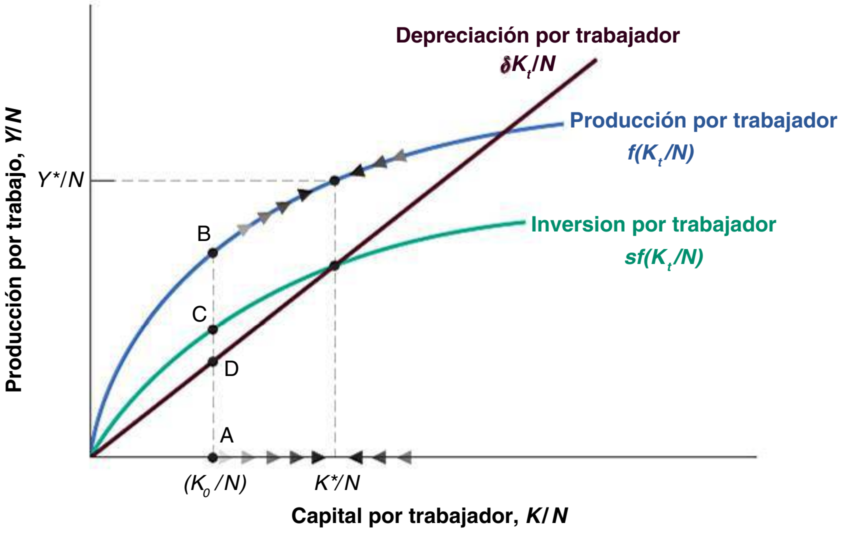

Figura 12.2

La dinámica del capital y la producción

Cuando el capital y la producción son bajos, la inversión es superior a la depreciación, por lo que el capital aumenta. Cuando el capital y la producción son altos, la inversión es menor que la depreciación, por lo que el capital disminuye.

se interpretan es utilizando un gráfico. Las interpretamos en la Figura 12.2, en la que la producción por trabajador se mide en el eje de ordenadas y el capital por trabajador en el de abscisas.

En la Figura 12.2 examinemos primero la curva que representa la producción por trabajador, $f(K_t/N)$, en función del capital por trabajador. La relación es idéntica a la de la Figura 11.5: la producción por trabajador aumenta con el capital por trabajador, pero —como consecuencia de los rendimientos decrecientes del capital— el efecto es menor cuanto mayor es el nivel de capital por trabajador.

Observemos ahora las dos curvas que representan los dos componentes del segundo miembro de la ecuación [12.3]:

Para facilitar la interpretación del gráfico, hemos supuesto que la tasa de ahorro era muy alta y poco realista (¿puede decir aproximadamente qué valor hemos supuesto que tiene *s*? ¿Cuál sería el valor razonable?)

- La relación que representa la inversión por trabajador, $sf(K_t/N)$, tiene la misma forma que la función de producción, con la salvedad de que es menor en una proporción s (la tasa de ahorro). Supongamos que el nivel de capital por trabajador es igual a K_0/N en la Figura 12.2. La producción por trabajador viene dada entonces por la distancia AB y la inversión por trabajador está representada por la distancia AC, que es igual a s multiplicado por la distancia AB. Por tanto, al igual que la producción por trabajador, la inversión por trabajador aumenta con el capital por trabajador, pero cada vez menos, conforme aumenta este. Cuando el capital por trabajador ya es muy elevado, un nuevo aumento del capital por trabajador apenas influye en la producción por trabajador y, por implicación, en la inversión por trabajador.
- La relación que representa la depreciación por trabajador, δK_t/N, es una línea recta. La depreciación por trabajador aumenta en proporción al capital por trabajador; por lo que la relación está representada por una línea recta cuya pendiente es igual a δ. En el nivel de capital por trabajador K_0/N, la depreciación por trabajador está representada por la distancia vertical AD.

Cuando el capital por trabajador es bajo, el capital por trabajador y la producción por trabajador aumentan con el paso del tiempo. Cuando el capital por trabajador es alto, el capital por trabajador y la producción por trabajador disminuyen con el paso del tiempo.

La variación del capital por trabajador es la diferencia entre la inversión por trabajador y la depreciación por trabajador. En K_0/N, la diferencia es positiva; la inversión por trabajador es mayor que la depreciación por trabajador en una cantidad representada la distancia vertical CD = AC − AD, por lo que el capital por trabajador aumenta. A medida que avanzamos hacia la derecha a lo largo del eje de abscisas y nos fijamos en unos niveles de capital por trabajador cada vez más altos, la inversión aumenta cada vez menos, mientras que la depreciación continúa aumentando en proporción al capital. En algún nivel de capital por trabajador, K^*/N en la Figura 12.2, la inversión es simplemente la suficiente para cubrir la depreciación, por lo que el capital por trabajador se mantiene constante. A

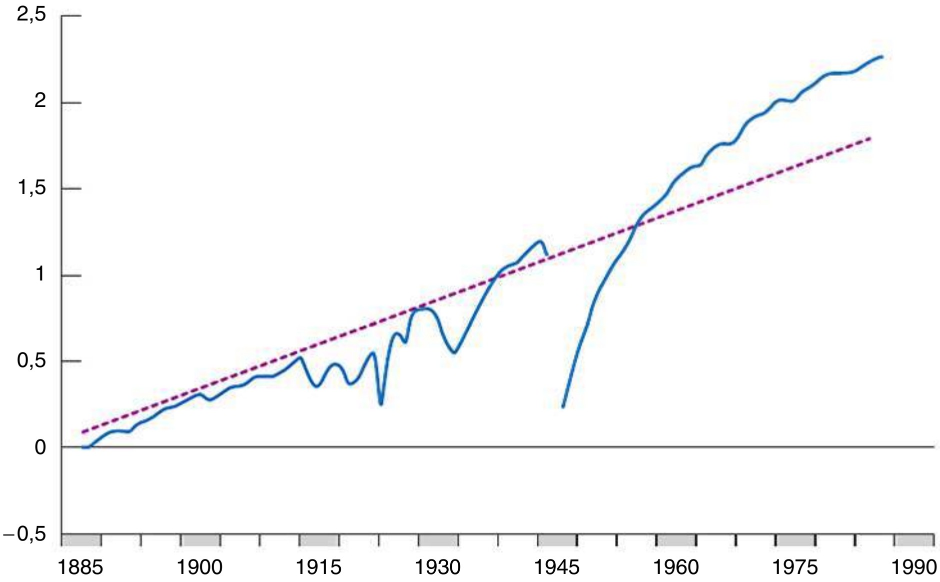

Figura 12.3

Logaritmo del PIB real alemán, 1885-1990

la izquierda de K^*/N, la inversión es mayor que la depreciación, por lo que el capital por trabajador aumenta, lo cual se indica por medio de las flechas que apuntan hacia la derecha en la curva que representa la función de producción. A la derecha de K^*/N, la depreciación es mayor que la inversión, por lo que el capital por trabajador disminuye, lo cual se indica por medio de las flechas que apuntan hacia la izquierda en la curva que representa la función de producción.

Ahora es fácil caracterizar la evolución del capital por trabajador y de la producción por trabajador. Consideremos el caso de una economía que comienza teniendo un bajo nivel de capital por trabajador, por ejemplo, K_0/N en la Figura 12.2. Como la inversión es superior a la depreciación en este punto, el capital por trabajador aumenta. Y como la producción varía en el mismo sentido que el capital, la producción por trabajador también aumenta. El capital por trabajador acaba alcanzando el nivel K^*/N, en el que la inversión es igual a la depreciación. Una vez que la economía ha alcanzado el nivel de capital por trabajador K^*/N, la producción por trabajador y el capital por trabajador permanecen constantes en Y^*/N y K^*/N, que son sus niveles de equilibrio a largo plazo.

Pensemos, por ejemplo, en un país que pierde parte de su *stock* de capital como consecuencia de una guerra. El mecanismo que acabamos de ver sugiere que si ha sufrido mayores pérdidas de capital que de población, terminará la guerra con un bajo nivel de capital por trabajador, es decir, en un punto situado a la izquierda de K^*/N. Tanto su capital por trabajador como su producción por trabajador experimentarán entonces un gran aumento durante algún tiempo. Esta descripción concuerda perfectamente con lo que ocurrió después de la Segunda Guerra Mundial en los países en los que la destrucción de capital fue proporcionalmente mayor que la de vidas humanas. La Figura 12.3 muestra que en Alemania la producción experimentó un crecimiento extraordinariamente rápido después de 1945 (véase el recuadro titulado «La acumulación de capital y el crecimiento en Francia tras la Segunda Guerra Mundial»).

¿Qué predice el modelo sobre el crecimiento posterior a la Segunda Guerra Mundial si un país sufre unas pérdidas proporcionales de población y de capital? ¿Cree usted que esta respuesta es convincente? ¿Qué elementos pueden faltar en el modelo?

Si un país comienza teniendo, por el contrario, un elevado nivel de capital por trabajador —es decir, se encuentra en un punto situado a la derecha de K^*/N— la depreciación será mayor que la inversión y el capital por trabajador y la producción por trabajador disminuirán: el nivel inicial de capital por trabajador es demasiado alto para mantenerse, dada la tasa de ahorro. Esta disminución del capital por trabajador continuará hasta que la economía alcance de nuevo el punto en el que la inversión es igual a la depreciación y en el que el capital por trabajador es igual a K^*/N. A partir de ese punto, el capital y la producción por trabajador permanecerán constantes.

El capital y la producción en el estado estacionario

Examinemos más detenidamente los niveles de producción y de capital por trabajador hacia los que tiende la economía a largo plazo. El estado en el que la producción por trabajador y el capital por trabajador ya no varían se denomina **estado estacionario** de la economía. Igualando a cero el primer miembro de la ecuación [12.3] (en el estado estacionario, por definición, la variación del capital por trabajador es 0), el valor del capital por trabajador en el estado estacionario, K^*/N, viene dado por:

K^*/N es el nivel de capital por trabajador a largo plazo.

$$sf\left(\frac{K^*}{N}\right) = \delta \frac{K^*}{N} \qquad [12.4]$$

El valor del capital por trabajador en el estado estacionario es tal que la cantidad de ahorro por trabajador (el primer miembro) es justo la suficiente para cubrir la depreciación del *stock* de capital por trabajador (el segundo miembro).

Dado el capital por trabajador del estado estacionario, K^*/N, el valor de la producción por trabajador en el estado estacionario, Y^*/N, viene dado por la función de producción:

$$\frac{Y^*}{N} = f\left(\frac{K^*}{N}\right) \qquad [12.5]$$

Ya tenemos todos los elementos que necesitamos para ver cómo afecta la tasa de ahorro a la producción por trabajador, tanto a lo largo del tiempo como en el estado estacionario.

La tasa de ahorro y la producción

Volvamos a la pregunta que formulamos al comienzo del capítulo: ¿cómo afecta la tasa de ahorro a la tasa de crecimiento de la producción por trabajador? Nuestro análisis nos lleva a una respuesta que consta de tres partes:

1. *La tasa de ahorro no afecta a la tasa de crecimiento de la producción por trabajador a largo plazo, que es igual a cero*. Esta conclusión es bastante obvia: hemos visto que la economía acaba convergiendo hacia un nivel constante de producción por trabajador. En otras palabras, a largo plazo la tasa de crecimiento de la producción es igual a cero, cualquiera que sea el valor de la tasa de ahorro.

Esta conclusión puede analizase, sin embargo, de una forma que resultará útil cuando introduzcamos el progreso tecnológico en el Capítulo 13. Imaginemos qué sería necesario para mantener una tasa positiva constante de crecimiento de la producción por trabajador a largo plazo. El capital por trabajador tendría que aumentar. No solo eso, sino que como consecuencia de los rendimientos decrecientes del capital, tendría que aumentar más deprisa que la producción por trabajador. Eso implica que todos los años la economía tendría que ahorrar una proporción cada vez mayor de la producción y destinarla a la acumulación de capital. Llegaría un momento en el que la proporción de la producción que sería necesario ahorrar sería mayor que uno, lo cual es claramente imposible. Esa es la razón por la que es imposible mantener indefinidamente una tasa positiva constante de crecimiento. A largo plazo, el capital por trabajador debe permanecer constante y, por tanto, también la producción por trabajador.

Algunos economistas sostienen que el elevado crecimiento de la producción logrado por la Unión Soviética entre 1950 y 1990 se debió a ese aumento constante de la tasa de ahorro con el paso del tiempo, que no podía mantenerse indefinidamente. Paul Krugman ha utilizado el término *crecimiento estalinista* para referirse a este tipo de crecimiento, a saber, el crecimiento que se debe a una tasa de ahorro cada vez más alta con el paso del tiempo.

2. No obstante, *la tasa de ahorro determina el nivel de producción por trabajador a largo plazo*. Manteniéndose todo lo demás constante, los países que tienen una tasa de ahorro más alta consiguen una producción por trabajador mayor a largo plazo.

La Figura 12.4 muestra esta cuestión. Consideremos dos países que tienen la misma función de producción, el mismo nivel de empleo y la misma tasa de depreciación pero diferentes tasas de ahorro, por ejemplo, s_0 y $s_1 > s_0$. La Figura 12.4 representa su función de producción común, $f(K_t/N)$, y las funciones que indican el ahorro/la inversión por trabajador en función del capital por trabajador correspondientes a cada uno de los dos países, $s_0 f(K_t/N)$ y $s_1 f(K_t/N)$. A largo plazo, el

TEMAS CONCRETOS

La acumulación de capital y el crecimiento en Francia tras la Segunda Guerra Mundial

Cuando terminó la Segunda Guerra Mundial, en 1945, Francia había sufrido algunas de las mayores pérdidas de todos los países europeos. Las pérdidas en vidas humanas eran cuantiosas. Habían muerto más de 550.000 personas de una población de 42 millones. Sin embargo, las pérdidas de capital eran en términos relativos mucho mayores: se calcula que en 1945 el *stock* de capital francés era alrededor de un 30 % menor que antes de la guerra. Las cifras de la Tabla 12.1 dan una gráfica idea de la destrucción de capital.

Tabla 12.1 Proporción del *stock* de capital francés destruido al final de la Segunda Guerra Mundial

Ferrocarriles	Vías	6 %
	Estaciones	38 %
	Máquinas	21 %
	Vagones	60 %
Carreteras	Automóviles	31 %
	Camiones	40 %
Ríos	Vías navegables	86 %
	Esclusas	11 %
	Embarcaciones	80 %
Edificios	(Número)	
	Viviendas	1.229.000
	Industriales	246

Fuente: véase la fuente de este recuadro.

El modelo de crecimiento que acabamos de ver hace una clara predicción sobre lo que le ocurre a un país que pierde una gran parte de su *stock* de capital: experimenta una elevada acumulación de capital y un elevado crecimiento de la producción durante un tiempo. En la Figura 12.2, un país que tiene inicialmente un capital por trabajador inferior a K^*/N crece rápidamente a medida que se aproxima a K^*/N y que la producción por trabajador se aproxima a Y^*/N.

Esta predicción es acorde con lo que sucedió en Francia en el periodo posterior a la Segunda Guerra Mundial. Existen abundantes indicios de que los pequeños aumentos del capital generaron grandes aumentos de la producción. La realización de pequeñas reparaciones en un gran puente permitía su reapertura. La reapertura del puente permitía, a su vez, acortar considerablemente la distancia entre dos ciudades y, por tanto, reducir los costes de transporte. La gran reducción de los costes de transporte permitía a una planta conseguir los factores que tanto necesitaba y aumentar la producción, y así sucesivamente.

Sin embargo, la prueba más convincente procede directamente de las cifras sobre la producción agregada efectiva. Entre 1946 y 1950, la tasa anual de crecimiento del PIB real francés fue nada menos que de un 9,6 % al año, por lo que el PIB real aumentó alrededor de un 60 % en cinco años.

¿Se debió todo el aumento del PIB francés a la acumulación de capital? No. Hubo otros factores, además del mecanismo de nuestro modelo. Una gran parte del *stock* de capital que quedaba en 1945 era viejo. La inversión había sido baja en la década de 1930 (una década dominada por la Gran Depresión) y casi inexistente durante la guerra. Una buena parte de la acumulación de capital posterior a la guerra se debió a la introducción de capital más moderno y al uso de técnicas de producción más modernas. Esta fue otra de las causas de las elevadas tasas de crecimiento del periodo posterior a la guerra.

Fuente: Gilles Saint-Paul, «Economic Reconstruction in France, 1945-1958», en Rudiger Dornbusch, Willem Nolling y Richard Layard (comps.), *Postwar Economic Reconstruction and Lessons for the East Today*, Cambridge, MA, MIT Press, 1993.

país que tiene la tasa de ahorro s_0 alcanza el nivel de capital por trabajador K_0/N y la producción por trabajador Y_0/N. El que tiene la tasa de ahorro s_1 alcanza los niveles más altos K_1/N y Y_1/N.

3. *Un aumento de la tasa de ahorro genera un crecimiento mayor de la producción por trabajador durante un tiempo, pero no indefinidamente*. Esta conclusión se desprende de las dos proposiciones que acabamos de analizar. Por la primera sabemos que un aumento de la tasa de ahorro no afecta a *la tasa de crecimiento de la*

Obsérvese que la primera proposición es una afirmación sobre la tasa de crecimiento de la producción por trabajador. Esta segunda proposición es una afirmación sobre el nivel de producción por trabajador.

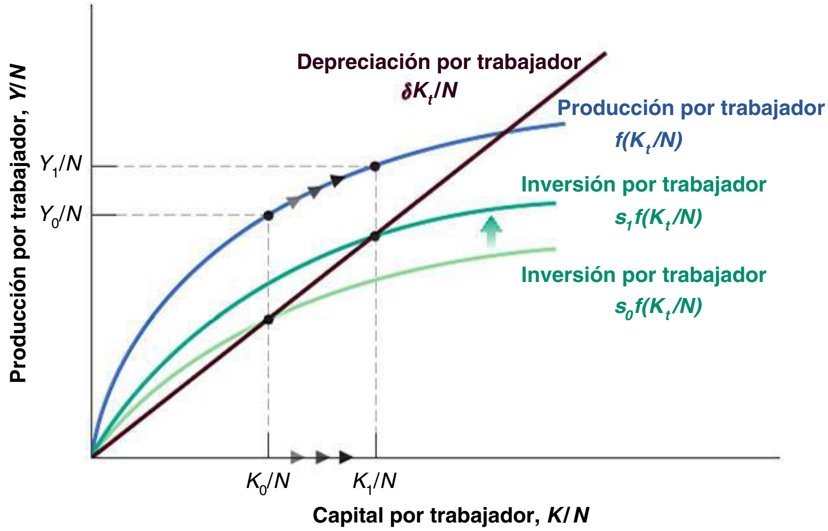

Figura 12.4

Efectos de diferentes tasas de ahorro

Un país que tiene una tasa de ahorro más alta consigue un nivel de producción por trabajador más alto en el estado estacionario.

producción por trabajador a largo plazo, que sigue siendo igual a cero. Por la segunda sabemos que un aumento de la tasa de ahorro genera un aumento del *nivel de producción por trabajador* a largo plazo. Se deduce que cuando la producción por trabajador aumenta hasta su nuevo nivel más alto en respuesta al incremento de la tasa de ahorro, la economía pasa por un periodo de crecimiento positivo, que concluye cuando alcanza su nuevo estado estacionario.

Podemos utilizar la Figura 12.4 de nuevo para mostrar esta cuestión. Consideremos el caso de un país que tiene una tasa inicial de ahorro de s_0. Supongamos que el capital por trabajador es inicialmente igual a K_0/N y que el nivel de producción por trabajador correspondiente es Y_0/N. Consideremos ahora los efectos de un aumento de la tasa de ahorro de s_0 a s_1. La función que indica el ahorro/la inversión por trabajador en función del capital por trabajador se desplaza en sentido ascendente de $s_0 f(K_t/N)$ a $s_1 f(K_t/N)$.

En el nivel inicial de capital por trabajador, K_0/N, la inversión es superior a la depreciación, por lo que el capital por trabajador aumenta. Al aumentar, también aumenta la producción por trabajador, por lo que la economía pasa por un periodo de crecimiento positivo. Sin embargo, cuando el capital por trabajador acaba alcanzando el nivel K_1/N, la inversión vuelve a ser igual a la depreciación, por lo que concluye el crecimiento. A partir de entonces, la economía permanece en K_1/N con el correspondiente nivel de producción por trabajador Y_1/N. En la Figura 12.5 representamos la evolución de la producción por trabajador. La producción por trabajador permanece constante inicialmente en el nivel Y_0/N. Tras el aumento de la tasa de ahorro, por ejemplo, en el momento t, la producción por trabajador aumenta durante algún tiempo hasta que alcanza el nivel más alto, Y_1/N, y la tasa de crecimiento vuelve a ser cero.

La Figura 12.4 también puede ayudarnos a ilustrar otra útil cuestión. Consideremos dos economías que se encuentran fuera del estado estacionario con unas tasas de ahorro distintas. El país A tiene una tasa de ahorro s_0 y el B tiene una tasa de ahorro s_1, donde $s_0 < s_1$. La función que indica el ahorro/la inversión por trabajador en función del capital por trabajador es $s_0 f(K_t/N)$ en el caso del país A y $s_1 f(K_t/N)$ en el caso del país B. La depreciación por trabajador es la misma en los dos países y está representada por la línea recta $\delta K_t/N$. El nivel de capital por trabajador en el estado estacionario es igual a $K_0{}^*/N$ en el país A y $K_1{}^*/N$ en el B. El país A es menos rico que el B, es decir, tiene un nivel menor de capital por trabajador, $K_0/N < K_1/N$. En la Figura 12.6 reproducimos la 12.4 de estos dos países. Obsérvese que la distancia entre cada una de las dos funciones que indican

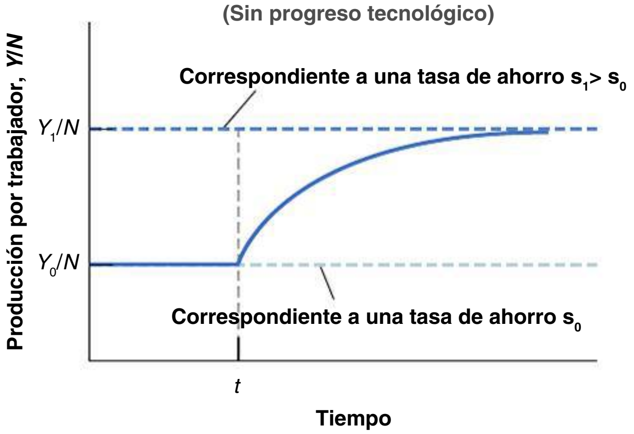

Figura 12.5

Efectos de un aumento de la tasa de ahorro en la producción por trabajador

Un aumento de la tasa de ahorro da lugar a un periodo de crecimiento mayor hasta que la producción alcanza su nuevo nivel más alto en el estado estacionario.

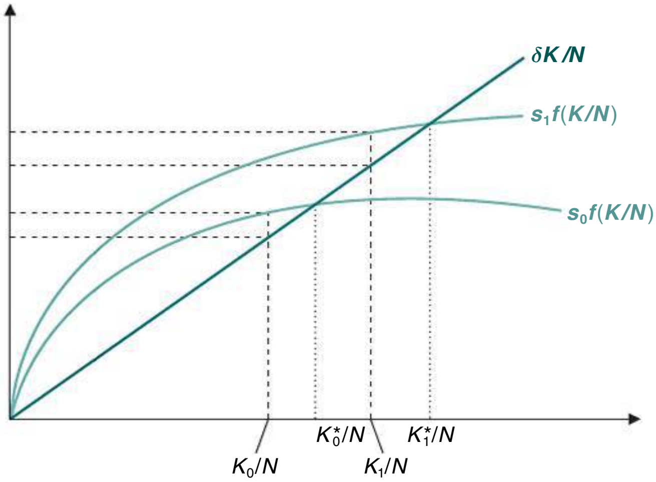

Figura 12.6

Diferentes tasas de ahorro y convergencia de la renta

Un país que está más cerca de su nivel de capital por trabajador del estado estacionario crecerá menos deprisa que un país que se encuentre más lejos de su nivel de capital por trabajador del estado estacionario.

el ahorro/la inversión por trabajador en función del capital por trabajador y la depreciación por trabajador mide la tasa de crecimiento del capital por trabajador, $(K_{t-1} - K_t)/K_t$. El país A, aunque es menos rico que el B, crece menos deprisa porque está más cerca de su estado estacionario. Esa es una de las razones por las que a menudo no observamos que los niveles de renta de los países pobres converjan con los de los ricos: los países pobres pueden crecer menos que los ricos si están más cerca que los primeros de su nivel de capital por trabajador del estado estacionario.

La tasa de ahorro y el consumo

Los gobiernos pueden influir en la tasa de ahorro de varias formas. En primer lugar, pueden alterar el ahorro público. Dado el ahorro privado, un ahorro público positivo —en otras palabras, un superávit presupuestario— provoca un aumento del ahorro total. Y a la inversa, un ahorro público negativo —un déficit presupuestario— provoca una disminución del ahorro total. En segundo lugar, los gobiernos pueden utilizar los impuestos para influir en el ahorro privado. Por ejemplo, pueden conceder desgravaciones fiscales a las personas que ahorran, a fin de que sea más atractivo ahorrar y aumentar así el ahorro privado.

¿Cuál es la tasa de ahorro a la que deben aspirar los gobiernos? Para analizar esta cuestión, debemos desplazar la atención de la conducta de la *producción* a la del *consumo*. La razón se halla en que lo que le importa a la gente no es cuánto se produce sino cuánto consume.

Recuérdese que el ahorro es la suma del ahorro privado y el ahorro público.

Recuérdese también que

- **Ahorro público ⇔ superávit presupuestario.**
- **Desahorro público ⇔ déficit presupuestario.**

Como suponemos que el empleo permanece constante, prescindimos del efecto que produce a corto plazo un aumento de la tasa de ahorro en la producción, en el que centramos la atención en el Capítulo 3. A corto plazo, un aumento de la tasa de ahorro no solo reduce el consumo dada la renta, sino que, además, puede crear una recesión y reducir aún más la renta. En algunos pasajes del libro volveremos a analizar los efectos a corto y largo plazo de las variaciones del ahorro. Véase, por ejemplo, el Capítulo 17.

Es evidente que el ahorro debe aumentar inicialmente a expensas del consumo (salvo cuando nos parezca útil, en este subapartado omitiremos la expresión *por trabajador* y nos referiremos simplemente al consumo en lugar del consumo por trabajador, al capital en lugar del capital por trabajador, etc.): una variación de la tasa de ahorro este año no afecta al capital este año y, por consiguiente, no afecta a la producción y la renta *este año*. Por tanto, un aumento del ahorro va acompañado inicialmente de una disminución equivalente del consumo.

¿Aumenta el consumo a largo plazo cuando aumenta el ahorro? No necesariamente. El consumo puede disminuir no solo inicialmente, sino también a largo plazo. Tal vez le resulte sorprendente al lector. Al fin y al cabo, hemos visto en la Figura 12.4 que un aumento de la tasa de ahorro siempre eleva el nivel de *producción* por trabajador, pero la producción no es lo mismo que el consumo. Para ver por qué, observemos qué ocurre con dos valores extremos de la tasa de ahorro:

- Una economía en la que la tasa de ahorro es (y siempre ha sido) igual a cero es una economía en la que el capital es igual a cero. En este caso, la producción también es igual a cero y, por tanto, también el consumo. Una tasa de ahorro igual a cero implica un consumo nulo a largo plazo.
- Consideremos ahora una economía en la que la tasa de ahorro es igual a uno: la gente ahorra toda su renta. El nivel de capital y, por tanto, la producción de esta economía son muy altos, pero como la gente ahorra toda su renta, el consumo es igual a cero. Lo que ocurre es que la economía tiene una cantidad excesiva de capital: para mantener simplemente ese nivel de producción, ¡hay que dedicar toda la producción a sustituir la depreciación! Una tasa de ahorro igual a uno también implica un consumo nulo a largo plazo.

Estos dos casos extremos implican que tiene que haber algún valor de la tasa de ahorro comprendido entre cero y uno que maximice el nivel de consumo en el estado estacionario. Los aumentos de la tasa de ahorro inferiores a este valor reducen el consumo inicialmente pero lo elevan a largo plazo. Los aumentos de la tasa de ahorro superiores a ese valor reducen el consumo no solo inicialmente, sino también a largo plazo, debido a que el aumento del capital correspondiente al incremento de la tasa de ahorro solo provoca un pequeño aumento de la producción, demasiado pequeño para cubrir el aumento de la depreciación: en otras palabras, la economía tiene demasiado capital. El nivel de capital correspondiente al valor de la tasa de ahorro que genera el máximo nivel de consumo en el estado estacionario se conoce con el nombre de **nivel de capital de la regla de oro.** Los aumentos del capital por encima del nivel de la regla de oro reducen el consumo.

Este argumento se muestra en la Figura 12.7, que representa el consumo por trabajador en el estado estacionario (en el eje de ordenadas) en relación con la tasa de ahorro (en el eje de abscisas). Una tasa de ahorro igual a cero implica un *stock* de capital por trabajador

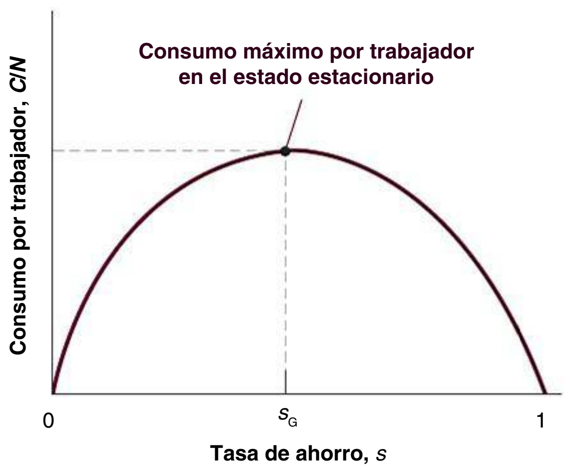

Figura 12.7

Efectos de la tasa de ahorro en el consumo por trabajador en el estado estacionario

Un aumento de la tasa de ahorro provoca un aumento y después una disminución del consumo por trabajador en el estado estacionario.

TEMAS CONCRETOS

El sistema de pensiones, el ahorro y la acumulación de capital en Europa

Los programas de pensiones de vejez se introdujeron en Europa entre finales del siglo XIX y principios del XX. El objetivo de estos programas era asegurarse de que los ancianos tuvieran lo suficiente para vivir. Con el tiempo, se han convertido en los mayores programas públicos en casi todos los países y representan el 44 % del gasto total en protección social en la UE (las cifras van desde el 25 % en Irlanda hasta el 58 % en Italia); las prestaciones a los jubilados representan más del 11 % del PIB. Para la mayoría de los jubilados, las pensiones constituyen la mayor parte de su renta. Apenas existen dudas de que los programas en sí mismos han tenido mucho éxito y han reducido la pobreza de los ancianos. Tampoco existen apenas dudas de que en muchos países también han reducido la tasa de ahorro y, por tanto, la acumulación de capital y la producción por persona a largo plazo.

Para comprender el motivo, tenemos que dar un rodeo teórico. Pensemos en una economía en la que no hay un sistema de pensiones, es decir, en una economía en la que los trabajadores tienen que ahorrar para su propia jubilación. Introduzcamos ahora un sistema de pensiones que recauda impuestos de los trabajadores y distribuye prestaciones entre los pensionistas. Puede hacerlo de dos formas.

- Una consiste en gravar a los trabajadores, invertir las cotizaciones en activos financieros y devolverles el principal más los intereses cuando se jubilen. Ese sistema se denomina sistema **totalmente capitalizado:** el sistema siempre tiene unos fondos iguales a las cotizaciones acumuladas de los trabajadores, con los que podrá pagarles prestaciones cuando se jubilen.
- La otra consiste en gravar a los trabajadores y distribuir entre los pensionistas los ingresos recaudados. Ese sistema se denomina **sistema de reparto:** el sistema paga las prestaciones sobre la marcha, es decir, a medida que va recaudándolas por medio de cotizaciones.

Desde el punto de vista de los trabajadores, los dos sistemas son similares. En ambos casos, pagan cotizaciones cuando trabajan y reciben prestaciones cuando se jubilan. Sin embargo, lo que reciben es algo distinto en cada caso:

- Lo que reciben los jubilados en un sistema totalmente capitalizado depende de la tasa de rendimiento de los activos financieros del fondo.
- Lo que reciben los jubilados en un sistema de reparto depende de la demografía —del cociente entre el número de jubilados y el de trabajadores— y de la evolución del tipo impositivo fijado por el sistema.

Sin embargo, desde el punto de vista de la economía los dos sistemas tienen consecuencias muy distintas:

- En un sistema totalmente capitalizado, los trabajadores ahorran menos, porque prevén que recibirán prestaciones cuando sean mayores. El sistema de pensiones ahorra en su nombre, invirtiendo sus cotizaciones en activos financieros. La presencia de un sistema de pensiones altera la composición del ahorro total: el ahorro privado disminuye y el ahorro público aumenta. Pero como primera aproximación no afecta al ahorro total y, por tanto, tampoco a la acumulación de capital.
- En un sistema de reparto los trabajadores también ahorran menos, ya que prevén también que percibirán prestaciones cuando sean mayores. Pero ahora el sistema de pensiones no ahorra en su nombre. La disminución del ahorro privado no es compensada por un aumento del ahorro público. El ahorro total disminuye, al igual que la acumulación de capital.

La mayoría de los sistemas de pensiones reales se encuentran entre el sistema de reparto y el sistema totalmente capitalizado. La mayoría de los países europeos han establecido sistemas públicos de pensiones de reparto que están relacionados con los salarios. Reino Unido es una excepción, ya que su sistema público de pensiones de reparto paga una prestación de cuantía fija cuyo objetivo es evitar la pobreza en lugar de proporcionar una renta en la jubilación similar a la que tenían los pensionistas cuando trabajaban. Esta pensión básica está pensada para que se complemente con una pensión privada capitalizada, y los activos del fondo de pensiones actualmente representan más del 85 % del PIB británico. Otra excepción es Dinamarca, que tiene un sistema público de pensiones que consta de dos elementos: un sistema universal de cuantía fija financiado con cargo a los impuestos generales y un sistema capitalizado financiado con cargo a las cotizaciones de todos las personas ocupadas y organizado en un fondo separado.

En muchos países, numerosos grupos han abogado por la adopción de un sistema totalmente capitalizado. El principal argumento es que la capitalización de los sistemas de pensiones elevaría la tasa de ahorro. Ese cambio podría lograrse invirtiendo de aquí en adelante las cotizaciones en activos financieros en lugar de distribuirlas entre los jubilados en forma de prestaciones. Con ese cambio el sistema de pensiones acumularía fondos continuamente y acabaría estando totalmente capitalizado. Martin Feldstein, economista de la Universidad de Harvard y defensor de este cambio en Estados Unidos, ha llegado a la conclusión de que podría provocar un aumento del *stock* de capital de un 34 % a largo plazo.

¿Qué debemos pensar de esta propuesta? Probablemente habría sido una buena idea capitalizar el sistema al principio: todos los países tendrían una tasa de ahorro más alta. El *stock* de capital sería mayor y la producción y el consumo también serían más altos. Pero no podemos reescribir la historia. Los sistemas existentes han prometido prestaciones a los jubilados y estas promesas deben cumplirse. Eso significa que según la propuesta que acabamos de describir, los trabajadores actuales tendrían que cotizar dos veces: una para capitalizar el sistema y financiar su propia jubilación, y otra para financiar las prestaciones que se deben a los jubilados actuales. Eso impondría un coste desproporcionado a los trabajadores actuales. Desde el punto de vista práctico, implica que si se adoptara el cambio, la transición a un sistema totalmente capitalizado tendría que ser muy lenta, con el fin de que la carga del ajuste no recayera demasiado en una generación en relación con las demás. De hecho, algunos países de Europa oriental, como Polonia, Eslovaquia y los estados bálticos, están pasando actualmente en parte a un sistema capitalizado: una parte de las cotizaciones pagadas por los trabajadores están asignándose a cuentas personales individuales e invirtiéndose en los mercados financieros.

¿Cuáles son los posibles inconvenientes de esas reformas? Consideremos el caso en el que de aquí en adelante se permite a los trabajadores cotizar a cuentas personales en lugar de cotizar al sistema de pensiones y poder retirar fondos de esas cuentas cuando se jubilen. Esta propuesta aumentaría por sí sola claramente el ahorro privado: los trabajadores ahorrarían más. Pero el efecto último que produciría en el ahorro depende de cómo se financiaran las prestaciones que ya ha prometido el sistema de pensiones a los trabajadores y los jubilados actuales. Si estas prestaciones no se financian mediante impuestos adicionales sino mediante deuda, el aumento del ahorro privado será anulado por un aumento de los déficits, es decir, por una disminución del ahorro público: la sustitución del sistema actual por cuentas personales no aumentaría la tasa total de ahorro de la economía. Si, por el contrario, estas prestaciones se financian subiendo los impuestos, la tasa de ahorro aumentará. Pero en ese caso los trabajadores actuales tendrán que cotizar a sus cuentas personales y pagar también los impuestos más altos. Pagarán, de hecho, dos veces.

Nota: para una visión general detallada de la política y de las estrategias adoptadas en la UE en el campo de la protección social, véase la página web de la Comisión Europea (http://ec.europa.eu/employment_social/spsi/social_protection_en.htm). En el Capítulo 25 volveremos a abordar estas cuestiones.

igual a cero, un nivel de producción por trabajador igual a cero y, por implicación, un nivel de consumo por trabajador igual a cero. Cuando el valor de s se encuentra entre cero y s_G (G por oro, *gold* en inglés), un aumento de la tasa de ahorro implica un aumento del capital por trabajador, de la producción por trabajador y del consumo por trabajador. Cuando s es mayor que s_G, un aumento de la tasa de ahorro sigue implicando un aumento del capital por trabajador y de la producción por trabajador, pero ahora un consumo por trabajador más bajo, ya que el aumento de la producción es anulado con creces por el aumento que experimenta la depreciación debido al aumento del *stock* de capital. Cuando $s = 1$, el consumo por trabajador es igual a cero. El capital por trabajador y la producción por trabajador son altos, pero toda la producción se utiliza simplemente para reponer la depreciación, por lo que no queda nada para consumo.

Si una economía ya tiene tanto capital que está funcionando por encima de la regla de oro, un nuevo aumento del ahorro reducirá el consumo no solo ahora, sino también más adelante. ¿Es eso un motivo de preocupación? ¿Tienen realmente algunos países demasiado capital? La evidencia empírica indica que la mayoría de los países de la OCDE se encuentran, en realidad, muy por debajo del nivel de capital correspondiente a la regla de oro. Si aumentaran la tasa de ahorro, su consumo aumentaría en el futuro.

Eso implica que, en la práctica, los gobiernos se encuentran ante una disyuntiva: un incremento de la tasa de ahorro implica una reducción del consumo durante un tiempo, pero un aumento más tarde. ¿Qué deben hacer? ¿Hasta qué punto deben tratar de aproximarse a la regla de oro? Depende de cuánta importancia concedan al bienestar de las generaciones actuales —que son las que más probablemente saldrán perdiendo con las medidas destinadas a aumentar la tasa de ahorro— frente al bienestar de las futuras, que son probablemente las que saldrán ganando. Aquí entra la política: las futuras generaciones no votan. Eso significa que es improbable que los gobiernos pidan a las generaciones actuales grandes sacrificios, lo cual significa, a su vez, que es probable que el capital siga encontrándose en un nivel muy inferior al correspondiente a la regla de oro. Estas cuestiones intergeneracionales ocupan un destacado lugar en el debate actual sobre la reforma del sistema de pensiones en Europa, que se analiza más detenidamente en el recuadro titulado «El sistema de pensiones, su reforma y la acumulación de capital en Europa».

12.3 Una ilustración de los órdenes de magnitud

¿En qué medida afecta una variación de la tasa de ahorro a la producción a largo plazo? ¿Durante cuánto tiempo y en qué medida afecta un aumento de la tasa de ahorro al crecimiento? Para comprender mejor las respuestas a estas preguntas, postulemos unos supuestos más específicos, introduzcamos algunas cifras y veamos qué ocurre.

Supongamos que la función de producción es:

$$Y = \sqrt{K}\,\sqrt{N} \qquad [12.6]$$

La producción es igual a la raíz cuadrada del capital multiplicada por la del trabajo (en el apéndice de este capítulo se muestra una especificación más general de la función de producción, conocida con el nombre de **función de producción Cobb-Douglas,** y sus consecuencias para el crecimiento). Dividiendo ambos miembros por N (ya que nos interesa la producción por trabajador), tenemos que:

$$\frac{Y}{N} = \frac{\sqrt{K}\,\sqrt{N}}{N} = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{K}{N}}$$

Compruebe el lector que esta función de producción muestra tanto rendimientos constantes de escala como rendimientos decrecientes del capital o del trabajo.

La producción por trabajador es igual a la raíz cuadrada del capital por trabajador. En otras palabras, la función de producción, f, que relaciona la producción por trabajador y el capital por trabajador, viene dada por:

$$f\left(\frac{K_t}{N}\right) = \sqrt{\frac{K_t}{N}}$$

La segunda igualdad se desprende de:

$$\sqrt{N}/N = \sqrt{N}/(\sqrt{N}\,\sqrt{N}) = 1/\sqrt{N}$$

Sustituyendo $f(K_t/N)$ por $\sqrt{K_t/N}$ en la ecuación [12.3], tenemos que:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\sqrt{\frac{K_t}{N}} - \delta\,\frac{K_t}{N} \qquad [12.7]$$

Esta ecuación describe la evolución del capital por trabajador. Veamos qué implica.

Los efectos de la tasa de ahorro en la producción en el estado estacionario

¿Cuánto afecta un aumento de la tasa de ahorro al nivel de producción por trabajador en el estado estacionario?

Partamos de la ecuación [12.7]. En el estado estacionario, la cantidad de capital por trabajador se mantiene constante, por lo que el primer miembro de la ecuación es igual a cero. Eso implica que:

$$s\sqrt{\frac{K^*}{N}} = \delta\,\frac{K^*}{N}$$

Hemos suprimido los índices temporales, que ya no son necesarios porque en el estado estacionario K/N es constante. El asterisco es para recordar al lector que estamos examinando el valor del capital en el estado estacionario. Elevando al cuadrado los dos miembros, tenemos que:

$$s^2 \frac{K^*}{N} = \delta^2 \left(\frac{K^*}{N}\right)^2$$

Dividiendo los dos miembros por *K/N* y cambiando el orden de la igualdad, tenemos que:

$$\frac{K^*}{N} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^2 \qquad [12.8]$$

El capital por trabajador en el estado estacionario es igual al cuadrado del cociente entre la tasa de ahorro y la tasa de depreciación.

A partir de las ecuaciones [12.6] y [12.8], obtenemos la producción por trabajador en el estado estacionario:

$$\frac{Y^*}{N} = \sqrt{\frac{K^*}{N}} = \sqrt{\left(\frac{s}{\delta}\right)^2} = \frac{s}{\delta} \qquad [12.9]$$

La producción por trabajador en el estado estacionario es igual al cociente entre la tasa de ahorro y la tasa de depreciación.

Un aumento de la tasa de ahorro y una reducción de la tasa de depreciación provocan ambos un incremento del capital por trabajador en el estado estacionario (ecuación [12.8]) y un aumento de la producción por trabajador en el estado estacionario (ecuación [12.9]). Para ver qué significa eso, analicemos un ejemplo numérico. Supongamos que la tasa de depreciación es del 10 % al año y que la tasa de ahorro también es del 10 %. En ese caso, utilizando las ecuaciones [12.8] y [12.9] observamos que el capital por trabajador y la producción por trabajador son ambos iguales a 1 en el estado estacionario. Supongamos ahora que se duplica la tasa de ahorro, pasando del 10 al 20 %. De la ecuación [12.8] se deduce que en el nuevo estado estacionario el capital por trabajador aumenta de 1 a 4. Y de acuerdo con la ecuación [12.9], la producción por trabajador se duplica, pasando de 1 a 2. Por tanto, una duplicación de la tasa de ahorro provoca a largo plazo una duplicación de la producción: se trata de un gran efecto.

Efectos dinámicos de un aumento de la tasa de ahorro

Acabamos de ver que un aumento de la tasa de ahorro provoca un aumento del nivel de producción en el estado estacionario. ¿Pero cuánto tarda la producción en alcanzar el nuevo nivel del estado estacionario? En otras palabras, ¿cuánto y durante cuánto tiempo afecta un aumento de la tasa de ahorro a la tasa de crecimiento?

Para responder a estas preguntas, debemos utilizar la ecuación [12.7] y hallar el capital por trabajador existente en el año 0, en el año 1, etc.

Supongamos que la tasa de ahorro, que siempre ha sido de un 10 %, aumenta en el año 0 del 10 al 20 % y se mantiene en este valor más alto indefinidamente. En el año 0 no ocurre nada con el *stock* de capital (recuérdese que los aumentos del ahorro y de la inversión tardan un año en traducirse en un aumento del capital). Por tanto, el capital por trabajador sigue siendo igual al valor del estado estacionario correspondiente a una tasa de ahorro de 0,1. De acuerdo con la ecuación [12.8],

$$\frac{K_0}{N} = (0{,}1/0{,}1)^2 = 1^2 = 1$$

En el año 1, la ecuación [12.7] indica que:

$$\frac{K_1}{N} - \frac{K_0}{N} = s\sqrt{\frac{K_0}{N}} - \delta\frac{K_0}{N}$$

Con una tasa de depreciación de 0,1 y una tasa de ahorro que ahora es de 0,2, esta ecuación implica que:

$$\frac{K_1}{N} - 1 = [(0{,}2)(\sqrt{1})] - [(0{,}1)1]$$

Por lo que:

$$\frac{K_1}{N} = 1{,}1$$

También podemos hallar de la misma forma K_2/N, y así sucesivamente. Una vez que tenemos los valores del capital por trabajador del año 0, del año 1, etc., podemos utilizar la ecuación [12.6] para calcular la producción por trabajador correspondiente al año 0, al año 1, etc. Los resultados de este cálculo se muestran en la Figura 12.8. La 12.8(a) representa el *nivel* de producción por trabajador en relación con el tiempo. Y/N aumenta con el paso del tiempo de su valor inicial de 1 en el año 0 a su valor de 2 correspondiente al estado estacionario a largo plazo. La Figura 12.8(b) suministra la misma información de otra forma, representando la *tasa de crecimiento* de la producción por trabajador en relación con el tiempo. Como muestra la Figura 12.8(b), el crecimiento de la producción por trabajador es máximo al principio y después disminuye con el paso del tiempo. Cuando la economía alcanza su nuevo estado estacionario, el crecimiento de la producción por trabajador vuelve a ser cero.

La diferencia entre inversión y depreciación es máxima al principio. Esa es la razón por la que la acumulación de capital y, por implicación, el crecimiento de la producción son máximos al principio.

La Figura 12.8 muestra claramente que la adaptación al nuevo equilibrio a largo plazo más alto lleva mucho tiempo. Solo se ha realizado en un 40 % después de diez años y en

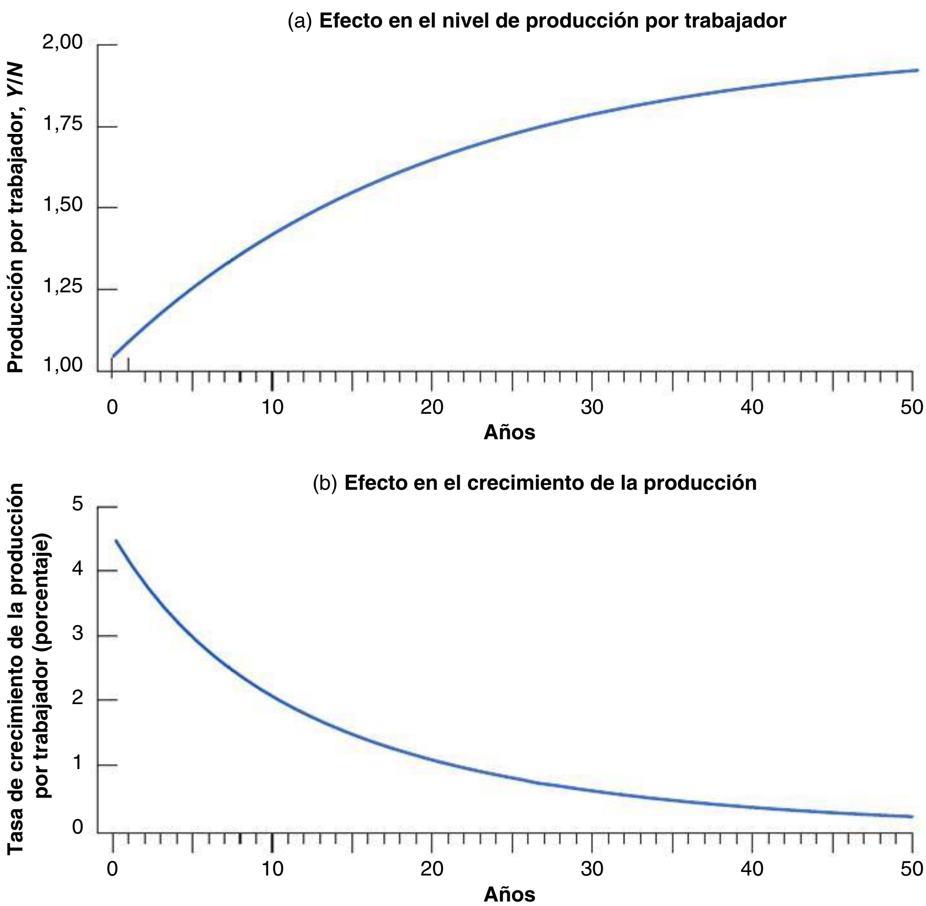

Figura 12.8

Efectos dinámicos de un aumento de la tasa de ahorro del 10 al 20 % en el nivel y la tasa de crecimiento de la producción por trabajador

La producción tarda un tiempo en ajustarse a su nuevo nivel más alto tras un aumento de la tasa de ahorro. En otras palabras, un aumento de la tasa de ahorro da lugar a un largo periodo de crecimiento más alto.

un 63 % después de veinte. En otras palabras, el aumento de la tasa de ahorro eleva la tasa de crecimiento de la producción por trabajador durante mucho tiempo. La tasa anual media de crecimiento es del 3,1 % durante los diez primeros años y del 1,5 durante, los diez siguientes. Aunque las variaciones de la tasa de ahorro no afectan al crecimiento a largo plazo, lo elevan durante mucho tiempo.

Volviendo a la pregunta planteada al comienzo del capítulo, ¿puede explicar la baja tasa de inversión/ahorro de Estados Unidos por qué el crecimiento ha sido tan bajo —en relación con el de otros países de la OCDE— desde 1950? La respuesta sería afirmativa si Estados Unidos hubiera tenido una tasa de ahorro más alta en el pasado y *si esta tasa de ahorro hubiera descendido significativamente en los últimos* cincuenta *años*. En ese caso, podría explicar el periodo de crecimiento más lento de los últimos cincuenta años de acuerdo con el mecanismo de la Figura 12.8 (con el signo invertido, ya que estaríamos examinando una disminución de la tasa de ahorro, no aumento). Pero no es así: la tasa de ahorro de Estados Unidos ha sido baja durante mucho tiempo. El bajo ahorro no puede explicar el bajo crecimiento de Estados Unidos de los últimos cincuenta años.

La tasa de ahorro y la regla de oro

¿Cuál es la tasa de ahorro que maximizaría el consumo por trabajador en el estado estacionario? Recuérdese que en el estado estacionario el consumo es igual a lo que queda después de apartar lo suficiente para mantener un nivel de capital constante. En términos más formales, en el estado estacionario el consumo por trabajador es igual a la producción por trabajador menos la depreciación por trabajador:

$$\frac{C}{N} = \frac{Y}{N} - \delta\,\frac{K}{N}$$

Utilizando las ecuaciones [12.8] y [12.9], correspondientes a los valores de la producción y del capital por trabajador en el estado estacionario, el consumo por trabajador viene dado, pues, por:

$$\frac{C}{N} = \frac{s}{\delta} - \delta\left(\frac{s}{\delta}\right)^2 = \frac{s(1-s)}{\delta}$$

Tabla 12.2 La tasa de ahorro y los niveles de capital, de producción y de consumo por trabajador en el estado estacionario

Tasa de ahorro	Capital por trabajador (*K*/*N*)	Producción por trabajador (*Y*/*N*)	Consumo por trabajador (*C*/*N*)
0,0	0,0	0,0	0,0
0,1	1,0	1,0	0,9
0,2	4,0	2,0	1,6
0,3	9,0	3,0	2,1
0,4	16,0	4,0	2,4
0,5	25,0	5,0	2,5
0,6	36,0	6,0	2,4
–	–	–	–
1,0	100,0	10,0	0,0

Utilizando esta ecuación, junto con la [12.8] y la [12.9], la Tabla 12.1 indica los valores del capital por trabajador, de la producción por trabajador y del consumo por trabajador en el estado estacionario correspondientes a diferentes valores de la tasa de ahorro (y a una tasa de depreciación del 10 %).

El consumo por trabajador alcanza su máximo valor en el estado estacionario cuando *s* es igual a un medio. En otras palabras, el nivel de capital correspondiente a la regla de oro se alcanza cuando la tasa de ahorro es del 50 %. Por debajo de ese nivel, los aumentos de la tasa de ahorro elevan el consumo por trabajador a largo plazo. Hemos visto antes que la tasa media de ahorro ha sido muy diferente en los distintos países de la OCDE desde 1950. Podemos estar bastante seguros de que en los países que tienen una baja tasa de ahorro, como Estados Unidos, un aumento de la tasa de ahorro aumentaría tanto la producción por trabajador como el consumo por trabajador a largo plazo. Pero no ocurriría lo mismo en los países que tienen una elevadísima tasa de ahorro, como Alemania o Italia.

Compruebe el lector que comprende estas cuestiones: utilice las ecuaciones de este apartado para indicar los pros y los contras de las medidas destinadas a elevar la tasa de ahorro de Alemania.

12.4 Capital físico y capital humano

Hasta ahora hemos centrado la atención en el capital físico, es decir, en las máquinas, las plantas, los edificios de oficinas, etc. Pero las economías tienen otro tipo de capital: el conjunto de cualificaciones que poseen los trabajadores de la economía, o sea, lo que los economistas llaman **capital humano.** Una economía que tenga muchos trabajadores muy cualificados probablemente será mucho más productiva que una en la que la mayoría no sepa leer o escribir.

El capital humano ha aumentado tanto como el capital físico en los dos últimos siglos. Al principio de la Revolución Industrial, solo sabía leer el 30 % de la población de los países que constituyen hoy la OCDE. Actualmente, esta tasa supera el 95 % en los países de la OCDE. La escolarización no era obligatoria antes de la Revolución Industrial. Actualmente lo es, normalmente hasta los dieciséis años. Aun así, existen grandes diferencias entre los países. Hoy en los países de la OCDE, casi el 100 % de los niños recibe educación primaria, el 90 % recibe educación secundaria y el 38 % recibe educación superior. Las cifras correspondientes a los países pobres, es decir, a los que tienen un PIB por persona inferior a 400 dólares, son 95, 32 y 4 %, respectivamente.

Incluso esta comparación puede ser engañosa, ya que la calidad de la educación puede variar mucho de unos países a otros.

¿Cómo debemos estudiar la influencia del capital humano en la producción? ¿Cómo altera la introducción del capital humano nuestras conclusiones anteriores? Estas son las cuestiones de las que nos ocupamos en este último apartado.

Extensión de la función de producción

La manera más lógica de ampliar nuestro análisis para tener en cuenta el capital humano es modificar la función de producción [12.1] de la siguiente manera:

$$\frac{Y}{N} = f\left(\underset{(+,}{\frac{K}{N}}, \underset{+)}{\frac{H}{N}}\right) \qquad [12.10]$$

El nivel de producción por trabajador depende tanto del nivel de capital físico por trabajador, K/N, como del nivel de capital humano por trabajador, H/N. Un aumento del capital por trabajador, K/N, provoca, al igual que antes, un incremento de la producción por trabajador. Y un aumento del nivel medio de cualificaciones, H/N, también eleva la producción por trabajador. Los trabajadores más cualificados pueden realizar tareas más complejas; pueden resolver más fácilmente las complicaciones imprevistas. Todos estos factores aumentan la producción por trabajador.

Obsérvese que estamos utilizando el mismo símbolo, *H*, para representar la base monetaria del Capítulo 4 y el capital humano en este. Ambos usos son tradicionales. No deben confundirse.

Antes hemos supuesto que los aumentos del capital físico por trabajador elevaban la producción por trabajador pero que el efecto era cada vez más pequeño a medida que se incrementaba el nivel de capital por trabajador. Podemos postular el mismo supuesto en el caso del capital humano por trabajador: supongamos que los aumentos de H/N se deben a un aumento del número de años de estudios. Los datos muestran que los rendimientos de un aumento de la proporción de niños que realizan estudios primarios son muy elevados. La posibilidad de leer y escribir permite a los individuos, como mínimo, utilizar equipo más complejo y más productivo. Sin embargo, en los países ricos ni la educación primaria ni la secundaria son ya los márgenes relevantes: actualmente la mayoría de los niños realizan tanto estudios primarios como secundarios. Ahora el margen relevante es la educación superior. Estoy seguro de que será una buena noticia para el lector saber que, según los datos, la educación superior aumenta las cualificaciones, al menos a juzgar por la subida de los salarios de quienes la adquieren. Pero por poner un ejemplo extremo, no está claro que si se obligara a todo el mundo a realizar estudios superiores, se elevaría mucho la producción agregada. Muchas personas acabarían teniendo un exceso de cualificaciones y probablemente sintiéndose más frustradas que productivas.

En el Capítulo 13 analizamos estos datos.

¿Cómo debemos calcular el indicador del capital humano, H? De una forma muy parecida a como calculamos el del capital físico, K. Para calcular K sumamos simplemente los valores de los diferentes tipos de capital, de tal manera que una máquina que cuesta 2.000 euros recibe el doble de ponderación que una que cuesta 1.000. El valor de H se calcula de tal manera que los trabajadores que ganan el doble reciban el doble de ponderación. Tomemos, por ejemplo, el caso de una economía que tiene cien trabajadores, la mitad no cualificados y la mitad cualificados. Supongamos que el salario relativo de los cualificados es el doble del salario de los no cualificados. Podemos calcular, pues, H de la forma siguiente: $[(50 \times 1) + (50 \times 2)] = 150$. El capital humano por trabajador, H/N, es igual, a su vez, a $150/100 = 1{,}5$.

La razón por la que se utilizan los salarios relativos como ponderaciones se halla en que reflejan los productos marginales relativos. Se supone que un trabajador que gana el triple de lo que gana otro tiene un producto marginal que es el triple de alto.

Sin embargo, una cuestión es saber si los salarios relativos reflejan o no exactamente los productos marginales relativos. Por poner un controvertido ejemplo, en el mismo puesto de trabajo y con la misma antigüedad a menudo las mujeres siguen ganando menos que los hombres. ¿Se debe este hecho a que su producto marginal es menor? ¿Deben recibir una ponderación menor que los hombres en el cálculo del capital humano?

El capital humano, el capital físico y la producción

¿Cómo cambia el análisis de los apartados anteriores con la introducción del capital humano?

Nuestras conclusiones sobre la *acumulación de capital físico* siguen siendo válidas: un aumento de la tasa de ahorro eleva el capital físico por trabajador en el estado estacionario y, por tanto, la producción por trabajador. Pero ahora nuestras conclusiones se extienden también a la *acumulación de capital humano*. Un aumento de la cantidad que *ahorra* la sociedad en forma de capital humano —por medio de la educación y de la formación en el trabajo— eleva el capital humano por trabajador en el estado estacionario, lo que aumenta la producción por trabajador. Nuestro modelo ampliado nos da una visión más rica de cómo se determina la producción por trabajador. Nos dice que a largo plazo la producción por trabajador depende tanto de cuánto ahorre la sociedad como de cuánto gaste en educación.

¿Cuál es la importancia relativa del capital humano y del capital físico en la determinación de la producción por trabajador? Podemos comenzar comparando lo que se gasta en educación formal con lo que se invierte en capital físico. En Estados Unidos el gasto en educación formal representa alrededor de un 6,5 % del PIB. Esta cifra comprende tanto el gasto público como el gasto privado. Representa entre un tercio y la mitad de la tasa bruta de inversión en capital físico (que gira en torno al 16 %). Pero esta comparación no es más que un primer paso. Consideremos las siguientes complicaciones:

- La educación, y especialmente la educación superior, es en parte consumo —se realiza sin ningún otro fin— y en parte inversión. Aquí debemos incluir solamente la parte que es inversión. Sin embargo, la cifra del 6,5 % del párrafo anterior comprende de ambas.
- El coste de oportunidad de la educación de una persona es, al menos en el caso de la educación postsecundaria, los salarios que deja de ganar mientras está estudiando. El gasto en educación debe incluir no solo el coste efectivo de la educación sino también este coste de oportunidad. La cifra del 6,5 % no incluye el coste de oportunidad.

¿De qué magnitud es su coste de oportunidad en relación con lo que cuesta la matrícula?

- La educación formal solo es una parte de la educación. Mucho de lo que aprendemos lo adquirimos en la formación en el trabajo de carácter formal o informal. También deben incluirse tanto los costes efectivos como los costes de oportunidad de la formación en el trabajo. La cifra del 6,5 % no incluye los costes relacionados con la formación en el trabajo.
- Hay que comparar las tasas de inversión una vez descontada la depreciación. Es problable que la depreciación del capital físico, especialmente de las máquinas, sea mayor que la del capital humano. Las cualificaciones se deterioran, pero en general lentamente, y, a diferencia del capital físico, se deterioran a un ritmo más lento cuanto más se utilizan.

Por todas estas razones, es difícil obtener unas cifras fiables de la inversión en capital humano. Según algunos estudios recientes, la inversión en capital físico y la inversión en educación desempeñan más o menos el mismo papel en la determinación de la producción. Eso implica que la producción por trabajador depende más o menos por igual de la cantidad de capital físico que de la cantidad de capital humano que hay en la economía. Los países que ahorran más o gastan más en educación pueden conseguir unos niveles de producción por trabajador considerablemente más altos en el estado estacionario.

El crecimiento endógeno

Obsérvese qué dice y qué no dice la conclusión que acabamos de extraer. Dice que un país que ahorre más o gaste más en educación conseguirá un *nivel más alto* de producción por trabajador en el estado estacionario. No dice que ahorrando o gastando más en educación un país puede mantener permanentemente un *crecimiento mayor* de la producción por trabajador.

Sin embargo, esta conclusión ha sido puesta en cuestión en las dos últimas décadas. Los investigadores Robert Lucas y Paul Romer han explorado la posibilidad de que la acumulación conjunta de capital físico y capital humano sea realmente suficiente para mantener el crecimiento. Dado el capital humano, los aumentos del capital físico muestran rendimientos decrecientes. Y dado el capital físico, los aumentos del capital humano también muestran rendimientos decrecientes. Pero estos investigadores se han preguntado qué ocurre si tanto el capital físico como el capital humano aumentan al unísono. ¿No puede crecer indefinidamente una economía teniendo continuamente más capital y más trabajadores cualificados?

Los modelos que generan un continuo crecimiento incluso sin progreso tecnológico se denominan **modelos de crecimiento endógeno** para reflejar el hecho de que en esos modelos —a diferencia del que hemos visto en apartados anteriores de este capítulo— la tasa de crecimiento depende, incluso a largo plazo, de variables como la tasa de ahorro y la tasa de gasto en educación. El jurado aún no ha emitido su veredicto sobre esta clase de modelos, pero hasta ahora parece que es necesario matizar las conclusiones que hemos extraído antes, pero no abandonarlas. Actualmente, la opinión general es la siguiente:

Ya hemos mencionado una vez a Lucas en relación con la crítica de Lucas del Capítulo 10.

- La producción por trabajador depende tanto del nivel de capital físico por trabajador como del nivel de capital humano por trabajador. Ambos tipos de capital pueden acumularse, uno por medio de la inversión física y el otro por medio de la educación y de la formación. Un incremento de la tasa de ahorro o de la proporción de la producción que se gasta en educación y formación puede conseguir unos niveles mucho más altos de producción por trabajador a largo plazo. Sin embargo, dada la tasa de progreso tecnológico, esas medidas no llevan a una tasa de crecimiento permanentemente más alta.
- Obsérvese la matización de la última proposición: dada la tasa de progreso tecnológico. ¿No está relacionado el progreso tecnológico con el nivel de capital humano de la economía? ¿No puede una mano de obra más educada dar lugar a una tasa más alta de progreso tecnológico? Estos interrogantes nos llevan al tema del siguiente capítulo, que son las fuentes y los efectos del progreso tecnológico.

Resumen

- A largo plazo, la evolución de la producción depende de dos relaciones (para facilitar la lectura de este resumen, omitiremos la expresión *por trabajador*). En primer lugar, el nivel de producción depende de la cantidad de capital existente. En segundo lugar, la acumulación de capital depende del nivel de producción, el cual determina el ahorro y la inversión.
- Las interacciones del capital y la producción implican que partiendo de un nivel cualquiera de capital (y prescindiendo del progreso tecnológico, que es el tema del Capítulo 13), una economía tiende a largo plazo hacia un nivel de capital (constante) correspondiente al *estado estacionario*. Este nivel de capital va acompañado de un nivel de producción de estado estacionario.
- El nivel de capital en el estado estacionario y, por tanto, el nivel de producción en el estado estacionario dependen positivamente de la tasa de ahorro. Un aumento de la tasa de ahorro genera un nivel mayor de producción en el estado estacionario; durante la transición al nuevo estado estacionario, un aumento de la tasa de ahorro genera un crecimiento positivo de la producción.

Pero (prescindiendo de nuevo del progreso tecnológico) a largo plazo, la tasa de crecimiento de la producción es igual a cero y, por tanto, independiente de la tasa de ahorro.

- Un aumento de la tasa de ahorro exige una disminución inicial del consumo. A largo plazo, el aumento de la tasa de ahorro puede elevar o reducir el consumo, dependiendo de que la economía se encuentre por debajo o por encima del *nivel de capital de la regla de oro*, que es el nivel de capital en el que más alto es el consumo en el estado estacionario.
- La mayoría de los países normalmente tienen un nivel de capital inferior al de la regla de oro. Por tanto, un incremento de la tasa de ahorro provoca una reducción inicial del consumo seguida de un aumento a largo plazo. Cuando las autoridades económicas se preguntan si deben tomar o no medidas para alterar la tasa de ahorro de un país, deben decidir el peso que van a dar al bienestar de las generaciones actuales frente al de las generaciones futuras.
- Aunque el análisis de este capítulo centra en gran medida la atención en los efectos de la acumulación de capital físico, la producción depende *tanto* del nivel de capital físico *como* del nivel de capital humano. Ambos tipos de capital pueden acumularse, uno por medio de la inversión y el otro por medio de la educación y la formación. Un aumento de la tasa de ahorro o de la proporción de la producción que se gasta en educación y formación puede elevar considerablemente la producción a largo plazo.

Términos clave

- **tasa de ahorro,** 271
- **estado estacionario,** 278
- **nivel de capital de la regla de oro,** 282
- **sistema de pensiones capitalizado,** 283
- **sistema de pensiones de reparto,** 283
- **función de producción Cobb-Douglas,** 285
- **capital humano,** 289
- **modelos de crecimiento endógeno,** 291

PREGUNTAS Y PROBLEMAS

COMPRUEBE

1. *Indique si son verdaderas, falsas o inciertas cada una de las siguientes afirmaciones utilizando la información de este capítulo. Explique brevemente su respuesta:*

a) La tasa de ahorro siempre es igual a la tasa de inversión.
b) Un aumento de la tasa de inversión puede mantener indefinidamente un crecimiento mayor de la producción.
c) Si el capital nunca se depreciara, el crecimiento podría mantenerse indefinidamente.
d) Cuanto más alta sea la tasa de ahorro, mayor será el consumo en el estado estacionario.
e) Debemos transformar la seguridad social y sustituir el sistema de reparto por un sistema capitalizado. De esa forma aumentaría el consumo ahora y en el futuro.
f) Cuando el *stock* de capital es muy inferior al nivel de la regla de oro, el gobierno debe conceder desgravaciones fiscales al ahorro.
g) La educación aumenta el capital humano y, por tanto, la producción. Los gobiernos deben subvencionar, pues, la educación.

2. *Considere la siguiente afirmación: «El modelo de Solow muestra que la tasa de ahorro no afecta a la tasa de crecimiento a largo plazo, por lo que debemos dejar de preocuparnos por la baja tasa de ahorro. Un aumento de la tasa de ahorro no produciría ningún efecto importante en la economía». ¿Está de acuerdo o no con esta afirmación?*

3. *En el Capítulo 3 vimos que un aumento de la tasa de ahorro puede provocar una recesión a corto plazo (la paradoja del ahorro). Examinamos la cuestión a medio plazo en un problema del Capítulo 8. Ahora podemos analizar los efectos que produce a largo plazo.*
Utilizando el modelo presentado en este capítulo, ¿cómo es probable que afecte un aumento de la tasa de ahorro a la producción por trabajador después de diez años? ¿Y después de cincuenta?

PROFUNDICE

4. *Explique cómo afecta probablemente cada uno de los cambios siguientes al nivel de producción por persona a largo plazo:*

a) El derecho a excluir el ahorro de la renta cuando se paga el impuesto sobre la renta.
b) Un aumento de la tasa de actividad femenina (pero una población constante).

5. *Suponga que todos los países europeos sustituyeran el sistema actual de seguridad social de reparto por un sistema capitalizado y financiaran la transición sin un aumento del endeudamiento público. ¿Cómo afectaría el cambio al nivel de producción por trabajador a largo plazo y a su tasa de crecimiento?*

6. *Suponga que la función de producción viene dada por:*

$$Y = 0{,}5\,\sqrt{K}\,\sqrt{N}$$

a) Halle los niveles de producción por trabajador y de capital por trabajador correspondientes al estado estacionario expresados en función de la tasa de ahorro, s, y de la tasa de depreciación, δ.

b) Halle la ecuación de la producción por trabajador y del consumo por trabajador correspondientes al estado estacionario en función de s y δ.

c) Suponga que $\delta = 0{,}05\,\%$. Calcule con su hoja de cálculo favorita la producción por trabajador y el consumo por trabajador correspondientes al estado estacionario suponiendo que $s = 0$; 0,1; 0,2; …, $s = 1$. Explique su respuesta intuitivamente.

d) Utilice su hoja de cálculo favorita para representar el nivel de producción por trabajador y el de consumo por trabajador correspondientes al estado estacionario en función de la tasa de ahorro (es decir, mida la tasa de ahorro en el eje de abscisas de su gráfico y los valores correspondientes de la producción por trabajador y del consumo por trabajador en el de ordenadas).

e) ¿Muestra el gráfico que hay un valor de s que maximiza la producción por trabajador? ¿Muestra el gráfico que hay un valor de s que maximiza el consumo por trabajador? En caso afirmativo, ¿cuál es?

7. *La función de producción Cobb-Douglas y el estado estacionario. Este problema se basa en el apéndice de este capítulo. Suponga que la función de producción de la economía es*

$$Y = K^{\alpha} N^{1-\alpha}$$

Y suponga que $\alpha = 1/3$.

a) ¿Tiene esta función de producción rendimientos constantes de escala? Explique su respuesta.

b) ¿Tiene el capital rendimientos decrecientes?

c) ¿Y el trabajo?

d) Transforme la función de producción en una relación entre la producción por trabajador y el capital por trabajador.

e) Dada una tasa de ahorro, s, y una tasa de depreciación, δ, formule una expresión del capital por trabajador en el estado estacionario.

f) Formule una expresión de la producción por trabajador en el estado estacionario.

g) Halle el nivel de producción por trabajador correspondiente al estado estacionario suponiendo que $s = 0{,}32$ y que $\delta = 0{,}08$.

h) Suponga que la tasa de depreciación permanece constante, $\delta = 0{,}08$, mientras que la de ahorro se reduce a la mitad, $s = 0{,}16$. ¿Cuál es la nueva producción por trabajador en el estado estacionario?

8. *Continuando con la lógica del problema 7, suponga que la función de producción de una economía es* $Y = K^{1/3}N^{2/3}$ *y que tanto la tasa de ahorro, s, como la de depreciación, δ, son iguales a 0,10.*

a) ¿Cuál es el nivel de capital por trabajador en el estado estacionario?

b) ¿Y el nivel de producción por trabajador?

Suponga que la economía se encuentra en su estado estacionario y que en el periodo t la tasa de depreciación aumenta permanentemente de 0,10 a 0,20.

c) ¿Cuáles serán los nuevos niveles de capital por trabajador y de producción por trabajador en el estado estacionario?

d) Calcule la senda del capital por trabajador y de la producción por trabajador de los tres primeros periodos posteriores al cambio de la tasa de depreciación.

9. Los déficits y el *stock* de capital

Para la función de producción $Y = \sqrt{K}\,\sqrt{N}$, *la ecuación [12.8] da la solución del stock de capital del estado estacionario.*

a) Vuelva sobre los pasos del texto que llevan a la ecuación [12.8].

b) Suponga que la tasa de ahorro, s, es inicialmente de un 15 % al año y la tasa de depreciación, δ, de un 7,5 %. ¿Cuál es el *stock* de capital por trabajador en el estado estacionario? ¿Y la producción por trabajador?

c) Suponga que hay un déficit público de un 5 % del PIB y que el gobierno lo elimina. Suponga que el ahorro privado no varía, por lo que el ahorro nacional aumenta a un 20 %. ¿Cuál es el nuevo *stock* de capital por trabajador en el estado estacionario? ¿Y la nueva producción por trabajador? ¿Qué diferencia hay entre su respuesta y la de la parte b)?

AMPLÍE

10. El ahorro en Estados Unidos

Este problema sigue la lógica del 9 para analizar las consecuencias del déficit presupuestario de Estados Unidos para el stock de capital a largo plazo. Supone que Estados Unidos tendrá un déficit presupuestario durante el tiempo que dure esta edición del libro.

a) Entre en el Economic Report of the President (www.gpoaccess.gov/eop) más reciente. Obtenga en la

Tabla B.32 las cifras del ahorro nacional bruto del año más reciente. Obtenga en la Tabla B.1 la cifra del PIB de Estados Unidos de ese mismo año. ¿Cuál es la tasa de ahorro nacional en porcentaje del PIB? Utilizando la tasa de depreciación y la lógica del problema 9, ¿cuál sería el *stock* de capital por trabajador en el estado estacionario? ¿Cuál sería la producción por trabajador en el estado estacionario?

b) Obtenga en la Tabla B.79 del Economic Report of the President la cifra del déficit presupuestario federal en porcentaje del PIB del año correspondiente a los datos de la parte a). Siguiendo de nuevo el razonamiento del problema 9, suponga que el déficit presupuestario federal se eliminara y que no variara el ahorro privado. ¿Cómo afectaría al *stock* de capital por trabajador a largo plazo? ¿Y a la producción por trabajador a largo plazo?

Invitamos al lector a visitar la página del libro www.pearson.es/blanchard, para los ejercicios de este capítulo.

Lecturas complementarias

- El tratamiento clásico de la relación entre la tasa de ahorro y la producción es el de Robert Solow, *Growth Theory: An Exposition,* Nueva York, Oxford University Press, 1970.
- Para un ameno análisis de la posibilidad y la forma de aumentar el ahorro y de mejorar la educación en Estados Unidos véanse los memorandos del 23 al 27 de *Memos to the President: A Guide through Macroeconomics for the Busy Policymaker* de Charles Schultze (presidente del Council of Economic Advisers durante la administración Carter), Brookings Institution, Washington, DC, 1992.

Apéndice: La función de producción Cobb-Douglas y el estado estacionario

En 1928, Charles Cobb (matemático) y Paul Douglas (economista que llegó a ser senador en Estados Unidos) concluyeron que la siguiente función de producción describía muy bien la relación entre la producción, el capital físico y el trabajo en Estados Unidos desde 1899 hasta 1922:

$$Y = K^{\alpha} N^{1-\alpha} \qquad [12.A1]$$

Donde α es un número comprendido entre 0 y 1. Sus resultados demostraron ser sorprendentemente sólidos. Aún hoy, la función de producción [12.A1], que se conoce actualmente con el nombre de **función de producción Cobb-Douglas,** sigue siendo una buena descripción de la relación entre la producción, el capital y el trabajo en Estados Unidos, y se ha convertido en un instrumento clásico de la caja de herramientas del economista (verifique que satisface las dos propiedades que hemos analizado en el texto: rendimientos constantes de escala y rendimientos decrecientes del capital y del trabajo).

El fin de este apéndice es describir el estado estacionario de una economía cuando la función de producción es la [12.A1] (lo único que necesita el lector para seguir los pasos es conocer las propiedades de los exponentes).

Recuérdese que en el estado estacionario el ahorro por trabajador debe ser igual a la depreciación por trabajador. Veamos qué implica eso:

- Para hallar el ahorro por trabajador, debemos obtener primero la relación entre la producción por trabajador y el capital por trabajador que implica la ecuación [12.A1]. Dividiendo los dos miembros de esa ecuación por N, tenemos que:

  $$Y/N = K^{\alpha}\, N^{1-\alpha}/N$$

  Utilizando las propiedades de las potencias:

  $$N^{1-\alpha}/N = N^{1-\alpha}\, N^{-1} = N^{-\alpha}$$

  Por lo que introduciendo este resultado en la ecuación anterior, tenemos que:

  $$Y/N = K^{\alpha}\, N^{-\alpha} = (K/N)^{\alpha}$$

  La producción por trabajador, Y/N, es igual al cociente del capital por trabajador, K/N, elevado a la potencia α.

  El ahorro por trabajador es igual a la tasa de ahorro multiplicada por la producción por trabajador, por lo que utilizando la ecuación anterior, es igual a:

  $$\delta(K^*/N)^{\alpha}$$

- La depreciación por trabajador es igual a la tasa de depreciación multiplicada por el capital por trabajador:

  $$\delta(K^*/N)$$

- El nivel de capital en el estado estacionario, K^*, es determinado por la condición según la cual el ahorro por trabajador debe ser igual a la depreciación por trabajador, por lo que:

  $$s(K^*/N)^{\alpha} = \delta(K^*/N)$$

  Para resolver esta expresión y hallar el nivel de capital por trabajador en el estado estacionario, K^*/N, dividimos los dos miembros por $(K^*/N)^{\alpha}$:

  $$s = \delta(K^*/N)^{1-\alpha}$$

  Dividiendo los dos miembros por δ y alterando el orden de la igualdad, tenemos que

  $$(K^*/N)^{1-\alpha} = s/\delta$$

  Por último, elevando los dos miembros a la potencia $1/(1-\alpha)$:

  $$(K^*/N) = (s/\delta)^{1/(1-\alpha)}$$

  De esa manera obtenemos el nivel de capital por trabajador en el estado estacionario.

  De acuerdo con la función de producción, el nivel de producción por trabajador correspondiente al estado estacionario es, pues, igual a:

  $$(Y^*/N) = (K/N^{\alpha}) = (s/\delta)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Veamos qué implica esta última ecuación:

- En el texto, hemos trabajado en realidad con un caso especial de la ecuación [12.A1], el caso en el que $\alpha = 0{,}5$ (elevar una variable a la potencia 0,5 es lo mismo que tomar la raíz cuadrada de esta variable). Si $\alpha = 0{,}5$, la ecuación anterior significa que:

  $$Y^*/N = s/\delta$$

  La producción por trabajador es igual al cociente entre la tasa de ahorro y la tasa de depreciación. Esta es la ecuación que hemos analizado en el texto. Una duplicación de la tasa de ahorro provoca una duplicación de la producción por trabajador del estado estacionario.

- La evidencia empírica sugiere, sin embargo, que si concebimos K como el capital físico, α es más cercano a un tercio que a un medio. Suponiendo que $\alpha = 1/3$, entonces $\alpha(1-\alpha) = (1/3)/[1-(1/3)] = (1/3)/(2/3) = 1/2$, y la ecuación de la producción por trabajador se convierte en:

  $$Y^*/N = (s/\delta)^{1/2} = \sqrt{s/\alpha}$$

  Eso implica que la tasa de ahorro produce menos efectos en la producción por trabajador de lo que sugieren los cálculos del texto. Una duplicación de la tasa de ahorro, por ejemplo, significa que la producción por trabajador se multiplica por $\sqrt{2}$, o sea, solo por alrededor de 1,4 (en otras palabras, un aumento de la producción por trabajador de un 40 %).

Existe, sin embargo, una interpretación de nuestro modelo en la que el valor correcto de α es cercano a 1/2, por lo que los cálculos del texto son aplicables. Si, al igual que en el apartado 12.4, tenemos en cuenta tanto el capital humano como el capital físico, es más o menos correcto dar un valor de α de alrededor de 1/2 a la contribución de esta definición más amplia del capital a la producción. Por tanto, una de las interpretaciones de los resultados numéricos del apartado 12.3 es que muestran los efectos de una tasa de ahorro dada pero que debe interpretarse que el ahorro incluye el ahorro tanto en capital físico como en capital humano (más máquinas y más educación).